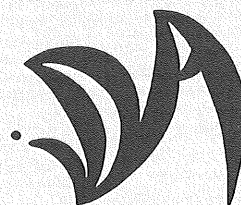


Rapporter från projekt

Individuell utveckling och adaptation

**LINJÄRA STATISTISKA KONTRA
ICKELINJÄRA DYNAMISKA MODELLER
AV INDIVIDUELL UTVECKLING**

Anton Grip



**Nummer 81
Oktober 2002**

**IDA / Psykologiska institutionen
STOCKHOLMS UNIVERSITET
106 91 STOCKHOLM**

ISSN 1651-0542

Viera Dornic, Copy Editor

TEL +46 8 16 3962

FAX +46 8 15 9342

Vetenskaplig ledare: **Professor Lars R. Bergman**

Forskningsprogrammet Individuell utveckling och adaptation (IDA) initierades av David Magnusson 1964 och leddes av honom till 1996 då Lars R. Bergman övertog huvudansvaret.

Rapporter från Individuell utveckling och adaptation (IDA)
publicerade till dagens datum:

- No. 70 Bergman, L.R. Women's health, work, and education in a life-span perspective. Technical report 1: Theoretical background and overview of the data collection. (*January 2000*)
- No. 71 Isaksson, K., Johansson, G., Lindroth, S., & Sverke, M. Women's health, work, and education in a life-span perspective. Technical report 2: The coding of work biographies. (*November 2000*)
- No. 72 Publications 1961 - 2000. (*December 2000*)
- No. 73 Zettergren, P. Peer rejection and future school adjustment. A longitudinal study. (*October 2001*)
- Nr. 74 Wulff, C. Begåvningsprofiler som avviker från vad som anses könstypiskt. Betydelse för anpassning och yrkespreferenser. (*Oktober 2001*)
- No. 75 Wångby, M., & Stattin, H. Self-perceived psychological health among Swedish teenage girls: 1. Adjustment problems in a 1996 school cohort. (*November 2001*)
- No. 76 Magnusson, D., & Mahoney, J.L. A holistic person approach for research on positive development. (*November 2001*)
- Nr. 77 Lindroth, S. IDAs och hennes systrars väg ut i arbetslivet. En studie om yrkesplaner, yrkesutveckling och yrkesval hos flickor i tonåren och i tidig vuxenålder. (*December 2001*)
- No. 78 Crafoord, K., & Magnusson, D. Symptom questionnaire: Early adolescence. Female version. (*December 2001*)
- No. 79 Wångby, M., Magnusson, D., & Stattin, H. Self-perceived psychological health among Swedish teenage girls: 2. Time trends in frequencies of adjustment problems between 1970 and 1996. (*March 2002*)
- Nr. 80 Näswall, K., Sverke, M., Isaksson, K., Johansson, G., & Lindroth, S. Arbete, utbildning, familj: Beskrivande statistik från den personliga intervjun i IDA-II. Teknisk rapport. (*Augusti 2002*)
- Nr. 81 Grip, A. Linjära statistiska kontra icke linjära dynamiska modeller av individuell utveckling. (*Oktober 2002*)

Förord

Föreliggande rapport är en matematisk modelleringsstudie med empiriska tillämpningsdata hämtade från forskningsprogrammet Individuell utveckling och adaptation (IDA). Författare är Anton Grip och rapporten har presenterats som en C-uppsats.

Rapporten har stötts av medel till IDA programmet från vetenskapsrådet (projektansvarig: Lars R. Bergman) och från förutvarande skolöverstyrelsen (projektansvarig: David Magnusson).

Stockholm den 28 oktober 2002

Lars R. Bergman
Professor
Vetenskaplig ledare för IDA

Sammanfattning

Många undersökningar inom psykologin lider av dålig korrespondens mellan teorier om ett fenomen och den matematiska modell som beskriver fenomenet. En bra modell skall inte bara predicera, utan även förklara fenomenet som studeras. Normalt används en matematisk ansats som bygger på linjär envägskausalitet mellan olika variabler hos systemet som studeras. Då psykologiska fenomen sällan låter sig fångas av en linjär modell kan en icke-linjär dynamisk modell bättre beskriva psykologiska teorier. För att testa detta användes data från en studie om pojkars problemutveckling mellan 10 och 13 år. En icke-linjär dynamisk modell som svarar mot en interaktionistisk utvecklingsteori om pojkarna skapades. Den icke-linjära modellen predicerar utvecklingen något bättre än en konventionell linjär modell och gav en viss förståelse av det utvecklingspsykologiska fenomen som studerades. Optimeringsförfarande samt kriterier för när den icke-linjära modellen är ”bra” bör utvecklas.

Inledning

Många undersökningar inom psykologin lider av en dålig korrespondens mellan teorier om ett fenomen och den matematiska modell som ska beskriva fenomenet (Bergman, 2000). Nyttan med en modell som motsvarar teorin är att den ger möjlighet till en grundlig förståelse av dynamiken hos fenomenet. Om modellering och utveckling av teorier följer varandra åt så kommer de att kunna stödja varandras utveckling. Detta kan i bästa fall leda till så pass precisa teorier att man kan förutspå fenomen som ännu aldrig har observerats (Chalmers, 1995). Det har hävdats att om ett helt forskningsprogram består av teorier som inte leder till upptäckt av nya fenomen är forskningsprogrammet på väg att stagnera (Lakatos, 1965). En intim sammankoppling mellan teori och matematisk modell har sedan länge funnits inom fysiken, och där rönt stor framgång (Hempel, 1969). Inom psykologin släpar det matematiska modellerandet efter teoribildandet, och frånvaron av adekvata modeller kan inom vissa delar av psykologin hindra utvecklingen av mer förfinade teorier.

Den analysmetod som ofta används vid psykologiska undersökningar är att göra statistiska linjära modeller. En vanlig statistisk linjär modell utgår från antagandet att om en oberoende variabel förändras en enhet så förändras för samtliga individer den beroende variabeln med b enheter där b är en regressionsvikt. Detta kan vara ett fruktbart antagande om man utför kontrollerade experiment där man kan variera några variabler och hålla andra konstanta. Men synsättet är ändå något begränsat då man även kan tänka sig att förändringen av en variabel beror på vilka värden andra variabler har för tillfället. Man kan även tänka sig att system tenderar att anta olika tillstånd varvid direkta kausalitetssamband ständigt ändrar sig (Kelso, 2000). En-till-en kausala relationer är i de flesta system undantag snarare än regel. För att modellera sådana system krävs en dynamisk matematisk modell.

Det finns alltså normalt ett stort glapp mellan å ena sidan en "dynamisk" teori och å andra sidan den statistiska linjära modellen som ska representera teorin matematiskt (Bergman, 2000). Även om en linjär modell i vissa situationer gör bättre prediktioner än andra modeller så *förklarar* den sällan någonting. Att teoribaserade modeller skall kunna predicera händelser är varken ett nödvändigt eller tillräckligt kriterium för att påstå att teorin har ett förklaringsvärde (Needham, 2001). Att prediktionsförmåga inte är nödvändigt för att en teori skall anses förklarande kan styrkas med ett exempel: Teorin om hur väder förändras och utvecklas är mycket god och heltäckande, ändå förmår man inte göra särskilt bra prediktioner.

Det finns alltså ett behov av modeller som tar hänsyn till komplexa icke-linjära dynamiska samband och samtidigt förmår att ge en möjlig förklaring till fenomenet. För att uppnå detta kan man utgå från det holistiskt interaktionistiska perspektivet. Detta perspektiv innehåller ett generellt teoretiskt ramverk för att undersöka personlighet med hjälp av komplexa teorier. Nedan ges en kort beskrivning av det holistiskt interaktionistiska perspektivet. För en grundligare diskussion, se Magnusson (1988) och Magnusson (2000).

Syfte

Syftet med denna uppsats är att jämföra två rivaliserande metoder, vilka är avsedda att modellera ett visst fenomen. Uppsatsen skall belysa fördelarna och nackdelarna med en icke-linjär dynamisk modell av barns utveckling med avseende på uppförandeproblem, disharmoni och tillbakadragenhet. Egenskaperna hos den icke-linjära dynamiska modellen jämförs med en klassisk linjär modell för samma system. Arbetet är begränsat till att göra denna jämförelse för ett empiriskt material

Teoretisk bakgrund

Det holistiskt interaktionistiska perspektivet

Historiskt sett har tre olika modeller för utvecklingsteori använts, där antagandet att enkelriktade kausala verkningar styr människors beteende och utveckling har varit mycket centralt. Dessa tre modeller är den mentala modellen, den biologiska modellen och miljömodellen. Enligt dessa ses individen som en passiv mottagare av olika stimuli som sedan bearbetas och reageras på enligt någon av de ovannämnda modellerna. Det interaktionistiska perspektivet, å andra sidan, ser modellerna som integrerade. Antaganden om envägskausalitet är även ersatt med ett antagande om någon form av reciprok kausalitet. Individen ses inte bara som en mottagare, utan även som en aktiv och meningsfull agent i ett system som innefattar både individen och miljön. Detta synsätt kallas för den klassiska interaktionismen. Om man även antar att det finns reciproka interaktioner mellan mentala-, biologiska- och beteendefaktorer *inom* individen så antar man det holistiskt-interaktionistiska perspektivet (Magnusson, 1998; El-Khoury, 2002).

Dynamiska levande system: en introduktion

När man tittar på system som består av organismer så tycks de inte låta sig beskrivas på samma sätt som fysikaliska system. Olika organismer kan under samma omständigheter ofta befinna sig i flera olika stabila tillstånd. Trots att man känner till situationen kan man alltså tänka sig att systemet tenderar att bete sig på olika sätt. På samma sätt som system har stabila tillstånd som de dras till så har system instabila tillstånd som de repelleras från. För att detta skall uppfyllas och systemet skall vara så flexibelt, anpassningsbart och kreativt som möjligt så måste processer som motverkar varandra rymmas inom systemet. För att överleva så kan levande system varken vara för rigida eller för flexibla. Med detta menas att levande system ofta befinner sig i så kallade metastabila tillstånd, i vilka det finns en dragning mot ett visst tillstånd utan att detta tillstånd är stabilt. Detta gör att systemet håller sig i närheten av någon punkt, och inom vissa ramar kan bete sig fritt. Hjärnan är ett exempel på ett system i metastabilt tillstånd (Kelso, 2000). Fanns det för starka stabila attraktortillstånd så skulle hjärnans alla delar fångas i ett stabilt kollektivt tillstånd som det skulle vara svårt att förändra. Skulle det inte finnas någon gemensam attraktorpunkt så skulle alla delar agera för oordnat och okoordinerat. En sista princip innebär att system i ett instabilt tillstånd kan attraheras av väldigt olika typer av tillstånd beroende på mycket små förändringar i begynnelsedata. Denna typ av beteende kallas bifurkation (för matematisk beskrivning: Boyce & DiPrima, 1997) och det är mycket tack vare det som självorganiserande levande system kan åstadkomma förändring.

Följande utmärkande drag finns hos levande system och dessa kan vara bra att känna till när man skall modellera dem. Dessa är (Kelso, 2000):

- *Synergi*. Ofta är ett systems individuella delar sammankopplade som funktionella enheter för att kunna fungera tillsammans. Detta gör att man kan förstå systemet trots att man bara tar hänsyn till ett fåtal variabler.
- *Multifunktionalitet*. I en given situation kan många typer av beteende genereras av samma delar av systemet.
- *Stabilitet*. Förmågan att uppvisa samma beteende i många olika situationer.
- *Funktionsinvarians*. Förmågan att förverkliga samma mål genom att använda olika delar av systemet och att kunna använda dessa delar på olika sätt för att nå samma mål.
- *Flexibilitet*. Förmågan att kunna byta från ett sätt att fungera till ett annat för att kunna möta nya krav. Detta bytande kan ses som en urvalsmekanism som väljer det enklaste, eller mest stabila av flera möjliga beteenden.

När ett dynamiskt system skall modelleras matematiskt så används nästan alltid differentialekvationer. Detta är en typ av ekvationer som beskriver förändringar hos systemet. Den typen av system som används i denna uppsats utvecklades främst av Joseph-Louis Lagrange mellan 1762 och 1765 (Boyce & DiPrima, 1997). Om dessa differentialekvationer dessutom görs stokastiska så uppfyller de i bästa fall samtliga ovanstående karakteristika hos levande system, och är således mycket lämpliga för att modellera sådana.

Uppförandeproblem och internaliserade problem

Uppförandeproblem i vid mening kallas även externaliserade problem på grund av att de tar sig uttryck i konflikter med omgivningen. Internaliserade problem är sådana som endast rör individen själv, t.ex. oro och nedstämdhet. Dessa två grupper av störningar har vid upprepade tillfällen identifierats i faktoranalyser av anpassningsproblem hos barn (Achenbach, 1995). Det finns vissa teoretiska tolkningar av den empiriska distinktionen mellan uppförandeproblem och internaliserade problem. Det har föreslagits att uppförandeproblem har sin grund i begränsad impuls kontroll, eller att man har svårt att känna oro. Internaliserade problem däremot antas härstamma från överdriven impuls kontroll, hämning och introvert beteende. Hur lätt ett barn utvecklar någon av de två störningarna kan tänkas bero på personlighetsegenskapen tillbakadragenhet. Samma delar av det limbiska systemet påverkar både oro, skuld känslor, hämning samt hur lättaktiverat det autonoma nervsystemet är. Alltså kan tillbakadragna barn vara biologiskt disponerade att känna mer intensiv skuld och oro över antisocialt beteende, och har därmed större tendenser att anpassa sig till rådande sociala normer (Kagan, 1994). Tillbakadragna barn kan därmed ha starkare tendenser att utveckla internaliserade problem som ångest, oro, skuld och fobier samtidigt som de i viss mån skyddas mot antisociala störningar. Icke tillbakadragna, ohämmade barn däremot som växer upp i en miljö som är tillåtande mot aggression och impulsivitet löper en ökad risk att utveckla uppförandeproblem (Wångby, Bergman, & Magnusson, 1999).

Man har funnit att uppförandestörningar och internaliserade problem interagerar på vissa sätt. Det har föreslagits att uppförandeproblem ökar risken för att utveckla internaliserade problem genom att barnet lever i disharmoni med omgivningen. Dessutom kan den typ av avvisanden och misslyckanden som uppförandeproblem förknippas med, leda till nedstämdhet. Uppförandestörningar är alltså en riskfaktor för senare depression. Man kan även tänka sig att betrakta anpassningsstörningar som en mer allmän störning, i vilken disharmoni utgör en del.

Det är mest missanpassning som har diskuterats hittills. Då forskning ofta är inriktat på att lösa samhällets *problem* så är det naturligt att inte lägga så mycket tid på att försöka mäta olika grader av välanpassning. Det är dock svårt att avgöra var gränsen mellan normalt välanpassad och måttligt missanpassad går. Om man avser att bedöma en individ på hela spektrumet välanpassad - missanpassad så måste man ställa sig en viktig fråga: Om man mäter grad av missanpassning hos en individ och denna får ett väldigt lågt värde, är det då samma sak som att vara välanpassad? I hur hög grad kan man vara både välanpassad och missanpassad? En vanlig lösning på problemet är att designa en skala som ger tillförlitliga värden på den negativa delen av skalan, medan den positiva delen används försiktigare. Exempel på denna typ av skala presenteras senare i uppsatsen. Se Bergman, Magnusson, & El-Khoury (under tryckning) för en diskussion av dessa frågor.

Bakgrund till det empiriska exemplet

I denna uppsats betraktas en studie där data redan är insamlade*. Syftet med denna studie var att undersöka utvecklingen av pojkars anpassning bedömd av deras lärare (Magnusson, 1988). I följande stycken används begrepp som "välanpassad", "störig" och "irrelevant sysselsättning". Dessa begrepp är som sagt lärarbedömningar och måste naturligtvis sättas in i ett historiskt och kulturellt perspektiv för att vara något sånär definierade.

Undersökningsgrupp

Data finns uppmätta för pojkar som studeras vid tio och tretton års ålder. Dessa data hämtades från ett longitudinellt forskningsprogram som heter "Individual Development and Adaptation" (Magnusson, 1988). De 452 pojkar som har kompletta data kommer från Örebro och är normalt födda 1955.

Variabler

Data baseras på lärarbedömningar av barnen vid åldrarna 10 och 13. Bedömningar gjordes på en sjugradig skala (1-7) där 1 betyder mycket välanpassad medan sju innebär att pojken har stora problem. Följande variabler bedömdes.

1. *Aggressivitet*. Mäter hur mycket pojken stör och bråkar med lärare och andra barn. En pojke med låg aggressivitet jobbar i harmoni med läraren och har positiva och varma kontakter med andra barn.
2. *Motorisk oro*. Mäter hur svårt pojken har att sitta stilla under längre perioder. En pojke med hög motorisk oro tenderar även att vara pratig och föra oljud under lektionen.
3. *Koncentrationssvårigheter*. Beskriver hur lätt pojkarna distraheras av andra eller sig själva. Pojkar med stora koncentrationssvårigheter har svårt att få något gjort och sitter ofta upptagna med irrelevanta saker eller dagdrömmar. De har också lätt att ge upp trots att uppgiften är anpassad till deras kunskapsnivå.
4. *Låg motivation för skolarbete*. Mäter hur pojkarna är inställda till skolan och lärande. Pojkar med högt värde i denna variabel är ointresserade av skolan och har svårt att utföra något vanligt skolarbete.
5. *Disharmoni*. Denna parameter beskriver hur disharmoniska eller olyckliga pojkarna är. Högt värde innebär att man är disharmonisk.

* Denna studie har gjorts möjlig genom tillgång till data från det longitudinella forskningsprogrammet "Individual Development and Adaptation". Forskningschef är Lars R. Bergman. Ansvarig för planering, implementering och finansiering av datainsamlingen var David Magnusson.

6. *Tillbakadragenhet*. Beskriver pojakens blyghet och hur hämmad han är. En pojke med hög tillbakadragenhet tycks ha dåligt självförtroende och är ofta rädd att uttrycka sig. (Min kommentar: Tillbakadragenhet är även ett mått på hur lätt pojkar tar åt sig av kritik och förmaningar från omgivningen. En pojke med hög tillbakadragenhet som blir tillsagd efter att han har varit stökig kommer att må mycket dåligt, och därför undvika att bete sig på ett störande sätt igen.)

Ett barns anpassningsproblem beskrivs här av dessa sex variabler. Enligt diskussionen under rubriken *uppförandeproblem och internaliserade problem* ser man att dessa variabler är relevanta för att distingera mellan olika grader av missanpassning. Den sjugradiga skalan har transformerats till en kvasiabsolut fyragradig skala (Bergman & Magnusson, 1997):

Ursprungligt värde	Nytt värde	Betydelse
1-4	0	inget problem
5	1	tendenser till problem
6	2	problem
7	3	uttalade problem

Gruppen som har värdet 0 kommer att bli ganska stor då denna innehåller många grader av välanpassning.

För att lättare kunna göra analyser av materialet bildas en ny variabel som är en sammanslagning av de fyra variabler som mäter externaliserade problem. Denna variabel kallas *uppförandeproblem*. Variabeln beräknas enligt följande: (aggressivitet + motorisk oro + koncentrationssvårigheter + låg motivation för skolarbete)/4, alltså ett aritmetiskt medelvärde av de fyra externaliserade problemen. De faktorer som hädanefter betraktas är alltså *uppförandeproblem*, *disharmoni* och *tillbakadragenhet*.

Beskrivning av tänkt utveckling för pojkars internaliserade och externaliserade problem
Det finns en viss teori för hur dessa tre faktorer samverkar under ett barns utveckling. Denna teori återges först i ord, för att sedan beskrivas i form av två matematiska modeller. Teorin har viss anknytning till det holistiskt – interaktionistiska perspektivet då den bygger på reciprok påverkan mellan olika variabler. Nedan följer en verbal beskrivning av teorin i fråga.

1. Disharmoniska pojkar har lättare att börja bete sig illa och således få mer uppförandeproblem.
2. Pojkar med uppförandeproblem kan få svårt att skaffa kompisar samt får negativ feedback vilket kommer att göra dem mer disharmoniska.
3. En pojke med stora uppförandeproblem kan på grund av identifikation med en missanpassad grupp få ännu större uppförandeproblem. Å andra sidan kan en pojke med lätta uppförandeproblem ofta påverkas av samhällets normer vilket får honom att bete sig mer välanpassat. Detta fenomen kallas *problemgravitation*, se Bergman & Magnusson (1997).

4. Om det inte finns några uppförandeproblem, men pojken ändå är mycket disharmonisk så kommer det att finnas en viss självläkande effekt på disharmonin.
5. En pojke som har väldigt stora uppförandeproblem kommer snabbt att bli mer disharmonisk.
6. Tillbakadragenhet ändras inte med tiden, utan anses vara en konstant personlighetsegenskap.
7. Pojkar med stark tillbakadragenhet kommer att ta åt sig mycket av kritik, vilket kommer att göra dem mindre benägna att bete sig på ett missanpassat sätt i framtiden.
8. Tillbakadragna pojkar kommer ha lättare att bli olyckliga än icke tillbakadragna pojkar.

Efter denna verbala beskrivning av teorin om hur pojkars problem utvecklas har vi kommit till stadiet då teorin skall omformuleras till matematik.

Metod

Linjär modell

En första ansats kan vara att göra en linjär regressionsanalys av data. Detta innebär att man försöker predicera pojkarnas variabelvärden vid 13 år då man vet variabelvärdena vid 10 år. Det grundläggande antagande som görs är att ett visst variabelvärde vid 10 år linjärt kommer att samvariera med något annat variabelvärde vid 13 år. Om man t.ex. skall predicera uppförandeproblem vid 13 år (**U13**) med hjälp av uppförandeproblem (**U10**), disharmoni (**D10**) och tillbakadragenhet (**T10**) vid 10 år så skapas en regressionskvation med följande utseende:

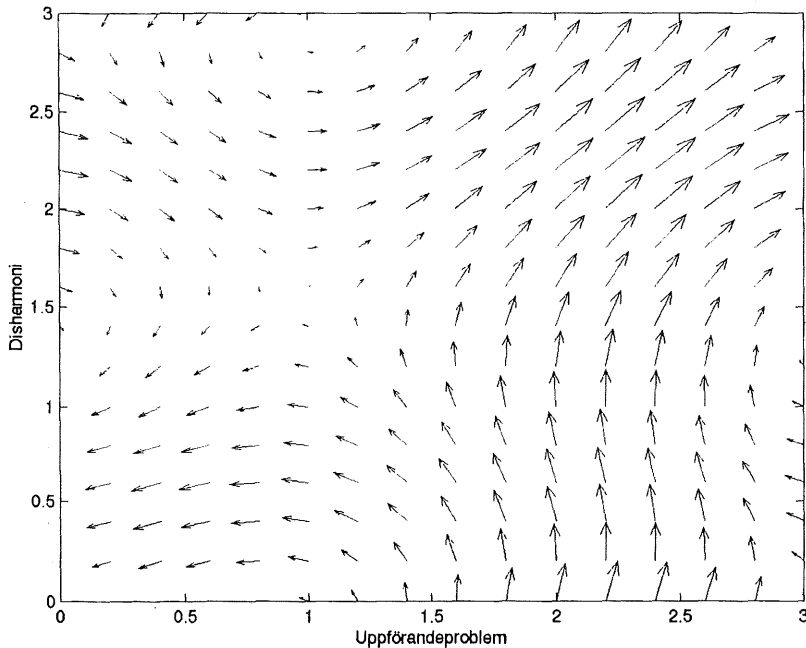
$$U13 = a + b \cdot U10 + c \cdot D10 + d \cdot T10$$

där b, c och d är regressionsvikter och a är ett intercept. Dessa konstanter anpassas optimalt till en given datamängd vilket leder till att ekvationen som används är den bästa möjliga av sitt slag. Med hjälp av den linjära ekvationen kan man predicera uppförandeproblem vid 13 års ålder utifrån kunskap om pojken vid 10 års ålder. För att kunna avgöra modellens prediktiva kraft används ett mått som kallas korrelationskoefficient. Detta är ett mått som beskriver hur väl det predicerade värdet stämmer överens med det uppmätta värdet av t.ex. U13.

En icke linjär dynamisk modell

När man undersöker detta utvecklingspsykologiska fenomen så vill man gärna se det ur det holistiskt – interaktionistiska perspektivet, av anledningar som diskuteras ovan. Ett första steg mot att anamma detta perspektiv är att försöka ta hänsyn till att många variabler påverkar varandra reciprokt och på ett icke linjärt sätt. Det finns väldigt många

sätt att beskriva den aktuella teorin matematiskt vilket gör sökandet efter det bästa alternativet till den linjära modellen något godtyckligt. För att kunna avfärda vissa modeller så antas det att fenomenet som studeras är dynamiskt. Ett grundläggande axiom för de flesta inriktningar inom psykologin är just att själslivet är dynamiskt (Cullberg, 1999). En av huvudpoängerna med den modell som skapas är att den bättre ska kunna möta kraven på konsistens med teori än vad den linjära kan.



Figur 1. Fasporträttet för den icke linjära differentialekvation som föreslås modellera fenomenet i fråga. Figuren tolkas så att om man befinner sig i någon av punkterna så indikerar pilarna åt vilket håll värdena kommer att förändras när tiden går framåt. X-axeln motsvarar uppförandeproblem och Y-axeln disharmoni. Fasporträttet är avbildat för tillbakadragenhet = 1.

Modellen skall beskriva hur barn tenderar att utvecklas om man vet vad de har för värden på uppförandeproblem, disharmoni och tillbakadragenhet. Ovannämnda teori för hur barnen utvecklas går att beskriva med hjälp av ett icke linjärt differentialekvationssystem. Detta är ett sätt att beskriva systemets rörelseekvationer. Det beskriver alltså hur varje variabel förändras som funktion av vad alla variabler och parametrar vid någon tidpunkt har för värde. För att grafiskt illustrera hur denna typ av modeller fungerar så visas ett fasporträtt för min modell som är en av flera tänkbara differentialekvationsmodeller som uppfyller teorins krav (figur 1). Varje punkt i figuren motsvarar ett värde på uppförandeproblem och ett värde på disharmoni. Figuren tolkas så att om man befinner sig i någon av punkterna så indikerar pilarna åt vilket håll värdena kommer att förändras när tiden går framåt. Vill man veta vilka värden en individ hade tidigare så kan man följa pilarna baklänges. Man kan alltså både predicera

och retrodicera vilka värden en individ har i varje tidpunkt i tidsintervallet där teorin kan antas stämma. Man kan också välja hur långt in i framtiden man vill predicera och på detta sätt generera data vid olika tidpunkter som sedan kan testas empiriskt.

Implementering av icke linjär dynamisk modell

För läsbarheten av följande stycke kan det underlätta med grundläggande kunskaper inom differentialkalkyl och algebra. Detta stycke är inte nödvändigt för att kunna tillgodogöra sig undersökningsresultaten.

I denna modell betraktas som sagt tre olika variabler: uppförandeproblem (förkortas "U"), disharmoni (förkortas "D") och tillbakadragenhet (förkortas "T"). U och D antas vara tidsberoende utgående från antagandet om att dessa personlighetsdrag är dynamiska. T antas vara en fix parameter i tidsintervallet som studeras. De gemena bokstäverna i högerleden representerar konstanter som är viktiga för justeringen av modellen så att den passar data. Konstanternas teoretiska innebörd förklaras senare. Följande differentialekvationssystem kan tänkas beskriva utvecklingsförloppet hos barnen i fråga.

$$\frac{dU}{dt} = -D(D - (f + i \cdot T))(D - 3) - a \cdot U(U - (b + i \cdot T))(U - 3) \quad (1)$$

$$\frac{dD}{dt} = -U(U - (g - i \cdot T))(U - 3) - h \cdot D \left(\frac{3 - U}{3} \right)^2 + h \cdot \left(\frac{3 - D}{3} \right) \cdot U^2 \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0 \quad (3)$$

Den uppmärksamma läsaren ser kanske att pojkar med vissa värden vid 10 år slutligen kommer hamna utanför mätskalan. Detta problem kommenteras senare.

Beskrivning av differentialekvationen

Nu är det dags för en förklaring till att differentialekvationerna (1), (2) och (3) ser ut som de gör. Uttrycken till vänster om likhetstecknen är tidsderivator av de tre variablerna. Om derivatan är positiv, dvs. om uttrycket till höger om likhetstecknet är positivt så kommer barnets värde för den variabel som derivatan avser att öka. Formulerat med ett exempel: Om uttrycket till höger om likhetstecknet i ekvation (2) är positivt så kommer pojken att bli mer disharmonisk med tiden. Är uttrycket till höger däremot negativt så blir pojken mindre disharmonisk med tiden.

För att repetera:

U = Uppförandeproblem

D = Disharmoni

T = Tillbakadragenhet

-D(D-(f+i*T)(D-3)): Den första av de två termerna i ekvation (1) är till för att uppfylla punkt nummer ett från den verbala beskrivningen av teorin. Denna faktor är negativ för små värden på **D**, vilket leder till att en individ som inte är särskilt disharmonisk kommer att tendera till lägre uppförandeproblem med tiden. Om **D** däremot är större än $f+i*T$ (detta är ett tal i storleksordningen mellan ca 0.5 och 2) så kommer hela faktorn att bli positiv, vilket innebär en tendens till ökade uppförandeproblem. Utanför mätskalan, dvs. om **U** är mindre än 0 eller större än 3, så kommer **U** att sträva tillbaka in mot mätområdet.

-U(U-(g-i*T)(U-3)): Den första av termerna i ekvation (2) är av samma typ som ovan och motsvarar därmed den andra punkten i den verbala beskrivningen av teorin. Disharmonin kommer att öka om individen har stora uppförandeproblem och minska annars.

-a*U(U-(b+i*T)(U-3)): Den andra termen i ekvation (1) motsvarar tredje punkten från teoridelen. I likhet med de ovan beskrivna termerna är även denna ett tredjegradspolynom, vilket är negativt för värden på **U** som är mindre än $b+i*T$ och positivt för värden på **U** som är större än $b+i*T$. Individer med stora uppförandeproblem kommer att få ännu större sådana och individer med små uppförandeproblem kommer att anpassa sig och få mindre problem. Denna term beskriver alltså problemgravitation.

-h*D((3-U)/3)²: Den mittersta termen i ekvation (2) motsvarar punkt fyra från teorin. **D** kommer att sjunka om individen har låga värden på **U**.

h*((3-D)/3)*U²: Sista termen i (2) motsvarar punkt fem. **D** kommer att öka om individen har stora värden på **U**.

dT/dt=0: Ekvation (3) motsvarar punkt sex. Att **T**'s tidsderivata är noll innebär att **T** är oberoende av tiden och därmed konstant.

Punkt sju från teoridelen representeras i den matematiska modellen av en möjlighet att ändra de faktorer i ekvationerna där **T** ingår. I samtliga fall handlar det om att man ändrar det värde då termen går från att vara negativ till att bli positiv. Formulerat med ett exempel: Den andra termen i ekvation (1) beskriver som sagt problemgravitationen, dvs. individen tenderar att få högre **U** om **U** är över en viss gräns, och tenderar att få lägre **U** om **U** är under samma gräns. Denna gräns bestäms av termen $-(b+i*T)$ där **b** och **i** är konstanter som anpassas så att modellen stämmer bra med data. Om **T** är stort så kommer denna "problemgravitationsgräns" att vara hög, dvs. man måste ha stora uppförandeproblem för att **U** skall växa. Om **T** däremot är noll så behövs inte lika stora uppförandeproblem för att **U** skall växa. På detta sätt kommer individer med högt **T** att oftare tendera mot anpassning, allt i enighet med punkt sju i teoridelen.

Punkt åtta från teoridelen motsvaras av termen $-(g-i*T)$ i ekvation två. Om pojken har hög tillbakadragenhet så kommer han tendera mot disharmoni för låga nivåer av uppförandeproblem, enligt samma resonemang som för punkt sju.

Beskrivning av konstanterna

Konstanterna f , b och g avgör hur lätt individen drar sig mot total missanpassning eller total anpassning. För $T=0$ gäller:

- f : Om man har lägre D än f så tenderar man att minska sina uppförandeproblem, om man har högre så växer uppförandeproblemen.
- b : Högre U än b leder till att U växer, mindre U än b leder till att U minskar.
- g : Högre U än g leder till att D växer, mindre U än g leder till att D minskar.
- i : Högre i innebär att man lägger högre vikt vid tillbakadragenhetens betydelse för individens utveckling.
- a : Högt a innebär att man lägger stor vikt på problemgravitationens betydelse.
- h : Indikerar styrkan på självläkningen hos olyckliga individer och styrkan på disharmoniökningen hos lyckliga men missanpassade individer.

Man kan tänka sig att förändra ekvationerna ytterligare med hjälp av att lägga till fler konstanter som reglerar de olika delarnas inbördes styrka. Det blir dock lätt ohanterligt många konstanter att hålla reda på när man ska anpassa modellen till data. En avvägning måste därför göras huruvida man tycker att ytterligare en konstant är berättigad.

Anpassning till data

Det finns en mängd test för att avgöra hur bra en modell stämmer med data. Data för samtliga pojkar finns uppmätta för åldrarna 10 och 13 år. Genom att känna till tillståndet för en individ vid 10 års ålder kan man predicera värdena vid 13 års ålder. Detta gör att man lätt kan undersöka korrelationen mellan ett predicerat värde och det uppmätta värdet. Eftersom man har utfört en regressionsanalys för att predicera $U13$ (Magnusson, 1988) är det intressant att se hur väl den icke linjära dynamiska modellen förmår att predicera uppförandeproblem. Detta görs genom att beräkna korrelationskoefficienten mellan uppmätta och predicerade uppförandeproblem. När detta kriterium på en "bra" anpassad modell är fastställt så är det dags att finjustera konstanterna i modellen. Detta skedde genom att konstanterna varierades en och en tills optimum för just den konstanten uppnåts. Denna endimensionella optimering upprepades iterativt.

Resultat

Linjär modell

Det visar sig att den linjära modellen endast använder sig av information om $U10$ (uppförandeproblem vid tio års ålder) för att predicera $U13$. Disharmoni och tillbakadragenhet predicerar alltså inte uppförandestörningar vid 13 års ålder enligt denna modell sedan hänsyn tagits till $U10$. Vid regressionsanalys finner man följande regressionslinje:

$$U_{13} = 0.286 + 0.618 \cdot U_{10}$$

Korrelationen mellan predicerat värde och uppmätt värde blir 0,559. Det har inte gjorts någon regressionsanalys för att avgöra hur bra disharmoni kan prediceras.

Ickelinjär dynamisk modell

Den slutgiltiga ekvationen med konstanter som anpassats någorlunda till data blev:

$$\frac{dU}{dt} = -D(D - 0.6 - 0.2 \cdot T)(D - 3) - 0.1 \cdot U(U - 0.7 - 0.2 \cdot T)(U - 3) \quad (1)$$

$$\frac{dD}{dt} = -U(U - 0.8 + 0.2 \cdot T)(U - 3) - 0.3 \cdot D \left(\frac{3 - U}{3} \right)^2 + 0.3 \cdot \left(\frac{3 - D}{3} \right) \cdot U^2 \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0 \quad (3)$$

Det framkommer alltså att den del av differentialekvationen som representerar problemgravitation inte tillmätts särskilt stor vikt. Det bör påpekas att ingen optimering gjorts av parametrarna, utan endast viss informell justering av dem för att förbättra modellens anpassning till data.

Figur 2 visar hur individerna förutspås utvecklas beroende på hur de är vid 10 års ålder. Det visar sig att korrelationen mellan predicerade U_{13} och uppmätta U_{13} är 0,581, dvs. något högre än för den linjära modellen.

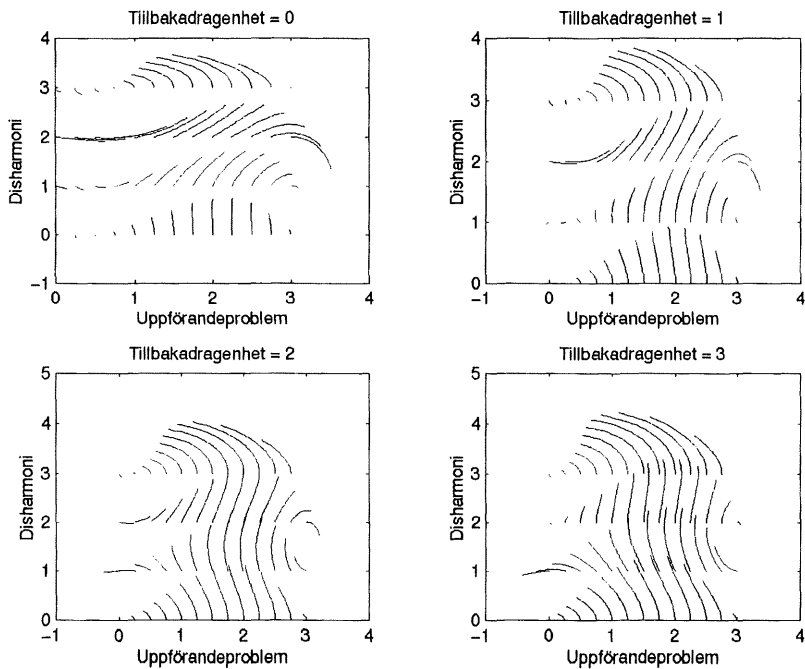
Man noterar att pojkarna tenderar förändras mer avseende disharmoni än avseende uppförandeproblem. Detta beror på att uppförandeproblem är ett medelvärde av fyra variabler och således inte varierar lika mycket med tiden.

Som tidigare noterats hamnar pojkar med vissa värden vid 10 år slutligen utanför mätskalan. Detta problem löstes primitivt genom att de värden som hamnar utanför skalan sätts till det närmaste värdet inom skalan, dvs. 0 eller 3.

Diskussion

En mer utvecklad linjär modell där man tar hänsyn till t.ex. kurvlinjära samband skulle kunna ge något förbättrad prediktionskraft. En förbättrad justering av konstanterna i den ickelinjära modellen skulle öka prediktionskraften även hos denna modell, vilket gör att jämförelsen modellerna emellan ändå är någorlunda rättvis.

För att bedöma huruvida modellen är bra eller ej finns olika kriterier, t.ex. (Peterson & Eberlein, 1994):



Figur 2. Illustration av lösning till differentialekvationssystemet. De fyra figurerna representerar utvecklingen för pojkar med ett visst värde på tillbakadragenhet. Utvecklingsriktningen tenderar mot ökad disharmoni för de flesta initialtillstånd. Exempel på hur figuren utläses: En pojke med tillbakadragenhet 3 disharmoni 0 och uppförandeproblem 1 kan betraktas i den nedre högra figuren. Punkten (1, 0) finns i figurens nederkant. Där ser man att pojken kommer att bli lite mer disharmonisk, men samtidigt få minskade uppförandeproblem med tiden.

- I hur hög grad modellen speglar teorins olika delar.
- Hur bra modellen stämmer med data.
- Huruvida modellen håller sig rimlig när man gör tankeexperiment med extrema situationer.
- Om det går att uttala sig om situationer som ligger långt från observationspunkter med hjälp av modellen.
- Om modellen är känslig för parameterförändringar.

Det finns även två andra kriterier för en bra modell som kan vara värda att uppmärksamma. Dessa är (Casti, 1989):

- Förklaringskraft. Förklaring står i motsats till beskrivning av ett system. Casti gör en stark distinktion mellan en *modell* av ett system och en *simulering* av systemet. En simulering förmår endast predicera data, medan en modell även i någon mån förklarar fenomenet. En förklaring skall kunna svara på frågan "varför?". Detta innebär att en modell ska ha tolkningsbara samband med fenomenet.
- Enkelhet. Har man en mängd mätpunkter i ett plan så kan man alltid anpassa ett polynom exakt till dessa punkter om polynomet har tillräckligt hög ordningsgrad. Vilken datamängd som helst kan alltid beskrivas exakt av någon modell, om man bara låter modellen vara tillräckligt komplex. En enklare modell som lätt låter sig generaliseras till andra mätningar kan alltså vara att föredra, trots att prediktionsförmågan aldrig kan bli lika bra som för en *exakt* modell. (Hempel, 1969; Casti, 1989).

För utförligare diskussion av "bra" förklaringsmodeller ur ett filosofiskt perspektiv, se Needham (2001).

Nedan kommenteras vissa för- och nackdelar med de två modellslagen.

Fördelar med linjär modell

Vid linjär regressionsanalys är det väldigt lätt att hitta optimala parametervärden för att predicera de utfallsdata som finns tillhands.

Nackdelar med linjär modell

- Denna modells stora nackdel är att den inte svarar mot en interaktionistisk teori. Anledningen är bl.a. att denna implicerar en kontinuerlig tidsutveckling (dynamiskt förlopp) och reciprok kausalitet.
- Samma modell antas gälla för alla individer.
- Det går inte att uttala sig om andra åldrar än de studerade med någon tillförsikt då modellen är konstruerad och optimerad för de data som finns.

Fördelar med ickelinjär dynamisk modell

- Den speglar en bakomliggande teori på ett relativt tillfredställande sätt.
- Personer som är helt välanpassade (0, 0 på uppförandeproblem respektive disharmoni) eller helt missanpassade (3, 3 på uppförandeproblem respektive disharmoni) kommer att stanna i dessa situationer, precis som teorin förutspår. En individs värden kan aldrig divergera bort från mätområdet. Om man skulle placera en individs värden strax utanför mätområdet så skulle den individen tendera in mot mätområdet igen. Det tycks alltså inte finnas några uppenbara orimligheter i modellen.

Nackdelar med icke linjär dynamisk modell

Denna typ av modell kräver att man gör några ganska starka antaganden. Man antar exempelvis att:

- Varje individs utveckling bara beror på var hon är just nu, och inte var hon har varit innan. Modellen fångar alltså inte orsaker till varje individs tillstånd, trots att dessa kan anses ha stor betydelse för individens framtida utveckling.
- Samma modell gäller vid alla tidpunkter.
- Modellen är deterministisk. Den beskriver endast en möjlig utveckling för varje givet ursprungstillstånd. Den tar alltså inte hänsyn till de stokastiska processer som man vet opererar.
- Variablers betydelse inte ändras med tiden. Ex. disharmoni vid tio års ålder antas beskriva samma sak som disharmoni vid tretton års ålder.

Jämförelse av modellerna

Följande iakttagelser är till fördel för den linjära modellen:

- Den är mycket lättare att räkna på.
- Det är lätt att avgöra den linjära modellens prediktionskraft.
- Eftersom den linjära modellen är vanlig är det lätt att jämföra resultat mellan undersökningar.

Iakttagelser som är till fördel för den icke linjära dynamiska modellen

- Den icke linjära modellen förmår till viss del att spegla strukturer och processer som verkar under en individs utveckling. Om den stämmer kan den alltså sägas *förklara* fenomenet i någon mån.
- Den icke linjära modellen är något bättre på att predicera uppförandeproblem än den linjära.
- Den kan generera data, dvs. predicera värden vid alla tänkbara tidpunkter.
- Den leder inte till orimliga prediktioner för några initialvärden.
- En förändring i differentialekvationen som styr disharmoni kommer att påverka hur bra man kan predicera uppförandeproblem. Detta tyder på att disharmoni har någon typ av dynamiskt samband med uppförandeproblem, vilket den linjära modellen inte använder sig av.
- Tillbakadragenhet tycks kunna hjälpa den icke linjära modellen att göra prediktioner. Den linjära modellen förmår inte använda sig av denna information för att göra bättre prediktioner.

Ett problem man stöter på när man skall modellera ett fenomen är att det ofta finns oändligt många modeller som svarar mot teorin. I valet mellan modeller som inte bryter mot teorin är enkelhetskravet en god hjälp (Casti, 1989). När en dynamisk modelltyp har hittats är det dessutom väldigt svårt att hitta en specifik variant av modellen som stämmer optimalt med data. Att justera en given modell till att passa data är normalt ett komplext icke linjärt optimeringsproblem. För denna typ av optimeringsproblem kan man i regel inte garantera att man finner den absolut bästa lösningen (Nash & Sofer, 1996).

Förslag till fortsatt modellutveckling

Den typ av modell som här har presenterats är vanlig inom fysiken och andra naturvetenskaper. Det finns förmodligen många goda idéer att hämta från det området. Modellen kan generaliseras till att omfatta så många variabler man önskar studera.

Som det tidigare nämndes finns det flera typer av funktioner som uppfyller de teoretiska kraven. Sinusfunktioner t.ex. kan representera problemgravitation i och med att de kan anpassas till att bli negativa för värden under en viss gräns och positiva för värden över den gränsen. Man borde prova olika typer av differentialekvationer till varje teori för att se vilken som är mest tillfredställande.

Det vore önskvärt att skapa en modell som tar hänsyn till hur man har kommit dit där man är. Genom att göra observationer av fler situationer, beteenden och händelser i någons liv kan man göra mer exakta uttalanden om hur en person kan utvecklas. Detta genom att ekvationerna kan designas så att de förändrar sin karaktär om vissa villkor (händelser) uppfylls. Man kan dessutom med fördel använda sig av information om hur människor är på väg att förändras, och även information om förändringens hastighet (Bergman, 2000).

Det finns också ett behov av att komma på ett mer sofistikerat sätt att avgöra hur välanpassad modellen är till data. Om r är korrelationskoefficienten så anger $1-r^2$ den genomsnittliga kvadrerade distansen mellan uppmätt och predicerat y -värde för standardiserade variabler. Då den icke linjära dynamiska modellen kan predicera alla variabler samtidigt så behövs ett mått på den totala överensstämmelsen mellan samtliga uppmätta data och samtliga predicerade värden. Ett sätt att mäta överensstämmelse mellan modell och uppmätta data är att variera indata i modellen lite och därefter se hur modellens utdata förändrar sig. Om modellen till exempel aldrig kan predicera de uppmätta värdena oavsett hur man varierar indata så har modellen vissa problem. Denna typ av anpassningsförfarande används ofta inom kemin, där det också finns stora skillnader mellan predicerade värden och uppmätta värden. För ytterligare beskrivning av metoden hänvisas till Edsberg (1991).

En förbättrad modell kan vara av stokastisk karaktär. Modellen kan då ta hänsyn till mätfel och stokastisk utveckling av variablerna. Med denna utgångspunkt är det lättare att avgöra säkerheten hos prediktioner, samt att avgöra hur mycket prediktionerna försämrats om de uttalar sig om händelser långt in i framtiden. Denna typ av modeller används vid väderprognoser. De är ganska exakta för korta prognoser, men prediktionsförmågan sjunker snabbt för långtidsprognoser.

Ett sätt att mäta hur bra modellen anpassar sig till data är att göra en klusteranalys av mätvärdena vid 10 och 13 år (Bergman & Magnusson, 1997). Detta skulle sedan kunna säga något om vilka områden i fasplanet (figur 1) som är attraktiva, samt vilka områden som "avfolkas". Det är svårt att göra kvantitativa uttalanden om modellen med klusteranalys som grund, men det kan ge en god bild av om man är rätt eller fel ute.

Referenslista

- Achenbach, T. M. (1995). Developmental issues in assessment, taxonomy, and diagnosis of child and adolescent psychopathology. In D. Cicchetti & D. J. Cohen (Eds.), *Developmental Psychopathology: Vol 1. Theory and methods* (pp. 57-80). New York: Wiley.
- Bergman, L. R. (2002). Studying processes: Some methodological considerations. In L. Pulkkinen & A. Caspi (Eds.), *Paths to successful development. Personality in the life course* (pp. 177-199). Cambridge: Cambridge University Press.
- Bergman, L. R., & Magnusson D. (1984). Patterns of adjustment problems at age 13. An empirical and methodological study. *Reports from the Department of Psychology*, Stockholm University, No. 620.
- Bergman, L. R., & Magnusson D. (1997). A person-oriented approach in research on developmental psychopathology. *Development and Psychopathology*, 9, 291-319.
- Bergman, L. R., Magnusson, D., & El-Khoury B. M. (In press). Studying individual development in an interindividual context. In D. Magnusson (Series ed.) *Paths through life* (Vol. 4). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (1997). *Elementary differential equations and boundary value problems*. New York: Wiley.
- Casti, J. L. (1989). *Alternate realities: Mathematical models of nature and man*. New York: Wiley.
- Chalmers, A. F. (1995). *Vad är vetenskap egentligen?(What exactly is science?)*. Falun: AIT.
- Cullberg, J. (1999). *Dynamisk psykiatri*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Edsberg, L. (1991). Numerical experiments with parameter estimation in systems of ordinary differential equations. Stockholm: KTH, *Trita-NA. 9101*.
- El-Khoury, B. M. (2001). *Classification in a person-oriented context*. Department of Psychology, Stockholm University. (Dissertation)
- Hempel, C. (1969). *Vetenskapsteori (Theory of science)*. Lund: Skånska Centraltryckeriet.
- Kagan, J. (1994). *Galen's prophecy: Temperament in human nature*. New York: Basic Books.
- Kelso, J. A. S. (2000). Principles of dynamic pattern formation and change for a science of human behavior. In L. R. Bergman, R. B. Cairns, L-G. Nilsson, & L. Nystedt (Eds.), *Developmental science and the holistic approach* (pp. 63-83). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Lakatos, I., & Musgrave, A. (1965). *Criticism and the growth of knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Magnusson, D. (1988). Individual development from an interactional perspective: A longitudinal study. In D. Magnusson (Series ed.), *Paths through life* (Vol. 1). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Magnusson, D. (1998). The logic and implications of a person oriented approach. In R. B. Cairns, L. R. Bergman & J. Kagan (Eds.), *Methods and models for studying the individual* (pp. 33-63). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Magnusson, D. (2000). The individual as the organizing principle in psychological inquiry. In L. R. Bergman, R. B. Cairns, L. R. Nilsson, & L. Nystedt (Eds.): *Developmental science and the holistic approach* (pp. 33-47). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Needham, P. (2001). *Law and order*. Uppsala: Uppsala University.
- Peterson, D. W., & Eberlein R. L. (1994). Reality check: A bridge between systems thinking and system dynamics. *System Dynamics Review*, 2-3, 159-174.
- Nash, S. G., & Sofer, A. (1996). *Linear and nonlinear programming*. New York: McGraw-Hill.
- Wångby, M., Bergman, L. R., & Magnusson, D. (1999). Development of adjustment problems in girls: What syndromes emerge? *Child Development*, 3, 678-699.