Department of Education

Democracy and Participation
A Challenge for Special Needs Education in Mathematics

Proceedings of the 2nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics

Editor:
Arne Engström

Reports from the Department of Education,
Örebro University, 7

Distribution: Örebro University
Department of Education
S-701 82 Örebro, Sweden
Telephone: +46 (0)19-30 30 00
Fax +46 (0)19-30 32 59
E-mail: forsknsekr@pi.oru.se

Titel: Democracy and Participation – A Challenge for Special Needs Education in Mathematics

Publisher: Örebro University,
Department of Education, Forskningskollegiet

Electronic edition

ISSN: 1650-0652

Reports from the Department of Education, Örebro University, 7

Editor:
Arne Engström

Democracy and Participation
A Challenge for Special Needs Education in Mathematics

- Abstract -

This volume contains the proceedings of the 2nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics, which took place at Örebro University in October 7–9, 2003. The theme of the conference was Democracy and Participation – A Challenge for Special Needs education in Mathematics.

The programme included plenary lectures, paper presentations, network meetings, a round table discussion and social events. There were more than 70 participants from all Nordic countries (Denmark, Finland, Iceland, Norway and Sweden), Germany, and the United Kingdom.

One of the more important results of the conference was the establishment of a Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics.

Keywords: mathematics education, special needs, participation.

Contents

Preface

This volume of *Reports from the Department of Education, Örebro University* contains the proceedings of the 2nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics.

Low achievement in mathematics is a social construct. It is not a fact, but a human interpretation of relations between the student and his/her environment. Special needs education in mathematics must be looked upon from a relativist view according to Magne (2003).

Research on special needs education in mathematics is lagged behind comparing research on for instance reading or writing disabilities. We also lack experience on successful developmental works in the field. Therefore the Nordic conferences held in recent years are of great importance for the further development of the field.

The 1st Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics was held at Agder University College in Kristiansand, Norway in 2001, organised by *Forum for matematikkvansker* on the theme *Mathematics for all in a school for all*. About 50 participants from the Nordic countries came together to bring up issues of special needs education in mathematics. The conference was a great success.

Inclusion and inclusive schooling is a current trend in most European countries. But what constitutes inclusion and how should it be developed in practice and policy at national, local and school levels? There is a range of different potential interpretations. By referring the term more recently to *inclusive school for all* its scope has been broadening to include new areas of concern as social justice and social inclusion (Campbell 2002). The rethinking of special needs education that has occurred during the latest decade has brought up new challenges for researchers and practitioners.

Democracy and Participation – A Challenge for Special Needs Education in Mathematics was consequently the theme on the 2nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics October 2003, organized by the Department of Education at Örebro University. More than 70 researchers, teachers and administrators from the Nordic countries came together with the intention to meet these challenges.

Plenary lectures were given by scholars from Germany, United Kingdom and Sweden. About 20 papers were presented covering different topics, from research projects to developmental works. These proceedings include the plenary lectures and most of the papers presented at the conference.

The different contributions are written in English or in a Scandinavian language (Danish, Norwegian or Swedish). In the latter case there is an English abstract.

One of the more important results of the conference was the establishment of a Nordic Network for Research on Special Needs Education in Mathematics (see appendixes). National networks are also established or planned in the Nordic countries. A common site for the Nordic Network on the Internet is also available at following URL: http://www.matematikkvansker.net where different activities of the network are presented.

The conference was planned during two days in May 2003 by the Programme Committee, Arne Engström chair, Örebro University, Ann Ahlberg, Sweden, Edda Óskarsdóttir Iceland, Anna Kristjánsdóttir, Norway, Michael Wahl Andersen Denmark, Karin Linnanmäki Finland, and two representative of the organizer for the first conference Olav Lunde and Jarl Formo, Forum for Matematikkvansker, Agder University College, Norway.

Many thanks to all those colleagues and friends in contributing to such a success of the conference.

The third conference will be held at Aalborg University in Denmark in 2005. I hope we will meet there for new challenges.

Örebro, May 25, 2004

Arne Engström

References

Campbell, C., ed. (2002): *Developing Inclusive Schooling. Perspectives, Policies and Practices*. Institute of Education. University of London.

Magne, O. (2003): *Literature on Special Educational Needs in Mathematics. A Bibliography with some Comments*. Educational and Psychological Interactions, 124. Malmö University.

I. Plenary Lectures

2000-talets nya tänkande i specialpedagogik i matematik

Olof Magne

Malmö University, Sweden

Abstract

Children with special needs are identified as a minority so essential that legislation has been passed at national and international levels. Student with special educational needs in mathematics form a good-sized minority of about fifteen per cent of the total school population but, nevertheless, in educational research and practice are neglected like a Cinderella. However, new ideas are produced in mathematical didactics as well as special education. For the present millennium, this new thinking leads to experimentation on innovated student centered approaches characterised by concepts as life skill competence, constructive learning, prototypes teaching and productive practice. The new special education is thought to be efficient by contrast with classical instruction.

INLEDNING

2000-talets nya specialpedagogik startade på 1960-talet i opposition och som en protest mot den traditionella slentrianmässiga behandlingen av elever som inte kunde matematik. Nuvarande specialundervisning i matematik betraktas på många håll som ineffektiv. Detta kan vara trovärdigt, ty effektiv utbildning för lärarna saknas ofta. En följd tycks vara att specialundervisning börjar bli kommersialiserad.

De nya tankarna har sina rötter i ett ökat tankeutbyte mellan länder som England, Tyskland, Ungern och Sverige. Den första europeiska konferensen ägde rum 1977 i Ungern. I Norden har Norge ryckt till sig initiativet i och med den konferens som man anordnade där år 2001. Som pionjär på området känner jag att Sverige i dag är mycket hedrat av att framstående internationella vetenskapare deltar i denna, den andra nordiska konferensen. För Sveriges del är det viktigt att vi förra året skapade ett forskarnätverk för Särskilda utbildningsbehov i matematik (SUM) under ordförandeskap av Ann Ahlberg.

Sverige har bidragit med forskning. Banbrytare var medicinarprofessorn Salomon Eberhard Henschen som 1920 bland annat beskrev afasier (språkminnesstörningar) i samband med matematik. Henschen angav den allmänna teorin som kallas *flerfaktor-modellen.* 1958 offentliggjorde Olof Magne sin första stora undersökning om elever med låga matematikprestationer i skolan. I denna angav han lösningar *hur skolväsendet bör ta hand om låg prestationsförmåga i matematik*.

I EU:s praxis används termen *Särskilda utbildningsbehov i matematik* (SUM). Huvudsakligen är det elever som inte har betyget godkänt i matematik (Magne 1999).

ETT INLEDANDE FÖRSÖK TILL LÄGESBEDÖMNING

SUM-eleven:
15 procent av niondeklassarna kan inte matematik. Attityd hos dem: Skräck, hat, avsky mot matematik. Jag argumenterar: Ändra synen på SUM och alla elevers inlärningsbehov.

Idé: Ändra SUM-undervisningen i matematik med bland annat livsmatematik.

SUM: Jag har en katalog på 56 termer och kanske sex dussin åsikter. Min term är Särskilda utbildningsbehov i matematik (SUM). Min definition: Att inte uppnå utbildningsmålen som anges i läroplanen. Vid betygssättning ges inte betyget godkänd. Specialundervisning i matematik: All undervisning som skolan anordnar för SUM-elever.

HUR ÄNDRA SUM-UNDERVISNINGEN?

Två saker är grunden för den nya specialundervisningen i matematik:

- den allmänna synen på hur matematikundervisningen ska gå till,
- ett socialpedagogiskt synsätt i specialundervisningen.

För det första: Inför det nya millenniet finns det en strävan till nytänkande i matematik. I Nordamerika liksom på den europeiska kontinenten är nytänkandet lika dramatiskt.

Det är tydligt att de tyska och amerikanska projekten har samma syfte, och det är att alla elever ska få tillgång till flexibla och matematiskt rika läroplaner, högkvalificerade lärare samt en högklassig engagerande matematikundervisning med lika chans för var och en att individuellt utveckla kunskaper.

Elevens lärande anses numera främst inrikta sig på att ”aktivt bearbeta”, ”frivilligt söka”, ”gemensamt upptäcka”, och eleven utvecklas i och genom ett socialt nätverk. Vi talar om en princip för aktivt och upptäckande lärande.

Principen för aktivt och upptäckande lärande innebär att eleverna bereds tillfälle att från början lära känna större meningsområden och variera uppgifterna inom vida gränser (Scherer 1995, Magne 2003).

Ämnesstoffet behandlas friare med utgångspunkt i prototyp-principen (Magne 2001, Nilsson 1999). Den säger att övningstyper är olika viktiga. Vissa stoffelement är speciellt centrala och därför typiska för ett givet stoffområde. Eleverna söker ”tankemönster” och använder dem i nya problem.

Det betyder inte att övandet försummas, eftersom upptäckande och övande ses som två sidor av samma process. Är barnen tillräckligt motiverade väljer de själva att träna och drilla färdigheter. Detta kallas produktivt lärande (Scherer 1999).

Elevernas erfarenheter i vardagslivet ska samtidigt vara grund för lärandet och mål för detta. Det går under namnet livsmatematik (Magne 2001, 2003).

För det andra: Kritiken yrkar på att äldre medicinsk-testpsykologiska avvikelsemodeller revideras eftersom elevernas naturliga förmåga varierar vare sig den handlar om att några är korta och andra långa eller några bra på att räkna, andra inte. De flesta eleverna har en ”vanlig variation av kunskaper”. Detta är en existentiell modell (Magne 1999), det vill säga betraktar matematikförmågan som en del av livet självt.

Den nya specialundervisningen utnyttjar de moderna tankarna inom matematikdidaktiken och specialpedagogiken. Också SUM-eleverna ska upptäcka matematikens abstrakta strukturer. Detta medför att undervisningen måste individualiseras.

Det gäller också att städa ut traditionella element, så att de nya aktiviteterna får utrymme. Småstegsmetoden måste vika för så kallat prototypinlärande. De svårinlärda räkneuppställningarna förvisas till museet och ersätts av bekväma miniräknare. Lärarens undervisande roll blir mera som aktiv handledare än instruktör.

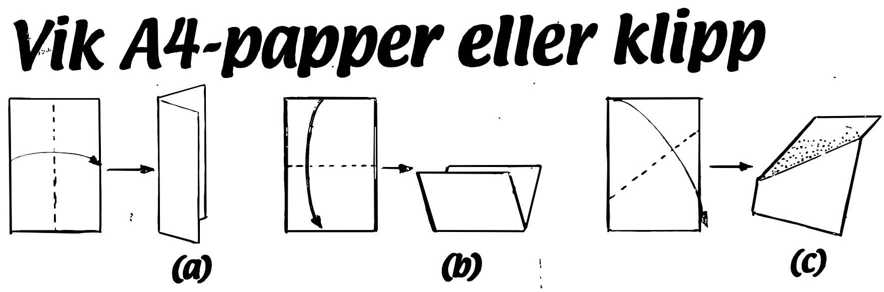
Matematikklinikförsöket

Magnes undersökning kom ut 1958 och ledde redan den 28 augusti 1963 till att regeringen uppdrog åt dåvarande skolöverstyrelsen att ge ut föreskrifter om ”undervisning i matematikklinik” för elever med låga matematikprestationer. Undervisningen fick statsbidrag från och med höstterminen 1963. Plötsligt år 1980 upphävde utbildningsdepartementet dessa matematikkliniker. Alla slags anslag ströks ur den statliga budgeten. Kommunerna fick överta ansvaret. Det var faktiskt ett hårt slag.

Matematikkliniken var ett försök i den nya specialpedagogikens anda (Magne 1998). Vi som startade, utarbetade en särskild försöksmetod. Metoden kallade vi laborativ matematik. Detta var under den moderna matematikens tid så vi satte som mål att SUM-eleverna skulle lära sig det matematiska språket. Laborativ betydde för oss att använda ett praktiskt problem och resonera sig fram i grupp till en lösning med hjälp av det matematiska språket. Eleverna skulle alltså vara aktiva, tänka på egen hand och samarbeta socialt.

Låt mig illustrera metoden med ett exempel. Kollegan Ivar Carleke använde A4-papper i problem med bråk. Kanske startade han så här för några SUM-elever i årskurs 5. Eleverna har A4-papper. De började till exempel vika papper. Berätta hur det ser ut när du viker en gång. Andra sätt att vika en gång? Ja, låt oss se på detta papper – det är vikt på mitten. Hur är delarna lika? Andra sätt att vika och få två lika delar? Jämför delarna! Hur kan du visa att delarna är lika?

Nå, allt detta blir inte klart omedelbart utan måste diskuteras fram på många sätt och vid flera olika tillfällen och med olika praktiska problem.



Figur 1. Laborativt arbete med papper.

Här gäller det att tänka på mattespråket! Exempel på resonemang: Tror du halvorna i (a) är lika eller olika stora? Varför tror du det? Jämför en halva i (a) och en halva i (b)? (b) och (c)? Hur visar man att de är lika stora?

Lär dig berätta på mattespråket! – ”En halv, två halva, tre halva”. Att skriva på mattespråket:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$$

Kommentar: Ivar ville att barnen skulle upptäcka samband mellan matematiska problem. Så han lät barnen jämföra vikning (a) och vikning (b). Naturligtvis kom de fram till att de kunde göra ”fjärdedelar” och därmed bevisa att i vikning (a) och vikning (b) ”var halvorna lika stora”. Ivar Carleke syftade till att barnen skulle finna ett gemensamt mönster, först ett fysiskt, sedan ett tankemönster. Hans plan var att fortsätta ett tag med liknande problem, först då göra 2 parallella vikningar och låta eleverna finna att lösningen är ett liknande tankemönster som med en vikning. Läsaren kan själv föreställa sig Ivars lärarstrategi i fortsättningen. Lösningen av problem 1 blev alltså prototypen för de följande lösningarna. Vi kallar detta prototypinlärning.

I försöksverksamheten kom vi fram till en formel för inlärandet.

1) Upptäckande inlärande (”prototyp”-lärande). Pröva olika lösningar av ett praktiskt problem. Gärna autentiska problem, det vill säga verkliga vardagsproblem. Använd material som ni tror kan passa för er lösning. Visa (bevisa) varför ni tror på lösningen. Men tänk på att matematik alltid är abstrakt, aldrig konkret. Använd det matematiska språket. Sök gärna flera lösningar på problemet.

2) ”Gissa!” – Vid ett senare möte med ett likartat problem börjar ni med att ”Gissa”, det vill säga försök att lösa utan material. Uttryck er med det matematiska språket? Pröva så att använda materialet som ni hade i det tidigare problemet. Varför? För att kolla! Men pröva alltid praktiskt då ni är osäkra. Problemet i punkt 1 blev prototyp för följande försök.

3) ”Produktiv övning”. När du tror att du kan den här uppgiften, öva dig på egen hand med liknande uppgifter. Exempel: Du räknar uppgiften 55+45=100 i huvudet. Välj själv uppgifter i huvudräkning så att du får summan 100.

4) Använd aldrig konkret material passivt vid drillövningar, exempelvis som hjälpmedel i addition.

Vi utvärderade elevernas kunskapsutveckling och fann att många elever på ett läsår hade ökat prestationerna upp till cirka 1,5 läsår.

DEFINITIONSFRÅGAN – ATT KUNNA ELLER INTE KUNNA MATEMATIK

”Social dynamit!” – Så har dessa elever beskrivits i en amerikansk regeringsrapport: ”Social dynamite – those who possess no skill, who are unemployable and unschooled” (Lindsey 1965, s 57).

Hur många är det? I Sverige tycks antalet ha hållit sig omkring 15 procent under de senaste 50 à 60 åren. I andra länder är det ibland fler, ibland färre. Varför blir de ”social dynamit”?

Birgit klarar inte målen i läroplanen. Hon slutar årskurs 9 utan godkänt matematikbetyg. Vi känner hennes utveckling under alla nio skolåren och har år för år baserat vår bedömning på läroplanens mål att uppnå. Nej, hon har aldrig kunnat matematik! Trots specialundervisning. Den var inte effektiv i hennes fall. Hon råkar in i en ond cirkel av misslyckanden. Till sist ger hon upp. Resultatet är utslagning, kunskapsmässigt, socialt, känslomässigt.

Resultatet bestäms i stor utsträckning av hur läroplanen och dess utbildningsmål är utarbetade samt betygssättningen i grundskolan. Vi får definitionen: *Att inte uppnå läroplanens utbildningsmål eller, operativt, att inte få betyget godkänd i matematik är Särskilt utbildningsbehov i matematik (SUM)* (Magne 1998, 1999, 2003).

Genom historien går också en attityd av nedvärdering. Visserligen säger vi inte att en elev är obildbar, men det är ofta defektinriktade värderingsord vi använder, ord som matematiksvårigheter och ännu hellre utländska ord som dyskalkyli. Jag har själv använt båda.

I dag brukar man föra fram neutrala termer. Det är EU som har föreslagit Särskilda utbildningsbehov i matematik. Beteckningar i förkortad form som SUM, SUM-elever kan också anses vara neutrala.

Vem bär ansvaret för misslyckandena? Många anser att det bara är eleven det beror på. Men visst beror det till någon del på matematiken? Beror något på läroplanen? Undervisningsmetoden? Oss lärare själva?

Blev Birgit hjälpt? Kunde hon ha blivit hjälpt? Det är här specialpedagogiken kommer med i spelet.

En gång i tiden hade vi den trosuppfattningen att ”räknesvaga” elever var avvikare, handikappade, bar på en särskilt destruktiv gen, var hjärnskadade. Alltså, de är så speciella att de måste få en speciell undervisning. Detta stämmer nu inte med våra erfarenheter, det vill säga i fråga om SUM-elever. Vi har slutat tänka i sådana termer. Hur ser speciell undervisning ut? Men inte heller mellan den vanliga undervisningen och så kallad specialundervisning har vi funnit någon principiell olikhet. Matematikundervisning är matematikundervisning både då den går till väl presterande elever eller till svagt presterande elever. De flesta experterna föredrar en inkluderande undervisning – en undervisning lika för alla.

Specialundervisning i matematik vill jag definiera som (Magne 1998, 2003):

All den undervisning som skolan anordnar för elever med särskilda utbildningsbehov i matematik. SUM-undervisning är för SUM-elever. Således har vi tre aktörer i detta spel:

- Matematiken (M),
- Eleven (E) som inte är godkänd,
- Sådant som gör att eleven inte är godkänd (”nätverket”, N).

Ordet MEN bildas av initialerna i Matematiken, Eleven och Nätverket. Förkortningen MEN sammanfattar den uppfattning som Henschen en gång föreslog och nu brukar kallas faktorsamspels-modellen (MEN-modellen): Att kunna eller inte kunna matematik beror på samspelet mellan flera faktorer. Ingen ensam faktor gör att en elev kan eller inte kan matematik.

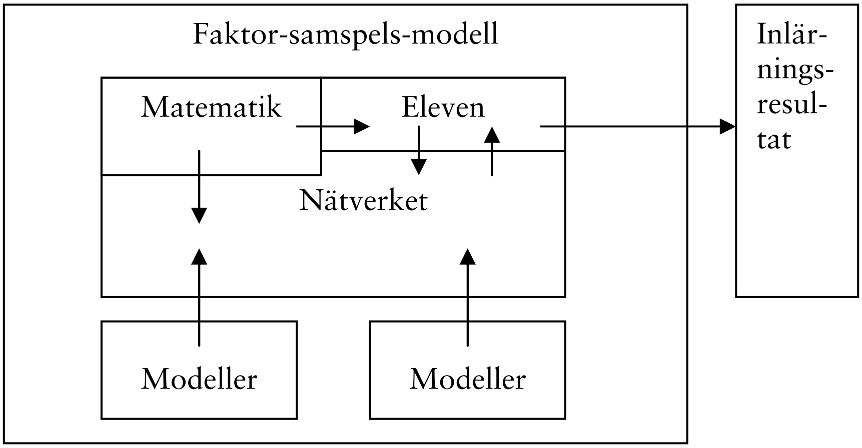
Att inte kunna matematik hänger ibland samman med att just matematikens abstrakta natur hindrar lärandet. Någon har sagt att alla som studerar matematik förr eller senare når sin inkompetensnivå. Också universitetsprofessorn i matematik. För elevens del finns hos de flesta en begränsning i fråga om begåvning, uthållighet och arbetslust, annat inte att förglömma. Och omgivningen är uppfylld av såväl stimulerande som hämmande influenser.

Jag vill föreställa mig matematiken som ett delvis självreglerande system av abstrakta strukturer styrt med hjälp av det matematiska språket.

Jag vill föreställa mig eleven som en självständigt tänkande, omdömesgill biologisk individ styrd av behov, motivation och känslor.

Jag vill föreställa mig nätverket som det ekologiska system vilket eleven tillhör och utvecklas i. Hit hör bland annat familjemiljö och skolmiljö med normer, skollagar, läroplaner, organisationsformer och undervisningsmetoder. Följande figur utgör en illustration.

Ekologiskt systemtänkande



Figur 2. Modeller kring en ny specialundervisning i matematik.

DET MATEMATISKA SPRÅKET

Typiskt för den nya specialpedagogiken är att den prioriterar det matematiska språket. Vi fann det vara viktigt att SUM-eleverna lärde sig det matematiska språket. Var och en som öppnar en lärobok i exempelvis algebra inser att fackspråket i matematik är mycket speciellt. Det har ett särskilt ordförråd. Det utmärks av logisk stränghet och konsekvens. Redan i vardagsspråket är det matematiska särdraget påtagligt. Man ska resonera klart och redigt.

Låt mig ta exempel från taluppfattning. Det är framför allt genom belgarna Deloche och Seron (1987) som vår kunskap om det matematiska språkets roll i taluppfattningen belysts. I Deloches och Serons teori använder vi två skilda talsystem: Vardagsspråkets talord och tiobassystemet med arabiska siffror i det matematiska språket.

Låt oss börja med talorden. (det vill säga ord som ”ett”, ”två”, ”femton”, ”ett hundra”, ”två tusen sex”). Talorden är abstrakta ord. De bildar ett logiskt system. Vi brukar efter Deloche och Seron dela in talorden i tre delsystem:

1) entalen (noll till och med nio) men de tycks vara konstruerade utan logisk grund,
2) ord inom tiotalet (tio, elva, ..., nitton), de är i stort sett härledda ur det första delsystemet,
3) ord för tiotalen och efterföljande hundratal etc., helt härledda från delsystem 1 och 2 (man ”byter” hundra och tusen mot tio för att få fram ”hundra”-, respektive ”tusen”-serierna).

Alla flerledade talord byggs samman genom ordsammansättningar ur dessa tre system på ett regelmässigt sätt, som ”tjugo-ett”, ”tvåhundra femti”, ”ett tusen ett”. Kunskapen om talorden bygger alltså på att redan små barn har förmågan att resonera kring talordens system och upptäcka delsystemens språkliga helhetsmönster. Barnen ska också inse att tal är abstrakta objekt. Att lära taluppfattning har mycket avlägsen anknytning till de system av ljudföreteelser (fonem, grafem etc.) som man brukar förknippa med till exempel läsinlärning och rättstavning.

Talordssystemet är en helhet som också innehåller tre språkligt grammatiska komponenter, vilket gör det användbart för kommunikation:

- lexikonet, det vill säga samlingen av använda talord,
- syntaxen, som består av regler hur man uttrycker sig och kommunicerar, samt
- semantiken med vilken man resonerar och förstår talens mening.

Dessa tre komponenter gör att en person som behärskar systemet använder talorden meningsfullt och utan motsägelse mot systemet. Den som bryter mot sammansättningsreglerna skapar sådana illegala talord som ”tretti-elva”, ”tjugotre-hundra”. Barn korrigerar i regel snabbt sådana misstag. Vi vet exempelvis att spegelvända och omkastade siffror är ovanliga efter årskurs 3. Däremot kan vid hjärnskador sådana felaktigheter bli bestående.

Det matematiska språket använder både talordssystemet och tiobassystemet. Matematikinlärandet innebär härvidlag att barnen lär sig se sambanden mellan båda systemen. I själva verket förvärvar barnen en ”känsla för tal”, en helhetsförståelse. De förstår att översätta talord till tiobassymboler, och omvänt. De lär sig de kodningsregler som gäller i vart och ett av de två systemen. Således översätts ”tretton” till ”13” och inte till ”31”, ”ett tusen femton” till ”1 015” men inte till ”100015” eller ”115”, andra lagstridigheter inte att förglömma. Illegala kodningar förekommer om barnen inte tänker enligt kodningsregler. Kodningsfel är vanliga innan barnen upptäckt de logiska sammanhangen.

Kort sammanfattat: *För att lära taluppfattning verkar inte språket genom osorterad kommunikation utan genom relationer av tre slag: ordförrådets logik (lexikon), regelsystemet (syntax) och begriplighetens struktur (semantik).*

Den nya specialundervisningen

Den nya specialundervisningen förutsätter att våra elever är tänkande människor, inte mekaniska robotar. Så har de också omdömesförmåga, nyfikenhet och upptäckarglädje. Lär de sig något är det till följd av deras aktiva kreativitet och mycket annat av samma sort. Skolans elever lär mycket lite genom att traggla med små, små steg som mekaniska robotar.

Den nya specialundervisningen väljer alternativet att läraren ska handleda, stimulera, ge anvisningar. Märk väl! Det är läraren som undervisar. Det är läraren som leder arbetet. Undervisningen förutsätter aktiv medverkan av eleven. Undervisningen tror att eleven redan fått färdiga kunskaper från livet med familj, grannar och jämnåriga. Matematik handlar om att en elev lär sig matematik i ett socialt nätverk tillsammans med lärare, föräldrar och andra.

Typiska drag? Jag vill föreslå fyra typiska drag. Sätt samman initialerna och Du får ordet LUPP! Och de fyra dragen i den nya specialundervisningen sammanfattas i ordet LUPP-metodik. Luppmetodik är lika utmärkande för den nya specialundervisningen som den vanliga undervisningen:

- Livsmatematik (L),
- Upptäckande inlärning (U),
- Prototyp-inlärande (P),
- Produktiv övning (P).

Livsmatematik

Vi talar om livsmatematik. Den är till för alla. Livsmatematik är att möta, bearbeta och besluta om problem i vardagen: Utnyttja elevens egna vardagserfarenheter om saker, boende, hushåll, kläder, resor, hygien. Skolans mål är att ge eleven beredskap som samhällsmedborgare (Bradal 1999, Carli 1952, Engström 1999, Sonnabend 1985, Wilson 1951).

Varför kände Birgit hinder att lära? Man kan undra om läroplanen passade henne. Därnäst den traditionella inlärningstekniken.

SUM-elevernas praktiska matematik ansluter nästan alltid till det sociala livet. Det handlar nästan bara om pengar. De köper kläder, äter godis, går på bio.

Hur lär de sig matematik? Svar: De vill göra riktiga saker. Det blev livsmatematik. – Vad är livsmatematik? Svar: *Livsmatematik är vanlig matematik, tillämpad på vardagens verklighet.*

Vi fann så småningom att Birgit och de andra SUM-eleverna lärde sig matematik som tillhörde två olika, men inte obesläktade världar, nämligen

a) saker som de särskilt intresserar sig för (också skämtuppgifter)

och

b) saker som hänför sig till var och ens sociala livskvalitet.

Upptäckande inlärning

Eleven bör själv söka kunskap. Detta ville jag antyda med exemplet med Ivar Carlekes och hans SUM-elevers bråkräkning. Också det matematiska språket hör till det som upptäcks (Magne 2001).

Prototyp-inlärande

Inga ”små steg”. Metoden förutsätter att övningstyper är olika viktiga. Vissa stoffelement är centrala, mer representativa och därför typiska för ett givet stoffområde. I samband med räkneläror säger man ibland: typexempel-metoden.

Exempel: Kollegan Ulla Öberg håller på, med praktiska problem i taluppfattning av 0, 1, 2, 3, 4, och 5. Mitt i alltsammans under första lektionen överraskar hon eleverna med talet 34. Chock! Konflikt! Ja, men så får barnen uppleva att en trea plötsligt är nästan tio gånger större än en fyra. Fråga: ”Varför gör vi så?” Svar: Vi väljer protyper som ska leda barnen till att upptäcka viktiga matematiska strukturer.

PRODUKTIVT ÖVANDE

Vi tror inte på mekaniskt övande i småstegsmetodens anda. Sådant passiviserar. Öva målinriktat. Förmå eleven till ständig eftertanke.

Exempel: I småstegsmetoden övades många kombinationer mellan ental, som 2+3, 2+2, 3+2, 2+1, 3+1, 3+2 (kanske 25 gånger) och detta upprepades för tvåsiffriga tal 11–20 och fortsatte i skolans alla nio årskurser. Före 1950 kom barnen inte längre än till talområdet 0–20 under de båda första terminerna i årskurs 1. Men det är absurt. Har barnet till exempel insett att 2+1 = 1+2, så är drill med kommutativiteten onödig för alla de övriga entalen. Detta barn briljerar kanske med att 2 000 000 000 + 1 000 000 000 = 3 000 000 000. Kanske utan att veta vad det står.

TVÅ EXEMPEL OM ELEVAKTIVITETER

Den nya specialundervisningen vänder upp och ned på många invanda åsikter. Här är två exempel från nybörjarundervisningen.

- Barnen måste inte analysera naturliga tal i tur och ordning från det minsta till de allt större.
- Barnen måste inte möta bara addition på höstterminen i årskurs 1 och träffa på division först i årskurs 3 eller rent av årskurs 4. Alla räknesätten kan vara med från början.

Med elevernas samtycke låter läraren det bli lite huller om buller i de traditionella sedvanorna. Här är några exempel (Magne 2003).

Exempel 1: Talsystemet. Tiosystemet är med från starten. Det är klart att läraren koncentrerar sig på de ensiffriga naturliga talen, gärna talen 0–5 i början. Viktigt är att barnen upptäcker tankeprinciperna i talrelationerna. Under intensivt diskuterande med hjälp av det matematiska språket. Exempel: Fyrans grannar är 3 och 5. Fyra är dubbelt så mycket som två. Hur kan 3 delas upp? (2+1; 1+2; 1+1+1). Kommutativiteten i addition och multiplikation: 2+3=3+2. Alla ensiffriga tal behöver inte övas i detalj. Vi använder prototyp-undervisning.

Vissa tal blir viktigare än de andra, som 5, 10, 100. Delbara tal. Inte delbara tal (primtal). Nollans roll i tal som 10, 20, 100.

Men barnen möter nästan aldrig ensiffriga tal i verkligheten, bara i skolan. Ingenting kostar 2 kronor i dag. Redan i nybörjarklassen blir det naturligt med utflykter till stora tal. Man kan inte hindra barn att välja uppgifter med stora tal! Skorna kostar kanske 342 kr. För bilen betalade man 150 000 kr. Den nya soffan kostar 2 035 kr. Vad betyder då nollan i soffans pris? Skidpjäxorna 1.005 kr. Varför skriver man nollor där? Ser du skillnaden då du skriver talet för bilen: 150 000, och för pjäxorna: 1 005? Det är logiken i mattespråket som barnen ska tänka med.

Exempel 2: Alla räknesätt från början. En känd fördom är att räknesätten ska läras i en bestämd ordning: addition i ettan på hösten, subtraktion i ettan på våren, multiplikation i tvåan och division i trean. Detta är traditionell småstegsundervisning.

Med prototyp-undervisning får man en *annan grund för lärandet*. Tänk på att addition och subtraktion är motsatta räknesätt, två matematiska strukturer som är nära släkt. Av samma skäl är multiplikation och division nära besläktade. De kompletterar varandra och bör läras tillsammans.

Alla räknesätten kan starta i nybörjarklassen. Man har i början huvudräkning. Samtidigt upptäcker barnen att det finns vissa mönster i räknandet. Läraren kallar dem räknemönster, räknelagar eller tankeregler etc.: ”Hur tänker du: 1+8=?” Naturligtvis med kommutativa ”räknemönstret”. Det är lättaste att börja med åttan – så 8+1=9. *Samtidigt* kan barnen fundera på det omvända räknesättet: 9-1= ?

Tiosystemet utnyttjas vid ett senare tillfälle: ”Hur räknar ni 43+28?” Det kanske blir så här 40+20=60; 3+8=11; 60+11=71. ”Försök att finna ett annat sätt!” Så här: 43+20=63; 63+8=71. 40+28=68; 68+3=71. Någon prövar 41+30=71 (sofistikerat elegant). En annan 40+25=65; 65+6=71 (listigt). Det är elever som utnyttjar sina tankeregler. Uppfinningsrikedom kan ge ovanliga upptäckter.

Det är knappt värt att ge sig in på traditionella uppställningar. De är svåra att lära, särskilt i multiplikation och division. Miniräknaren måste barnen lära sig att förestå. Men det går fort för de flesta barn. För SUM-eleverna är den oundgänglig.

KAN VI VÄNDA UTVECKLINGEN?

Låt oss nu tänka efter vad Birgit uppnått. Jag tror mig kunna säga att hon uppnådde sina kunskapsmål i en skola med traditionell matematikundervisning med förmedlingsmodell, småstegsmetod och sådant.

Vad hade den nya specialundervisningen kunnat uträtta. Svar: Det är lite vi vet. Matematikklinik-experimentet visade att man kan få vinster. Men det var tydligen ingen som då trodde på det. I Tyskland har flera författare också haft framgång i experimentella undersökningar. Jag vill bland annat nämna Petra Scherer som ni kan möta här i Örebro. Slutsats: Vi måste fortsätta att pröva de nya tankarna i skolmiljöer av olika slag. Som Petra Scherer säger i sin doktorsavhandling ”är den teoretiska behandlingen allmängiltig och erbjuder tolkningar och perspektiv som kan tillämpas på dagens undervisning” (Scherer 1995, s 362).

KRITIK AV LÄROPLANERNA – VARDAGSMATEMATIK

I den nya specialundervisningen i matematik frågar man sig också om inte själva matematikkursen i läroplanen har brister. Man har antytt att skolkurserna är så starkt akademiskt präglade att de missgynnat Birgit och de andra SUM-eleverna.

Sysslar SUM-eleverna med en matematik, som är fel prioriterad för dem? Behöver de just detta lärostoff? Kanske inte! Är det därför Birgit och många av hennes jämnåriga hatar mattetimmarna? Ger skolan SUM-eleverna rätt beredskap för deras framtida liv? Svar: Vi vet nästan inget.

Särskilt olyckligt är det att SUM-elever, som händelsevis får plats i yrkesprogram, tvingas att bara läsa den formaliserade A-kursen. Den innehåller egentligen stoff från grundskolan som de hatar eftersom de redan har misslyckats med det.

I den internationella diskussionen tänker man mer och mer på frågan hur matematikundervisningen bäst ska förbereda eleverna för olika livsuppgifter efter utbildningen. Sådana studier som de om Brasiliens gatubarn och USA:s etniska minoriteter har stimulerat debatten (se Ahmed, Williams & Kraemer, 2000).

Hur ser det lärostoff ut som SUM-eleverna behöver för sitt vuxna liv?

Den nya specialpedagogiken jämställer de praktiska stoffmomenten med de ”akademiska” och vill öka dem. Det gäller all utbildning från förskolan till gymnasieskolan. Vardagsmatematik har redan plats i läroplanerna. Men det räcker inte med allmänna ord om saken. Vi behöver dessutom specificering. Vad ska lärokursen innehålla i fråga om livsmatematik? Vi inom den nya specialpedagogiken valde ju att rätt mycket satsa på praktiska problem. Sådana man har att göra med i kamratkretsen, hushåll och privatekonomi, hälsa, yrke och fritid.

Livsmatematik förs därmed in i centrum av SUM-elevernas matematikundervisning. Livsmatematik och vardagsmatematik. De antas spela en central roll i den vuxnes tillvaro.

Man kan i detta allmänna sociala matematikmönster urskilja några grundläggande områden för livs- (eller vardags-) matematiken. Olika författare har framfört skiftande förslag (Bradal 1999, Sonnabend 1985, Wilson 1951). I några arbeten har jag visat på möjligheten att utarbeta planer för en mer systematisk undervisning om livsmatematik. Följande inlärningsområden kan ses som viktiga:

1. privatekonomi,
2. mediamatematik, till exempel. information i tidningar och TV,
3. sociala och biologiska livsvillkor, hälsa, mat, bostad,
4. natur och teknik,
5. fritid, estetik, konst och musik,
6. samhällets ekonomi och politik, samt
7. yrkesmatematik, det vill säga matematik i anknytning till jobbet.

Sammanfattningsvis: SUM-eleverna behöver bland annat lära att lösa vardagsproblem. För dessa elevers livskvalitet har vardagsmatematiken stor betydelse. Lägg märke till följande:

- det rör sig om att lösa praktiska problem med hjälp av matematik,
- matematikstoffet svarar mot grundskolans lägre årskurser,
- det är ”lätt matematik”,
- det är mycket av räkneteknik. Miniräknare är hjälpmedlet,
- problemen är ämnesövergripande. Bland annat med hjälp av logiskt resonemang.

Nästan alla barn känner sig lyckliga när de börjar med matematik i förskolan eller grundskolan. Glädjen minskar för många barn. I årskurs 9 känner många barn skam, ångest eller hot. I vissa yrkesprogram känner majoriteten av eleverna avsky, ofta flickor. Är tiden inne för att ändra på detta?

Redan på 1920-talet kände man till att vissa delar av skolmatematiken sällan används i vardagslivet. Detta gäller kanske främst räkneuppställningarna, enkla algoritmer och deras tillämpningar. En oproportionerligt stor del av undervisningen ägnas åt dessa mekaniska tekniker. Sällan gör vuxna beräkningar av typ räkneuppställningar enligt ”Frökens metod” eller ekvationer enligt ”Adjunktens metod”.

Varför är det så angeläget att konservera dem? Nya hjälpmedel finns, till exempel datorn och miniräknaren. Dem ska förstås SUM-eleverna utnyttja. Räkneuppställningarna kan de med fördel överlämna åt historieläraren.

VAD KAN EN ELEV MED SÄRSKILDA UTBILDNINGSBEHOV I ÅRSKURS 9?

Vad kunde Birgit när hon slutade årskurs 9 och vad kunde hon inte? Jag gör en summarisk sammanställning:

- Taluppfattning – praktiska uppgifter med naturliga tal klarar hon hyggligt. Avrundar kr/öre, avslöjar strax försök att lura henne på växel. Mycket ojämn i enkla procentuppgifter. Komplicerade uppgifter misslyckas helt. Bråk går inte.
- Geometri – svag. Enkel praktisk mätning går hyggligt.
- Räknesätten – kan ingen algoritmräkning. Klarar enkel räkning med räknemaskin.
- Algebra och ekvationer – inga kunskaper.
- Enkla praktiska uppgifter – lyckas rätt väl.

Sammanfattning: Hennes prestationer svarar mot färdigheter av praktisk natur (Engström & Magne 2003). Men sådana kan hon ha lärt sig i vardagslivet utanför skolan. Vad har hon lärt sig i skolan under 9 skolår?

KRITIKEN MOT DEN KLASSISKA SPECIALUNDERVISNINGEN I MATEMATIK

Klassisk specialundervisning kritiserades för att den tycktes vara inställd på en passiv förmedlingsdidaktik, enligt vilken läraren skulle ”lära ut”, fylla eleverna med färdigheter. Man har också kritiserat den så kallade småstegsmetoden. Enligt denna är lärostoffet sorterat i var för sig oberoende små, små avsnitt. I vissa tyska länder är småstegsmetoden förbjuden.

I själva verket kan ingen ”lära ut” (ordet saknas egentligen i svenska språket). Det heter lära (= lära in). Men det är eleven, lärjungen, adepten, lärlingen, discipeln, gesällen, etc. som lär. Ingen, vare sig utbildningsministern, läroplansförfattaren, skolchefen, läraren eller instruktören, kan ”lära ut” åt eleven.

Referenser

Ahmed, A., Williams, H. & Kraemer, J.M., red. (2000): *Cultural Diversity in Mathematics Education): CIEAEM 51*. Chichester: Horwood.

Bleidick, U, & Häckel, G. (1970): *Praktisches Handbuch des Unterrichts in der Hilfschulen (Lernbehindertenschulen)*. Berlin: Marhold.

Bradal, R. (1999): Synspunkter på matematikk i utdanningen sett i lys av matematikkens rolle på to utvalgte arbeidsplasser. *Nordisk Matematikkdidaktikk*, 7(2), s 7–27.

Carli, O. (1952): *Vardagsräkning*. Stockholm: Ehlins.

Deloche, G. & Seron, X., red. (1987): *Mathematical Disabilities: A Cognitive Neurological Perspective*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Engström, A. (1999): *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik*. Arbetsrapporter från Pedagogiska institutionen, 2. Örebro Universitet.

Engström, A. & Magne (2003): *Medelsta-matematik. Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lpo 94?* Rapporter från Pedagogiska Institutionen, 4. Örebro Universitet.

Henry, J. (1965): Hope, delusion, and organization: Some problems in the motivation of low achievers. I L.G. Lindsey, red: *The low Achiever in Mathematics*, s 7–16. Washington, D.C.: U.S. Department of Health, Education, and Welfare.

Henschen, S.E. (1920): *Klinische und anatomische Beiträge zur Pathologie des Gehirns. Über Aphasie. 5. Teil*. Stockholm: Nordiska Bokhandeln.

Magne, O. (1958): *Dyskalkyli bland folkskoleelever*. Göteborgs Universitet, Pedagogiska institutionen.

Magne, O. (1998): *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.

Magne, O. (1999): *Den nya specialpedagogiken i matematik*. Psykologisk-pedagogiska problem 655. Lärarhögskolan i Malmö.

Magne, O. (2001): *Barn upptäcker matematik: Aktiviteter för barn i förskolan, grundskolan och särskolan (3–10 år)*. Umeå: Specialpedagogiska Institutet.

Magne, O. (2003): *Fem föredrag om den nya undervisningen för elever med särskilda utbildningsbehov*. Klepp, Norge: Info Vest Forlag.

Nilsson, H. (1999): *Upptäck din förmåga att lösa problem*. Malmö: Kritan.
Scherer, P. (1995): *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule der Lernbehinderte*. Heidelberg. Universitätsverlag C. Winter.
Scherer, P. (1999): *Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwierigkeiten: Fördern durch Fordern. Band 1*. Leipzig: Klett.
Sonnabend, T. (1985): Noncareer mathematics. I C.H. Hirsch & M.J. Zweng, red: *The Secondary School Curriculum. 1985 Yearbook,* s 107–118. Reston, VA: NCTM.
Wilson, G.M. (1951): *Teaching the New Arithmetic*. New York: McGraw-Hill.

Middletown (Medelsta)

1977 – 1986 – 2002

Arne Engström

Örebro University, Sweden

&

Olof Magne

Malmö University, Sweden

Abstract

Middletown (Medelsta) is the pseudonym for a Swedish municipality of some 25,000 inhabitants where a total inventory of mathematical achievement of the students of the Grundskola was carried out at three different points of time that is in April 1977, 1986 and 2002. By making comparisons between the three populations of the respective age cohorts it is possible to assess the changes of achievement in course of time related to changes of curriculum and age of the students. The differences as to mathematical achievement between the three years were mainly insignificant. Among other things the multifactorial interplay model will be discussed.

Introduction

This is a research project in order to secure knowledge of some aspects on the mathematics achievement in Swedish compulsory education systems. It may be looked upon as one of the biggest Swedish research projects in the last three decades. It has contributed with new information and model thinking in the discussion of mathematics education.

We chose to investigate mathematics achievements in the compulsory school system, the Grundskola, of one well-selected Swedish municipality of 25,000 inhabitants. We have called it Medelsta – or to use an English corresponding word – *Middletown*.

The Middletown investigations

The mathematical achievements of the students in Middletown were investigated at three different occasions, 1977, 1986 and 2002. The investigation comprised all students of the Grundskola from grade 1 to grade 9, approximately 2,000 students. The students are from seven to 16 years old. The testing took place in March–April each year – that is 1977, 1986 and 2002 respectively.

There were curriculum reforms in the years of 1969, 1980 and 1994. The background philosophy of each curriculum was thought to differ from one another. For instance in 1969 "new maths" was thought to define the aims and content. The 1980 curriculum was characterised as "back-to-basics". In the 1994 curriculum problem solving seems to be a lodestar, among other things. By all reasonable suppositions these reforms ought to influence the outcome of mathematics learning and teaching differently, hopefully to the better.

It should be stressed that the same tests were used in all investigations. We concentrated on the achievement only and used a set of testing instruments, called the *Middletown diagnoses*, specifically constructed by Olof Magne and teachers in the Middletown Grundskola system. The diagnoses consist of 674 items. The testing programme is summarised in table 1.

Table 1. The Middletown diagnoses' allocation to different grades.

Grade	Diagnoses										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	x	x									
2			x	x	x						
3					x	x	x				
4						x	x	x			
5							x	x	x		
6								x	x	x	
7								x	x	x	x
8								x	x	x	x
9								x	x	x	x

As to scope and depth *The Middletown studies* may surpass most studies that have been carried out in order to throw light upon the mathematical behaviour of this age group of students and the structure, characteristics and factors of the

1. mathematics in the Grundskola,
2. students, and
3. environment and school conditions and administration, including curriculum/syllabus of mathematics.

Thus, with this set of tests it was possible to compare the achievements of the Middletown students in many ways, not only between the different grades, different individuals or groups of individuals, but also between the different years and between different curricula and, in addition, achievements in various main areas of mathematics.

Some objectives of the investigations were as follows:

- to find how the students' achievements develop from year to year,
- to compare the rate of achievement growth in relation to attainment aims of the successive Swedish National Curricula,
- to see how the mathematical achievement of today is related to analogous skills and knowledge 1977 and 1986,
- to get information what the students achieve in different main areas,

- to find out why teachers say that there are more mathematical difficulties with older students than the younger ones (the complexity model).

The Middletown investigations aimed at disclosing information on the elementary parts of the curriculum. The items were chosen from four basic criteria:

A. Grade typical criteria, that is the grade level when the learning begins for one particular type of item (task).

B. Mathematical main areas; simple and various complex items in areas called P for problem solving and mathematical language, N for number and number sense, G for form and geometry, ASMD for the four rules, D for descriptive statistics, and F for functions etc.

C. Retention criteria. For elementary learning tasks (items) a score of 90 per cent was considered necessary and sufficient.

D. Complexity. The gradual decrease of achievement in grade typical tasks (items) would be caused by increasing complexity of the item factorial structure.

In a special section we will discuss the topic of students with special educational needs.

Middletown – Statistical data and their interpretation

These are the main results.

1) Nearly all of these items displayed the same score distribution in the investigations of 1977 and 1986. We got the following result. If a score were about 50 per cent in 1977, the 1986 score would also be about 50 per cent. For an item with a 90 per cent score in 1977 the score of 90 per cent would be reached in 1986. It means that there were no significant differences between item scores or arithmetical means between the 1977 and the 1986 testing. The interpretation would be that the Middletown students tend to get the same score in both years.

Please recall that in 1977 school was ruled by the idea of "new maths" while "back-to-basics" was in vogue in 1986.

2) A comparison between 1986 and 2002 showed that, in both investigations, 530 items were solved with about the same item scores (79 per cent), 5 per cent had significant higher scores 2002 than 1986 and 16 per cent had significantly lower scores 2002 than 1986. We accept the interpretation that students tend to give the same correct answers 1977, 1986 and 2002 in spite of the fact that curriculum reforms took place.

3) There is a downward slope of the scores with higher grades. The scores are highest in the lower grades. In grades 1 and 2 they are particularly high (8 to 9 years of age respectively) and amount there to 82 and 86 per cent respectively. The scores then sink steadily through the grades until they reach the low-water mean score of 68 per cent in grade 9.

4) It is first of all the "grade typical items" that are affected in this downward trend. We suggest that this effect is due to an increase of complex items in the syllabus of the higher grades. Our definition of a complex item is that there is growing amount of factors (operationally defined as participation of increasing number of mathematical areas) involved in the learning and solution process of such an item. This has lead to the establishment of the so-called *complexity model*. It indicates that degree of complexity is one effective condition that determines achievement in mathematics.

5) The effect of curricula reforms is remarkably poor. Thus, the elementary mathematical skills remain nearly the same through the 25-year period of the investigations in Middletown independent of the reforms passed by *the Swedish Parliament*. Considering the results just mentioned about the downward slope the curriculum seems to be cause of failures in mathematics.

6) Are mathematics students "social dynamite"? We think not! Nevertheless, look at an article in the newspaper *Dagens Nyheter* on the 15 February 2003: "(Technical) students more and more stupid in mathematics". We have weighty arguments for an increase of mathematical skills during the fifty-year period after the implication of THE GRUNDSKOLA. The essential reform of the compulsory school in Sweden took place in the early

1960's. Before that time there was a school system, composed by the "Folkskola" of seven or eight compulsory school years and a voluntary "Realskola" from the age of 11(13) for those students with certain qualifications. But by Parliamentary resolution the compulsory education increased from seven to nine years. In addition the cohort in tertiary education increased immensely, so that now the rule is a 12-year school (up to the age of about nineteen). – Our results show that there is an increase of mathematical skill for each consecutive school year of the Grundskola. As a supplement to this fact, it seems likely that the students' knowledge continues to grow as long as the students continue their mathematical studies. We suggest that not only Middletown but also the whole nation of Sweden knows more mathematics in the year of 2002 than before the reform period 1960 to 2003.

7) One last issue concerns the enormous variation in skills. In most tests some students come near the maximum while others get no more than one or two items correct. But the background of these students varies too. Most observations indicate that the variability in mathematical skills is due to a complex factorial space of several dimensions.

Firstly, a close analysis indicates that in some cases the *structure of mathematics in itself* is responsible for success or failure in an item. One example is the effects of the *complexity model.* This was demonstrated by the composition of items where one two, three or four mathematics main areas are included. The score goes down proportionally to the number of areas represented in an item.

Secondly, we became aware of the effects of various student properties such as mathematical ability, math phobia, special needs etc.

Thirdly, there are cases where neither mathematical factors, nor student factors form the basis for success or failure. There are reasons to believe that troubled children are troubled systems. An example: In 2002, Middletown teachers take up an attitude of scepticism towards traditional computation algorithms. In the third grade in all Middletown classes the old method of setting down the numbers in a subtraction algorithm was questioned. Therefore the teachers used a mental computation method instead of the traditional method or the hand calculator. The result: lowered scores in subtraction items in the 2002 investigation compared with the 1977 and the 1986 investigations. Other examples concern the social climate in some classes, ethnical conditions, administrative routines, teaching practise, diagnostic procedures etc. The cause of success or failure is inherent in the environment systems. Thus, we found it necessary to introduce the term *didactogenic conditions*. They may be responsible for success or failure of single items.

We have indeed reasons to believe that the curriculum may cause both failure and success, as may also be the case with the official grading rules. As a matter of fact, the term "low achiever" is defined as a student with marks below the pass standard. Wrong use of teaching instruments, such as textbooks or so-called structural materials, seems to cause failure. Sometimes teaching itself gives rise to misunderstandings, failure, and maladjustment and, in the end, boredom, and burnout.

As a summary, we look upon the didactic theory of mathematics as an application of a *multifactorial interplay model* (Magne & Thörn 1987) with three essential dimensions, namely (a) mathematics, (b) student factors and (c) environmental (ecological) factors.

STUDENTS WITH SPECIAL EDUCATIONAL NEEDS IN MATHEMATICS

The first educational studies on students' difficulties in mathematics in Sweden were done by Magne during the 1950ies. In his study (Magne 1958) on dyscalculia amongst students in the primary school (folkskolan), Magne proposed a hypothesis on the 15 per cent lowest achievers in the school system. This is a rather heterogeneous group of students that has not more in common than that they have not succeeded to pass the goals in the syllabus.

We know from earlier studies that most errors of low-achievers are errors of understanding. The errors are systematic and without instructional intervention they often continue with the same error patterns for long periods of time.

The syllabus in mathematics for the compulsory school are binding regulations containing the requirements the state imposes on mathematics education. The syllabus distinguishes between *goals to aim for* and *goals to attain*. Goals to aim for express the direction the subject should take in terms of developing students' experiences. Goals to attain define the minimum knowledge to be attained by all students in grade 5 and grade 9. For the ninth grade the goals to attain for are the bases for assessing whether a student should receive the "Pass" grade or not. In table 1 one can see the percentages of students in grade 9 who did not meet the requirements in goals to attain for in the National Test in Mathematics during the last years.

Table 2. Percentages of students in grade 9 who did not attain the goals on the National Test (Skolverket 1999, 2000a, 2001, 2003).

Year	1999	2000	2001	2002
(%)	12	16	13	14

THE 15 PER CENT LOWEST ACHIEVERS

The downward slope of scores with higher grades that were found all years are more serious for the 15 per cent lowest achievers as they score far below the average of all students. There is a gradually marginalization of this group in the school system.

Table 3. Percentages of correct responses (%) and mean value (M) for the 15 per cent lowest achievers in grade 9 in comparison to students in other grades for diagnoses 8–11.

Grade	**Diagnosis**							
	8 (18)*		9 (22)*		10 (22)*		11 (26)*	
	%	M	%	M	%	M	%	M
9 15 %-group	64	11,5	59	13,0	29	6,3	12	3,2
4	59	10,6						
5	76	13,7	70	15,4				
6	82	14,8	74	16,3	55	12,2		
7	80	14,4	76	16,7	58	12,8	47	12,1

* Number of items on the diagnosis.

As can be seen in table 2 above the achievements for the 15 per cent lowest achievers in grade 9 approximately correspond to the average achiever in grade 4 on diagnosis 8. For the second last two diagnoses (10 and 11) they achieve far below the average student in grade 6 and 7.

In diagnosis 8 almost all items belong to the content being taught in grade 4. Only four items have a percentage correct answers higher than 80 per cent. Remarkable is the low achievements in diagnosis 11. The items here belong mainly to the content being taught in grade 7.

In diagnosis 11 no item get a higher percentage correct answers than 50 per cent. Half of the items (13) have a percentage correct answers less than 10 per cent. For six items (between one fourth and one fifth) there are no correct answers at all.

DISCUSSION

One interpretation of the Medelsta-study (Magne 1990) is that the school system produces students' difficulties in mathematics. Students in upper grades achieve lower results on grade typical items then students in lower grades. Students with special educational needs seem to be unfairly treated. It can be doubt if the lowest achieving students get an appropriate education in mathematics. Most of the content taught in upper grades (7–9th) can be said to be far above their present level of competency. They are, in fact, excluded from mathematics learning in the upper grades.

It has been questioned if the system is consistent with the overall educational goal of a school for all students. There will always be students who are not capable of reaching the goals to attain, i.e. some students are from the beginning convicted to fail in the school system.

Educational reforms of teaching and learning mathematics in classrooms and especially for students with special educational needs seem to be urgent. Many students with special educational needs could probably achieve the goals to be attained when important changes in the teaching and learning situations are made for these students and for the class as a whole.

Many studies (e.g. Page 1989, Oakes 1990, Gamoran 1993) have pointed to the poorer quality of low ability group classrooms. Not only the low achievers, but also all students will benefit from a mathematics education build on a different educational approach. The successful German project *mathe 2000* could serve as a model to develop.

One can probably distinguish between three different groups of students with special educational needs here. For the lowest achieving group of students the mathematics education should be organized according to so called social and life skills mathematics. The specifications of the syllabus are probably for this group unrealistic, and could be said to mainly fall outside these students competence field. The mathematics education is today inappropriate for these students. About one per cent of an age cohort can be supposed to belong to this group. Also for the middle group social and life skill mathematics could be said to the essential aims for their mathematics education. About five per cent of the age cohort belongs to this group.

CONCLUDING REMARKS

This presentation of *Middletown 1977 – 1986 – 2002-study* must for considerations of space be brief and cannot give a fair picture of the study with all its details and findings (for an expanding presentation see Engström and Magne 2003). Although many analyses remain to be done, we have so far presented a number of important empirical findings and theoretical contributions to the discussion of improving mathematics education.

The effect of curricula reforms is remarkably poor. Teachers continue to teach in traditional ways despite regular waves of educational reforms. The system for improving teaching we have had up to now must be called in question. In *The Teaching Gap* Stigler and Hiebert (1999) have pointed to the short fall of the attempts to improve mathematics teaching. From TIMSS we could learn that *teaching*, not teachers, is the critical factor.

Teaching is a system. Improving teaching means improving the system. All students, but probably above all students with special educational needs, will benefit by teaching mathematics from a different educational approach.

REFERENCES

Engström, A. & Magne, O. (2003): *Medelsta-matematik. Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lpo 94?* /Middletown Mathematics, Sweden. Students' recall of mathematics topics of the three successive Swedish curricula of 1969, 1980, and 1994./ Rapporter från Pedagogiska institutionen, 4. Örebro universitet.

Gamoran, A. (1993): Alternative uses of ability grouping in secondary schools: can we bring high-quality instruction to low-ability classes? *American Journal of Education*, *102*, p 1–22.

Magne, O. (1958): *Dyskalkyli bland folkskoleelever* /Dyscalculia amongst primary school pupils/. Göteborg: Göteborgs universitet. Stencil.

Magne, O. (1990): *Medelsta-matematik. Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt lgr 69 och lgr 80?* / Mathematics at Middletown, Sweden. Students' recall of mathematics topics of the two successive Swedish curricula of 1969 and 1980./ Pedagogisk-psykologiska problem, 539. Lärarhögskolan i Malmö.

Magne, O. (2003): *Literature on Special Educational Needs in Mathematics: A Bibliography with some Comments*. 2nd Edition. Educational and Psychological Interactions, 121. School of Education, Malmö.

Magne, O. & Thörn, K. (1987): *En kognitiv taxonomi för matematikundervisningen* /A cognitive taxonomy for mathematics teaching/ Pedagogisk-psykologiska problem, 471–472. Lärarhögskolan i Malmö.

Oakes, J. (1990): *Multiplying Inequalities: The Effects of Race, Social Class, and Tracking on Opportunities to Learn Mathematics and Science*. Santa Monica, CA: RAND.

Page, R. N. (1989): The lower-track curriculum at a Heavenly high school: cycles of prejudice. *Journal of Curriculum Studies*, *21*, p 197–221.

Skolverket (2003): *Ämnesproven i åk 9, 2002*. Stockholm: Skolverket.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999): *The Teaching Gap*. New York, NY: The Free Press.

Active Engagement with Teachers as Learners

Afzal Ahmed

University College Chichester, United Kingdom

Abstract

In this paper I will draw on the experience of more than 20 years at The Mathematics Centre (UCC) to illustrate how we have worked with teachers in helping minimise the conflict between the practical demands of classrooms and taking a wider educational perspective on teaching and learning of mathematics. This, I believe, is vital, particularly in developing provision to meet special needs pupils.

INTRODUCTION

> The teaching of mathematics requires constant research and research which aims to advance knowledge of the craft of teaching is just as difficult as research which aims to advance knowledge of mathematical techniques, and perhaps it is even more important. No one can do it better than those who are actively working in the classroom … (Fletcher 1955, p 2–4).

> Where research is embedded in teachers' own experience it holds more meaning and credibility for them (Ahmed 1987, p 42).

It is not my intention, in this paper, to present any formal conclusions but raise questions and to provoke thoughts on aspects of mathematics teaching and learning which the participants of this conference do not often have opportunities to consider in their work context. I will draw particularly on my work at The Mathematics Centre (UCC) concerned with low attainment in mathematics. This includes the two national government projects concerned with low attainment in mathematics which involved about 9000 teachers in 34 Local Education Authorities over six years in the UK, as well as the replication of the project approaches in other countries. I will inevitably touch upon the following three areas which I consider pivotal in addressing any issues concerned with mathematics education:

- the nature of mathematics,
- how people learn, particularly mathematics,
- perceptions of mathematics and the way people react to and engage with mathematics.

In a study of 215, 11 years old pupils in an 8–12 years middle school, Haylock (1986) asked teachers to consider a list of statements which referred to various factors often associated with low attainment in mathematics. For each child with a score of below 20% on a standardised mathematics test the teachers were asked to indicate whether in their judgement, the statements described the child. These statements were based on previous studies such Denvir, Stoltz and Brown (1982). Twenty-two statements are listed below with the percentage of low-attaining pupils for whom their teachers thought that the statements definitely or probably described them:

- has been considered low-attaining in mathematics from the first year in this school (82%),

- is low-attaining in most areas of the curriculum (79%),
- has poorly developed reading skills (77%),
- is equally poor in all aspects of mathematics (74%),
- has poorly developed language skills (70%),
- shows perceptual difficulties such as reversal of figures or poor spatial discrimination (45%),
- has immature motor skills (44%),
- is immature in relationships with other pupils (39%),
- shows little commitment or interest in mathematics lessons (39%),
- shows little commitment and interest in school in general (33%),
- has difficulty in relating to adults (33%),
- is nearly always preoccupied, appearing to find school and learning irrelevant (30%),
- has emotional problems related to an exceptional home background (30%),
- experiences social difficulties with the peer group (29%),
- displays behaviour problems, such as hyperactivity, in most lessons (26%),
- shows an abnormal level of anxiety towards most tasks in school (26%),
- shows an abnormal level of anxiety towards mathematics (26%),
- responds sensibly in a one-to-one conversation with a teacher but behaves badly in front of other children (24%),
- some physical factor such as deafness, poor eye sight, colour blindness, contributes to their low attainment in mathematics (18%),
- has been absent frequently in the last year (17%),
- seems excessively tired much of the time (14%),
- has suffered frequent changes of mathematics teachers or schools (5%).

The items at the top of the list suggest that pupils can be identified as low-attainers in mathematics by the age of 8, if not earlier and often remain in this category. Hart (1981) showed in her research that this often continued until the age of 16 when pupils left the school. The table below illustrates performance on three questions, clearly indicating little prowess from age 12 to 15 years. In some cases, performance declined.

Table 1. Performance on routine skills.

Routine skills					
263 + 978	Age	12	13	14	15
	% successful	85	89	88	88
2312 − 547	Age	12	13	14	15
	% successful	61	61	62	66
$1\frac{1}{5} - \frac{3}{5}$	Age	12	13	14	15
	% successful	58	52	48	46

In contrast, consider my observation of 13 year old pupils who could not do simple algebra in the classroom but during the lunch time computer club they were using the most complex algebraic expressions. When I asked them to explain the algebraic notation and relationships, they managed to do it fluently and with confidence. This kind of experience occurs frequently whenever I have observed pupils and had conversations with them.

The point I am making is that from my observation, teachers and parents, who are the first point of contact with pupils, do not find it easy to identify the learning difficulties of pupils. Often, their own perceptions of learning mathematics influences them. They frequently describe the difficulties in general terms such as in Haylock's earlier items or by statements such, "they find fractions difficult". Whereas in reality the nature of difficulty experienced by pupils can be varied and complex. Some of our current projects are concerned with sharpening this identification process by teachers.

I would like to illustrate the above further by using some examples. Take 11 year old Charlie, for example. When asked to subtract 70 from 109 on paper, he could not do it. His explanation went: "Zero from 9 you cannot do so put zero down. You can't take from 7, so put zero. There is nothing to take from 1, so you put 1". His answer therefore was 100. However, when asked to take £70 from £109, he immediately worked out by adding on to £70 that it would take £39 to get £109.

What this episode demonstrates is the gap between how people cope with mathematical situations they meet outside the classroom and formal classroom approaches. When teachers have seen the video of Charlie, their immediate reaction is to suggest that practical ideas and models should be used to explain the subtraction question. This can be as often counter productive as helpful. The simple subtraction sign, as seen on the video could be hiding many meanings behind it. For example,

14 – 9?	What is the difference between 14 and 9?	How much bigger is 14 than 9?
		14 minus 9
	Subtract 9 from 14	From 14 subtract 9
	What would you add to 9 to make 14?	How many more than 9 is 14?
	If you have 9, how many more do I need to make 14?	What is 9 subtracted from 14?
		Take 9 from 14
		14 take away 9

(Ahmed & Williams 2002.)

In the UK, there seems to be a great tendency among teachers to look for good ideas and resources for classrooms. If they work, they will be used again. If not, then they can always look for or wait until they find other resources. Among the aids used, blocks and tiles are often used to teach topics such as fractions which pupils find difficult.

I would like to probe the use of such models further. Consider the use of fraction blocks to help pupils add 1/2 + 1/4.

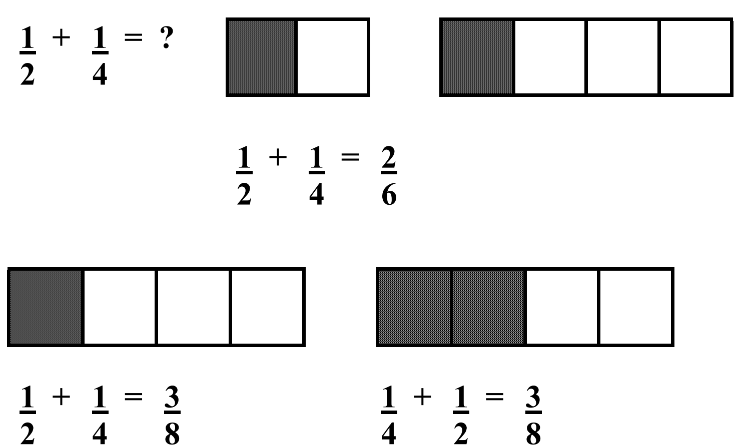


Figure 1. The use of fraction blocks to help pupils add 1/2 + 1/4.

Some pupils drew two rectangles and divided one in halves and another in quarters and counted the shaded parts to get the answer 2/6 and the total number of parts, others divided the two rectangles in quarters and did the same to get the answer 3/8.

It was not even clear if those pupils who got the correct answer of 3/4 could justify why the answer was correct with reference to the tool used. Obviously, the use of didactic materials/tools can play an important role in the discovery and expression of relationships. However, it is not a substitute for teachers enabling children to articulate and define their understanding of mathematics represented by the tools they used.

Edith Biggs (1972) classified the process of discovering mathematics in five categories: fortuitous; free and exploratory; guided; directed; and programmed. The broad implications being that at one extreme fortuitous discovery cannot be planned but it does happen. At the other extreme, programmed discovery implies a rigid and directed learning sequence. It may be tempting to classify didactic materials to parallel this classification particularly when we have examples of structured apparatus such as Stern, Cuisenaire and Dienes and the availability of non-structured materials such as counters, pebbles and commercial packages which are not designed with a particular mathematical structure or property in mind. A more productive perspective on materials would be to ask how can we offer materials with sufficient openness to encourage children to describe the different ways in which they perceive things, while ensuring support for their mathematical development?

The interplay among and connections between objects (structured or unstructured), images, language and symbols that lead to mathematical reasoning and the stating of mathematical propositions of very wide generality is well worth a closer study. I believe that the subtle distinction between the way mathematical ideas are constructed from objects and the particular characteristics of the objects is often not clear in many teachers' minds. For example, when we draw a triangle on a sheet of paper and by means of this we prove a general proposition that the three angles add up to 180°, it is worth reflecting how it is that this very particular triangle leads us to deduce something of such wide generality. If we examine closely the figure we have drawn, it will be obvious that it is not a triangle at all – three rather uneven marks, possibly with blunt corners! This does not seem to make any difference to the proof, though. In this case the triangle really is an idea, not an object. It is a mental image drawn from the real world, which aids mathematical thinking and can be much richer than an object. Papert (1980) described such mental vehicles as "objects-to-think-with."

The first issue of *The Bulletin of The Association for Teaching Aids in Mathematics* (November 1955) outlined in the Editorial that it will carry articles covering the whole field of mathematics teaching, paying particular attention to the use and development of teaching apparatus and visual aids. It went on to say,

> The teaching of mathematics requires constant research; and research which aims to advance knowledge of the craft of teaching is just as difficult as research which aims to advance knowledge of mathematical techniques, and perhaps it is even more important. No one can do it better than those who are actively working in the classroom …

If I return to the misconceptions about fractions, consider the six manifestations of the fraction, 3/5 as outlined by Dickson et al (1984):

> One of the difficulties of operating with fractions, decimals and percentages is that they have a multiplicity of meanings. Thus any particular number, say 3/5 (or 0.6 or 60%), can be interpreted concretely in many ways, all of which occur in everyday life applications. This is in contrast to the whole numbers, which are used mainly either for counting discrete objects, or counting repetitions of measuring units as in working out lengths, and so on.

What seems to be important from this research is that a teacher is aware of the variety of ways the pupils' thinking might be shaped by using particular representations or equipment such as fraction blocks. Unless pupils' thinking is articulated, misconceptions may continue.

As mentioned earlier, our view of why we teach mathematics and how it can be learned effectively is bound to influence the approach to teaching and hence the use of didactic tools. For the purpose of illustrating this argument further, consider the following 'crude' polarisation:

- mathematical procedures are taught to all the school pupils because they will help them with everyday life as well as application,
- 95% of the population will need to use less than 5% of the procedures on the syllabus either for everyday life or for applying to sciences, industry or commerce. Hence teaching mathematics is not mainly about the content but about processes such as abstraction, generalisation, proof etc.

In order to illustrate the above, let me take two equally polarised examples of teaching approaches used to accompany the above beliefs.

Pupils can be asked to practice multiplication by offering them 20 or 30 sets of numbers to multiply. On the other hand they can be offered a multiplication table square such as the one illustrated below and asked to investigate what happens if the two diagonally opposite numbers in a square of their choice are multiplied.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

For example 4 x 9 = 6 x 6 = 36
What happens with a bigger square? rectangle?
addition? subtraction? etc.

Figure 2. A multiplication table square.

To justify the second approach, one would have to believe something like: *learning mathematics encourages the attitudes, habits of thoughts, patterns of thinking, strategies etc, which enable all to comprehend and respond to new situations, which they have not met before.*

Since these early days, we have seen a considerable increase in research and literature on 'human learning' as well as on the development in technological aids in learning.

A clearer articulation of the purposes and the economical and effective utilisation of these insights and tools in order to achieve these purposes are a challenge to all those interested in mathematics education. I do not believe that teachers can remain on the fringe of this process.

At The Mathematics Centre at University College Chichester, the major focus of our work concerns the active involvement of teachers in the research process as well as in the interpretation and the formulation of theory.

In order to illustrate our approach to the teacher involvement, I will briefly describe a project involving both primary and secondary phases of schooling (5–14) years (Ahmed & Williams 1997). The project's focus was on teacher development in order to improve pupils' numeracy with the underlying premise that teachers needed to be aware of and gain understanding of relevant research in the area and become involved in research themselves.

In spite of the fact that increasing resources were being spent by the UK government on providing resources and materials to schools, as indicated in Better Mathematics (Ahmed 1987), it was not difficult to find classrooms where children:

- lack confidence in the subject,
- spend the majority of their time reproducing their teachers' examples with different numbers,
- answer only other people's questions,
- ask, "What am I supposed to be doing then?",
- fail to connect their mathematics with other subjects or with their life outside school, even when they are successful in their mathematics lessons,
- dislike mathematics, seeing it as irrelevant and boring,
- spend most of their time mystified (Ahmed 1987, p 3).

The Project was designed to respond to this context with a premise that teachers are key agents of implementation in the classroom. It involved two cohorts of 40 teachers from 53 schools, representing all four regions of the local education authority and across key stages 1, 2 and 3. The participating teachers reflected a range of background experiences and viewpoints across the key stages and also included headteachers and mathematics coordinators. During the first phase, the teachers met with The Mathematics Centre's advisory staff on a regular basis to clarify and interpret competencies in numeracy in their own context, share and reflect on classroom experiences, plan individual and shared classroom tasks and analyse classroom interactions.

The project's main limitations were concerned with the availability of resources. The formal initial phase constituted, for teachers, one full day and three twilight sessions followed by one day to work in other classrooms each term. The rest of the classroom-based research was carried out during teachers' normal teaching time. The major source of school-based support was offered by the associate adviser who, in addition to visiting schools, ran area based clinics for teachers wishing to discuss their work. The project team meets frequently to review progress and plan strategies.

As the project progressed, informal contacts took place among teachers sharing similar interests.

The Research Process constituted:

A. The development and documentation of teaching strategies and learning resources which contribute to raising achievement.

B. Exploration, interpretation and documentation of the nature of pupil and teacher support which leads to successful teaching and learning approaches in the area of numeracy.

C. The use, relevance and benefits of using resources (including technology) appropriately and how to become more discerning users of existing published materials.

In schools, teachers explored possibilities and approaches in their own and colleagues classrooms. School visits were made by the advisory staff to support teachers and by The Centre staff to aid the research process and evaluate outcomes. A key element in the school-based work was the requirement for teachers to work in classrooms with a colleague from another school and from a different key stage.

A case study approach was adopted, using Yin's (1981) definition as a basis. A case study is an empirical inquiry that:

a) investigates a contemporary phenomenon within its real life context when,

b) the boundaries between phenomenon and context are not clearly evident and in which,

c) multiple sources of evidence are used.

All teachers kept logs and wrote case studies of their work as they needed to monitor and evaluate their work so that effective strategies could be formulated at every stage.

The logs and case studies were analysed by the team from three perspectives, in terms of:

- substantiation and justification of findings;
- evidence of pupil achievement and teacher achievement;
- usefulness to other teachers within and outside the project.

Particular trends or categories emerging from the logs formed a basis for checking the logs again. These were confirmed further by follow up visits to schools to work with teachers, observing lessons and asking further questions for clarification of the process.

Some extracts from teachers' field notes will help illustrate the process.

EXTRACT 1

Working in others' classrooms

Evaluation was much easier because I had a partner. We spent some time between and after the tasks discussing what had taken place, what we had learned and what should be done next. Having two participant teachers meant that our combined perspective was more detailed. Sharing our insights also helped us to clarify, explain and evaluate events and decide on subsequent action.

Questions posed by the paired classroom trials

Did the activities promote, develop or reinforce an understanding of place value?
How important was collaboration and cooperation?
How could the children best be helped to refine the processes of investigation and use them in similar work in the future?
How can the implicit estimation be made more explicit and more effective?
What about the child who was off task (Lisa)? Was the work too challenging, not challenging enough or not relevant? How could similar skills, processes and concepts be delivered to her?

EXTRACT 2

Teachers learning to be researchers

"Not surprisingly I have not managed to answer conclusively any of the questions posed at the beginning of my work. In carrying out this research I have become aware of certain difficulties and restrictions. It is very difficult to be unbiased and neutral when working with a group of children whom you know well and when you have a hypothesis that you would like to prove. As I have said previously, ideally I would have liked to record the Year 7 in action but the restrictions of a large group, limited space and background noise makes it impossible. Making a written record as it took place was possible for short periods of time."

EXTRACT 3

From my field notes

Andrew January

Andrew was making much use of his fingers to count on and back, not particularly successfully. For example
93 + 8 = 141 (he couldn't see that his answer was too high)
34 - 20 = 3 (he counted back and again didn't see his answer as unreasonable)
27 + 50 = 77 (this took him four attempts, he counted on from 50, but not in tens)
He had more success with numbers which totalled less than 10 for example,
10 - 8 + 2 "because I know 2 and 8 is 10"
32 + 5 = 37 "because 2 and 5 is 7"
He wouldn't try 420 + 390 because he said he couldn't do it.

Andrew March

Andrew has become more adventurous and more accurate and is using his fingers less, for example
16 - 4 = 12 "I just knew it"
56 + 34 " 50 and 30 is 80, 6 and 4 is............. Oh the answer in 90"
Whereas earlier in the term Andrew wouldn't try 420 + 390 he was happy to attempt 710 + 160 this time,
"700 + 100 is 800, 10 and 60 is 70, add it up - 870"
With 37 + 58 he initially split the tens and units, added 30 + 50 to make 80, then added 8, and lastly counted on 7 to arrive at the answer 96. The rest of the group told him he was wrong and I asked him if he could think of another way of doing it. He said he could round it up so that 58 became 60 and round down the 37 to 35, this then became 60 + 30 + 5 =95

EXTRACT 3, CONTINUED

Implications for future teaching

The most obvious improvement has been that the children are more confident in their approach. They are attempting more difficult calculations, even if they weren't always getting them right the first time. It was pleasing to see that they were making use of the mental strategies I had covered in class lessons.
However I am concerned about the tendency to automatically split numbers into tens and units or hundreds, tens and units. This concern has been reinforced by my experience with small groups of children in years 4 and 5 who have learnt the pencil and paper method for addition and subtraction and now seem almost 'locked in' to using it in every situation.

I need to continue to discuss with the children on a regular basis the range of strategies that can be used in mental calculations; they need to practise these strategies but they also need practice in choosing the most appropriate strategies. One way of practising this might be to give the whole sum with the answer, for example, 65 + 99 = 194 and ask the children for a sensible method of getting the answer.

I shall be encouraging the children to count on more sensibly and I will be dissuading them from splitting numbers into hundreds, tens and units at least until they have considered other strategies.

EXTRACT 4

In the past two years my own views of mathematics, how people learn it, and how it should be taught have changed. The stimulus for these changes has been a combination of my own experiences of doing mathematics and the discovery that my pupils could do mathematics in ways that I had not appreciated before. As I have altered the way I teach mathematics, I have found pupils have been more highly motivated and have demonstrated skills that I had not suspected they possessed (Bennett & Williams 1992, p 63).

EXTRACT 5

Throughout this time I have become increasingly aware of the importance of the quality of teacher–pupil and pupil–pupil interaction and have therefore chosen this area for my further research. Before undertaking this study I needed to consider the following:
When should observations take place?
Where should observations take place?
Should the focus be on the teacher, teacher–pupil interaction, pupil–pupil interaction, some or all of these?
What data recording methods should be adopted?
What aspects of interaction should be studied?
How will the data gathered be used?

I looked at Flanders Interaction Analysis Categories and although it described a number of behaviours that I believe are important in the classroom, non-verbal aspects of interaction were lost and some categories were too broad. I began to devise my own interaction analysis categories and found difficulties in deciding on categories concerned with children's responses. After abandoning correct/incorrect, acceptable/unacceptable and direct/indirect I have used appropriate/inappropriate to describe their responses. I believe that my categories, if used by teachers in their own classroom research, would enable them to get a reasonably full picture of classroom interactions. I also selected the following learning skills which I believe are relevant to my work. These are:

Do pupils have a positive attitude to work?
Do they remain on task?
Are pupils able to work independently; are they able to work collaboratively?
Do pupils take responsibility for their own learning?
Finally, I decided to look closely at the mathematical language used in my case studies.

I used a video camera in all observations, thus allowing me to keep a permanent record of collected data. I was able to replay and re-check points discussing these with my colleagues, to focus on events and to carry out analyses of my own actions and re-actions. I could look at non-verbal features such as body language, facial expression and silence.

I also scribed a number of interesting interactions as, I have discovered in the past, even in the quietest room dialogue can be missed using a video camera.

The following emerging findings from the project enabled us to produce two resource books for the teachers to use to support them in putting in practice these findings (Ahmed & Williams 2002, Ahmed Williams & Wickham 2002).

Mathematical understanding is improved when:

- pupils interact with people and manipulate materials in a wide variety of situations,
- pupils' experiences are used when appropriate as a source of learning activities,
- pupils are made aware of the relevance of mathematics to their lives,
- pupils are encouraged to use spoken and written language appropriate to their development in order to gain meaning from their mathematical experiences, for example, to compose as well as solve problems,
- pupils are encouraged to describe and record relationships as well as to discover and create patterns.

The process of involving teachers in the research process is not easy when there are external pressures to take short cuts in order to meet the politicians' targets, on one hand and on the other hand ensuring that the relevance, validity, *objectivity, originality, rigour and precision, predictability, reproducibility and relatedness,* the criteria for evaluating the quality of educational research proposed by Kilpatrick (1992) and Sierpinska (1993) are not compromised. However I cannot see a substitute for experience in any learning.

> It is a good thing to experience everything oneself, he thought. As a child I learned that pleasures of the world and riches were not good. I have known it for a long time, but I have only just experienced it. Now I know it not only with my intellect, but with my eyes, with my heart, with my stomach. It is a good thing that I know this (Hesse 1973, p 78).

REFERENCES

Ahmed, A. (Project Director) (1987): *Better Mathematics*. HMSO.

Ahmed, A. & Williams, H. (1997): Numeracy Project: a catalyst for teacher development and teachers researching. *Teacher Development: an International Journal of Professional Development, 1*(3), p 357–373.

Ahmed, A. & Williams, H. (2002): *KS2 Mathematics: Numeracy Activities: Plenary, Practical & Problem Solving*. Stafford: Network Educational Press Ltd.

Ahmed, A. Wickham, G. & Williams, H. (2002): *KS3 Mathematics: Numeracy Activities: Plenary, Practical & Problem Solving*. Stafford: Network Educational Press Ltd.

Association of Teaching Aids in Mathematics (Editorial), (November 1955), (1), p 2.

Bennett, A. & Willams, H. (1992): "What will happen if?" An active approach to mathematics teaching. In T. Booth, W. Swann, M. Masterton & P. Potts, eds: *Curricula for Diversity in Education,* p 63–67. London: Rouitledge.

Biggs, E.E. (1972): Investigational Methods. In L.R. Chapman, ed: *The Process of Learning Mathematic,* p 216–240. Oxford: Pergamon Press.

Curry, S. (1995): *The Image of Mathematics for Today and Tomorrow – Staff and Pupil Attitude Towards Mathematics Learning*, MA (Mathematics Education) Dissertation. University College Chichester.

Denvir B., Stoltz C., and Brown M.(1982): *Low Attainers in Mathematics* (Schools Council Working Paper, 72). Methuen.

Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1984): *Learning Mathematics*. Eastbourne: Holt, Rinehart and Winston.

Fletcher, T.J. (1955): 'Editorial' *Mathematics Teaching* 1, p 2–4.

Haylock, D. (1986): Mathematical low attainers checklist. *British Journal of Educational Psychology*, (56), p 205–208.

Hart, K.M. (1981): *Children's Understanding of Mathematics: 11–16*. London: John Murray.

Hesse, H. (1973): *Siddhartha*. Picador: Reading

Papert S, (1980): *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. New York: Basic Books.

Yin, R.K. (1981): *Case Study Research: Design and Methods*. Thousand Oaks: Sage.

Language Reception and Dyscalculia

Marianne Nolte

University of Hamburg, Germany

Abstract

This paper focuses on the problems of children with dyscalculia and on those phenomena which can be observed with the acquisition of mathematical knowledge in school if occurring in combination with disturbances of language reception.

INTRODUCTION

International studies distinguish different manifestations of dyscalculia which are related to neuropsychological anomalies. Various studies produced various classifications. All those classifications have in common that there exists one type for which visual and spatial problems could be observed together with dyscalculia. And they have in common another type which shows simultaneously difficulties with language. Silver, Pennett et al (1999) point out that among the groups of all children with dyscalculia that group of dyscalculia which occurs in combination with disturbances in the field of language, is the biggest one. What are the consequences of language reception disturbances for the mathematical learning process?

EXAMPLE: SABRINA (NOLTE 2000)

At the beginning of the observation Sabrina attended year 3 and was 9 years old. The teacher who worked with the class since year one offered during year 2 Sabrina repeatedly exercises and materials for working with the area of hundred, but without success. She describes that Sabrina, if given explanations, is able to solve problems parallel, but until the next session she has forgotten everything, with a single exception: the multiplication tables. This she could memorise quite well.

Examples of classroom observations during lessons:

Example 1

The given number is 437. The problem to be solved: Which number is the predecessor of 1) 437, 2) 562, etc.

S: Must I the number before 1)?

N: 1) indicates the number of the problem.

S: Must I add the 1 to 437?

N: Do you know what a predecessor is?

S: - (no answer).

N: Which number comes before 437?

S: 436.

N: That you write down.

From the first example we can observe that Sabrina has difficulties in comprehending the problem as a whole, as long as she is able to find the predecessor.

Example 2

Sabrina continues to work alone. After she has finished the first problem, she asked:

S: Must I now the number which comes after?

N: Yes. look, it's written here.

She works on several numbers. Then she stops at number 589.

S: Does now come ten hundred?

N: The direction is correct. Which number comes after 9?

S: 10.

N: Which comes after 89?

S: 100.

N: No. What is the next number of tens after 89?

S: ... (no answer).

N: 90. The number after 589 is 590.

Later, I see that she writes: 509.

Continuing her work with tasks concerning the successor we can see, that most of the tasks she solves correctly but has difficulties naming the next number of ten. Additionally, if given the right solution she is unable to write it down.

Example 3

N: What is the double of 3?

S: 4.

N: Of 6?

S: 7.

N: Of 9?

S: 10.

N: What does that mean "the double"?

S: Which comes after the 9.

In the third example we see that she does not know a technical term, the ”double”. She identifies the word as predecessor and – according to this understanding – she solves the problem correctly.

A diagnosis of her arithmetical knowledge yields that, among other reasons, she has difficulties of calculation in the area up to number 20, difficulties of counting in the area up to 100. A medical diagnosis stated a nearly normal intelligence for her combined with development disturbances, meaning partial disorders of the memory in the field of linguistic sound processing combined with a weakness of memorising acoustic content.

Problems like these can result from disturbances of language reception.

LANGUAGE AND LEARNING

To a great part learning is controlled by language and depends on processes of communication. However, communication via language is unstable and at the same time subject to a permanent process of interpretation. By our permanent interpretation of language we are able to catch the meaning of what is spoken in a known context, even if we do not understand every word. “In one of their experiments Pollak and Picket (1964) found out that a spoken text could be understood completely even if one only knows the half of the text’s words if they are presented in isolation” (Herrmann 1995, s 39). So communication seems to be a pattern recognition process.

Communication becomes difficult if:

- we do not have enough language signs, e.g. in a foreign language,
- we give a different meaning to a word,
- the terms we use in communication with others are more or less differentiated than those used by the others.

This last point is typical for the hierarchical communication structure in classrooms. The knowledge of teachers about a mathematical concept, such as division is much broader than that of children.

LANGUAGE AND MATHEMATICS TEACHING

Mathematical language is said to be concise and precise. It is "dense" in the meaning that one word contains various additional information without giving any hint about it (Schweiger 1996).

> A fracture can be extended by a natural number (except 0). A fracture only can be reduced by the common divisor of the numerator and the dominator. A fracture which only can be reduced by 1 (numerator and the dominator are not divisor related are named basic representation of the concerned fracture number (Athen & Griesel 1978, p 79).

This quotation from a German schoolbook of year 6 only can be understood if one knows what is meant by the technical terms. What is a fracture? What is a natural number? What is meant by 'to reduce'? For each of these terms could be given broad explanations.

Mathematical language, besides being dense, is structured by other rules than those of the everyday language. Here I will refer only to the problem, that technical language contains elements from the everyday language as well as elements from the mathematical language. "kürzen" [to reduce, to shorten] for a tailor has a different meaning than the meaning "to reduce" for fractural arithmetic. Using terms from everyday language may cause interferences of meaning of mathematical language with everyday language (Maier 1996, Käpnick 1989, Radatz & Schipper 1983, Anghileri 1995, Kidd & Lamb 1995).

For words Maier (1996) distinguishes three cases:

> - Technical language may conclude colloquial language but going beyond it. Thus the meaning of a term in the technical language is broader or more general than that of the colloquial language. Examples: Area[1] (in colloquial language used for something that is flat) , ...
>
> - The technical meaning may be more limited compared to the colloquial meaning, thus narrower or more specific. Examples: Menge [quantity][2], Umfang [perimeter, quantity, size], ...
>
> - The technical/specific meaning may differ from the colloquial meaning. Examples: Produkt [product][3], Scheitel [parting, peak] ..." (Maier 1996, p 5f).

Besides different meanings for a noun there are also described different meanings for conjunctions (und [and], oder [or]), verbs, adjectives, quantifiers and relations. These different usages of language may produce problems of understanding.

LANGUAGE COMPREHENSION AND COGNITIVE DEVELOPMENT

During children's time of development further problems arise. For this the handling of quantifiers may be taken as an example. Children live very intensively in an actual situation (Wygotski 1986, Käpnick 1989). Their strong relation to the present in their experiences is a possible reason for children showing difficulties in using quantifiers because for understanding them one must go beyond the limits of an actual situation. Then statements related to expressions like "always", "never" or "for all" can often not be understood.

"All children are allowed to watch a film." "I always must go to bed early."

Also the understanding of causal relations, of spatial and temporal prepositions depends on development. To understand the unambiguity of statements in mathematical language, cognitive maturation processes are required. The usage of words like "if", "then", "as well as", "all", "each"/"every", "true", "right", "wrong", as well as the distinction of definite and indefinite articles in mathematics are used for certain forms of argumentation, by which simultaneously certain semantic content is reflected. Thus it must be learned when to use these relations and what are the meanings.

ABOUT THE SIGNIFICANCE OF SITUATION DEPENDING CONTEXT FOR LANGUAGE RECEPTION

The requirements imposed on language as a means of communication are dependent on the information enrichment determined by the situative context. In mathematics teaching there are also various requirements imposed on the information content of language which strongly depends on lessons' methodological and pedagogical structure.

If a child works on the action level by carrying out an addition through putting together material, the situation context is enormously rich so that beside language, multiple further information help to make the interpretation of a situation and the recall of knowledge easier.

Through the assignment of symbolic representation the abstractness of oral and written language becomes clear. Various signs stand for various concepts that are strongly abstract and the signs show no more at all a relation to reality from which they were developed.

Signs for numbers can be written as numbers like 2, 67 or 8, but also as words like "two" or "eight". The representation by words reflects the spoken language, while in different language areas numbers reflect the spoken language differently. In the German language area for instance, we have an inversion[4] of numbers in the number area up to hundred.

in German: the numeral inversion 23 "dreiundzwanzig" [three-and-twenty],

in French: the differing construction of number up to hundred 100: 84 quatre-vingt-quatre [four-twenty-four].

This hurdle becomes obvious with children of year two when the number area is expanded to hundred.

Mathematical language is transformed into writing twice: by symbolic representation by means of words which are already symbols like "plus", "minus", "two" etc as well as by the representation as sign +, -, 2. In the number representation the way numerals are read depends on their place value which is not noted explicitly. Thus the number "567" consisting of the numerals 5, 6 must be completed by hundred and tens. Our ways of writing are presented as "hybrid multiplicative-additive notations" (Dehaene 1992, p 4) in relation with a complex system of syntax. Relating this to the above example, in german the numeral "5" is connected to 100 by multiplication, at first, by inversion, the unity position "7" is spoken, which is connected by addition to the position of tens "6". Multipliers appear as "morphological markers" (loc cit).

Verbal translation of written numerals seems to be particularly necessary if a number sequence with different value places is given and the number zero is used. "The mapping between Arabic and verbal numerals is quite complex. For example, in converting Arabic to verbal numerals the same digit (e.g. 2) may map onto different number words (e.g. two, twelve, twenty) depending on where in the Arabic numeral it appears. In some instances two digits (e.g. the 1 and 2 in 12 or 12,000, but not 120) correspond to a single word (e.g. twelve). Further, 0's in an Arabic numeral have no verbal realization, unless they appear in isolation or to the right of a 1 in certain positions in a number (in which case the 1 and 0 are realized together as ten, as in 210 or 210,000, but not 2100). Finally, the words (e.g., hundred, thousand) at appropriate points in the word sequence, also these words do not correspond to particular digits in the Arabic numeral" (McCloskey 1992, p 120).

Symbolic representation is most distant from concrete sensory experience. Thus oral statements are global statements about an aspect, e.g. the concept of number or the construction of connections and relations. "Always when I add three objects to three object, I get six objects".

If a child has not yet developed an understanding of concepts, an understanding on the symbolic level is impossible. This includes that a child has to learn concepts on a less abstract level and to connect them to language signs, mathematical signs included, and then it must be able to recall concepts represented by language signs and to connect the signs to actual situations.

ACQUIRING A SPECIFIC MATHEMATICAL LANGUAGE

Children learn to utilise language for describing and justifying their doing, and they practice arguing. This means the active usage of language. In understanding the teacher they develop a passive language as well. During primary school mathematical vocabulary in passive language becomes more and more part of active language (Käpnick 1989). For justifying their doing, children must be able to recall relations and factual knowledge (e.g. definitions). The number of mathematical language sign children have to learn in primary school is very big. Lorenz (1991) reports that children learn up to 500 new concepts in mathematics lessons of primary school.

Due to the specific forms of expression of mathematical language, such as its shortness and its reduction to essential information, every single word within a sentence gains specific importance. In lessons, there is on the one side the teacher's language and on the other side the language of the textbook which is a mixture of technical language and every day language. The textbook language generally demands a quite detailed distinction of language signs.

This aspect shall be demonstrated by an example of Lorenz (1994): "Thus the two following phrases 'Ergänze zu den folgenden Zahlen 1000 ...' ['Add to the following numbers 1000...'] and 'Ergänze die folgenden Zahlen auf 1000 ...' ['Complete the following numbers up to 1000...'] can hardly be distinguished by children, while the mathematical content is significantly different: One requires addition while for the second subtraction is demanded" (p 422).

Written language contains many details that are fundamentally important for the information transfer, but it contains also details which may be neglected with increasing density, without changing the meaning. Example: 3·x and 3x are equal, but -3 and 3 are not equal. As producers of written language children must learn the appropriate way of notation. Therefore, Esty (1992) demands that both, the ability to read and the ability to write mathematical language should become the content of lessons.

Disturbances of language reception

Language reception impairments can have various reasons. Peripheral hearing disturbances are caused by impairments of the hearing organs. These must be distinguished from disturbances of auditory information processing. The examination of peripheral hearing disturbances forms part of the regular preventive medical check up in childhood in Germany. Thus, impairments are normally known before children go to school. Until recently, peripheral hearing disturbances were assessed as being significant for the learning ability only from a certain level of hearing loss. In connection with research on dyslexia it could be demonstrated that for the distinction of consonants even a low hearing impairment may lead to problems of language processing. "Now we know that even a mild loss – even a temporary one – can affect the normal development of language and speech" (Deal & Haas 1996, p 114). Even a slight hearing impairment may lead to 30% loss of lingual information in an environment with a normal noise level (Deal & Haas 1996, p 115).

Compared to children with peripheral hearing disturbances, disturbances in connection with auditory perception activities are seldom noticed by the preventive medical check-ups. Thus it is almost impossible to develop compensatory mechanisms to ameliorate disturbances. Irrespective of the exact reasons, difficulties of language reception seem to be increasing (see Hobbs 1994, Smolka 1996).

From the observation that the number of children with disturbances of language development increases, one can not conclude that those children have a hearing defects. According to examinations of Ward (Hobbs 1994) today it is very often the environment that impairs the development language reception abilities. In a study carried out with

1000 children from Manchester Ward states that 20% of them have "listening and attention problems" (Hobbs 1994) which impaired their language development. The frequency doubled from1984 to 1990. Some children were affected so heavily that they were regarded as deaf. "But they're not deaf, they're switched off. They haven't been able to develop the ability to listen selectively" (loc cit). Ward ascribes these results to the fact that in many of the concerned families there is too much background noise, such as permanent music.

Auditory perception disturbances have a stronger effect on children's development than for adults, because it has to do with acquiring knowledge about the world, with the development of neuronal functions, with the development of the ability to deal with sensory impressions, as well as with attitudes towards impressions from listening.

KNOWLEDGE ABOUT THE WORLD

Impairment of auditory perception activities might have negative effects on the cognitive development of a child. According to Deal and Haas et al (1996) difficulties in learning words with ambiguous meaning, in constructing abstract concepts and with the acquirement of pictorial language are fundamentally significant for the general development of language abilities.

If a child's attention is strongly directed towards the recognition of a word, if this is not an automatic process, its attention is bound too intensively to this process so that consequently, there is not enough attention left to catch the meaning of the word. Grimm (1988) assumes that stressed attention leads to a lower base of knowledge.

At this point referring to language processing as pattern recognition process has a special meaning. If we are quite at home in a context, the number of words we need to know in order to understand the contained information correctly, is quite reduced. The expansion of the vocabulary depends on what a child already knows.

THE DEVELOPMENT OF NEURONAL FUNCTIONS

"Children do not just watch but they learn to watch, they do not just listen but they learn to listen etc."

If attention towards language sound is not developed sufficiently, it has negative effects on the development of neuronal functions. Therefore, a not diagnosed hearing impairment also leads to "low development of neuronal synapses" (Bauer 1988, p 49) which causes an impairment of perception activities.

ATTITUDES TOWARDS ACOUSTIC IMPRESSIONS

Limitation of hearing experiences also might lead to neglect of this modality. This has general impacts on the processing of information, but might also cause that even in situations where listening is possible without any restriction children do not listen intensively. It is doubtful, whether the attitudes arisen from this can be changed if insufficiently developed function areas mature afterwards.

SITUATIVE CONSEQUENCES

Depending on the kind of disturbance, different difficulties of perception activities must be distinguished. Generally spoken children with disturbances of sound reception hear tones and noise less detailed (Esser & Wurm-Dinse 1994, p 49). This means that children who can comprehend language less well if many noises have to be processed, are able to comprehend roughly normally in calm surroundings. Consequences from this discrimination ability disturbance that have been observed are that similar sounding words like one, none, nine, fourteen, forty were mixed-up by which children may have difficulties constructing concepts.

In connection with partial malfunctions, the following partial functions which are important for mutual understanding were examined: the ability to distinguish foreground from background sound, the ability to perceive sound sequences (seriality) and the memory for acoustic events.

The processing of sound sequences and their interpretations are fundamentally important for an understanding of language as well as for the construction of numeral sequences. In many situations the ability to distinguish an order of numerals is essential. This refers to both, to written language as well as to spoken language. In written language the number arises from the order of numerals, while in spoken language – for instance if syllables are mixed up – another number may be meant: "threehundredandseven sevenhundredandthree, 124, 241, 412".

Without having a clear imagination of the meaning of sequences an understanding of number concept cannot be developed. The ability to count, the order of numbers, the discovery of analogies in this order as well as the execution of operations are important for a sequence to be a meaningful experiences. If a child mixes-up the order of numerals, then which number is bigger, 36 or 63? 5 will be added to which number, to 3 or to 6?

If the auditive memory is restricted, it may be difficult to memorise serial problems and big numbers (Lorenz 1991). Comprehension of big numbers requires acoustic structuring: "Dreihundertsechsundachtzigtausendsiebenhundertfünf" [386,705]; for this each syllable is given a certain meaning referring to the interpretation of a numeral and its place value. Only from the ninth syllable on the approximate size of the number is recognised and the exact number not before all fourteen syllables have been interpreted.

With mental arithmetic additional problems arise in areas where automated knowledge is used. Beside storage of the problem storage of the intermediate results is important (Lorenz 1990).

Example:

23 + 38 = 23 + 30 + 8 = 53 + 8

Likewise, for children with these problems it is more difficult to participate in the classroom communication process, concerning listening to and processing of explanations from the teacher and classmates. This refers also to the teacher's working instructions. The consequences for schoolchildren who are normally exposed to a high noise level in the classroom can be simulated with tape recordings of lessons, whereby it becomes more difficult for the children to understand the teacher. The tape recorder does not discriminate essential from less essential noise, so that each noise from movement, each little cough is absorbed with the same intensity. This simulation demonstrates the enormous efforts children must perform if they want to follow the classroom discussion. They must concentrate more than other children so that they get tired more quickly than other children. They tend to be distracted more easily, so that they often do not understand the presented information and must ask back. The higher requirement of concentration leads to a stronger decrease of performance abilities.

Misinterpretations of compensation mechanisms

The phenomenology of difficulties due to auditory perception impairments often leads to misinterpretation. During the first years of life children's communication is predominantly non-verbal (Günther 1995), so that children with auditory perception problems are not noticed before they are confronted with the requests at school. Very often these children get used quite early to that what they have heard is repeated for them after they have asked for. In this way they can largely compensate their partial weakness of performance. But such a behavior is often misinterpreted as inattentiveness or disobedience: The children cannot listen – they cannot hear, or they are classified as less intelligent. Many of the described attitudes are also shown by children who have concentration disturbances or do not pay attention for other reasons.

Correspondingly, also in other group situations communication can be impaired because these children might misinterpret the behaviour of other children.

AT SCHOOL

Generally, the various manifestations of hearing malfunction cannot be diagnosed by our schools. Meaningful for school are the consequences that are caused by these disturbances. Therefore there must be found adequate methods so that basal disturbances will not lead to disturbances of the learning process at school as a whole.

SABRINA

Back to the example of the beginning:

"In the first example we see that Sabrina has difficulties understanding the problem, the problem as such, but is largely able to find out the predecessor."

Sabrina is used not to analyse the mathematical heart of a problem autonomously but to take care for what she has to do. This procedural knowledge can be deduced from situation related hints. This means that she can ask her neighbour to copy the first task or she can orientate from the concerning page in the textbook. Many children with similar disturbances like Sabrina behave in the same way. This demonstrates why it is so difficult to judge the child's performance. If the indicating stimuli are sufficient for her, Sabrina makes as many or as few mistakes as other children. If the indicating stimuli change she cannot solve the problem any more which shortly before she could solve only with a little help or almost autonomously.

"In the third example we can see that she does not know a technical term, the 'double'. Following her interpretation of the word – she equates it with successor – she solves the problem correctly."

This indicates a further problem. The procedure, the search for the successor she carries out if the successor and the double is asked for, but only with "1" the double is correct, the same as the successor. However, Sabrina showed us that she is also accustomed to interpret similar sounding language signs differently: If there is no unambiguity one can imagine that it is a great discovery for Sabrina to recognise that the numbers from 1 to 100, no matter they are counted forward or backward, are always the same. A problem like 98+7 she solves by 105, if she continues to count or by 159, if she writes 7+8 = 15 and the 9 is left. By a written procedure she would also produce 105. It is remarkable that these different results do not lead to irritation. The unwanted effect of problems which can be solved through various ways in connection with those problems that allow various solutions may cause that even if the facts are clear, the children assume ambiguity.

"In the second example problems about the successor are worked on. The most art of these problems she solves correctly, but she has difficulties to name the next number of tens. Additionally, if given the right solution she is not able to note the solution."

Similarly, the names of numbers are not unambiguous in her experience if she is not able to distinguish similar sounding numbers. Difficulties in distinguishing numbers like 15 and 50 may lead to the fact that both, the comprehension of the ordinal and of the cardinal number system is restricted.

The example Sabrina demonstrates that difficulties of language reception cause situation depending and long lasting consequences:

- situation depending consequences concerning the recall of concepts into which information shall be embedded,
- long lasting consequences for the construction of concepts and their interrelations.

In situations with a high density of additional information, such as the realisation of familiar activities, the dealing with tasks needing a rather visual information processing, the claim on auditory information processing is lower than in situations with a high share of speech, newly to be acquired information and a low share of interpretation possibilities in a situation.

This does not refer exclusively to the acquisition of new knowledge but also to the handling of questions concerning the organisation of instruction, the working mode as well as general rules.

It might be difficult to understand the instructions for

- the realisation of works,
- the organisation of the work,
- the control of one's own behaviour.

It is particularly difficult to comprehend instructions given to the group. Problems in understanding the instructions are limiting the possibilities to accept aids given to the class. Moreover, the possibility to obey is limited. Thus misinterpretations of the behaviour may be provoked.

In the cognitive realm it may be difficult to

- distinguish numbers that sound alike,
- to solve a task that has been given verbally,
- to assign the numbers correctly: 15 is a multiple of 3, 50 is a multiple of 310,
- to recall designations correctly: What is the successor of 199?
- to recall concepts correctly: What is a successor? And the procedures related to that: How do I find the successor?

Difficulties in encoding the sound signs burden the memory. In case of a handicapped speech reception the encoding of the speech goes rather according to a pattern recognition process that is, it has to be examined which concept it is all about. Thus, the selective attention is bound. The speed of speech processing is reduced. If beforehand alternatives have to be examined the knowledge already known cannot be recalled in good time. This will have an effect on both on the quantity of information to be processed coming simultaneously from the outside as well as on the processing speed.

Longitudinal consequences of unrecognised, impaired language reception

If in the perspective of a situation the request of a concept is difficult or if perhaps mix-ups happen which were correctable in the course of a communication, the formation of concepts and their relation between each other is endangered. If sound patterns cannot clearly be distinguished in a concept-development characteristics cannot be clearly attributed. Therefore, the development of representations is endangered in a development of mathematical knowledge if an information cannot clearly be adopted.

The negative development continues because

- the previous knowledge is not sufficient for enlarging the realm of numbers,
- new numbers are added, which can be mixed up,
- understanding language depends more on interpretation and pattern recognition.

The described uncertainties, such as concerning the place value, the order of numbers, names of numbers, prevent the assignment of experiences with numbers and with size on the enactive or iconic level to symbolic representation. Through acquisition of concept language, no matter in connection with which kind of concrete activity, enables further acquisition of concepts and its expansions, acquisition of supplementary attributes and operations, acquisition of abstract knowledge, the connection of symbolic representation and individual experience. The acquisition of abstract knowledge that happens independently from individual experience seems to be endangered more strongly.

Uncertainties in handling signs on the symbolic level prevent that analogies and other structures are recognised, so that many children acquire knowledge independently in isolation. Through this isolation of knowledge contradictory concepts can last longer: e.g. counting forward and backward in different orders, the assignment of various number names to a number. Furthermore, the isolation of knowledge causes that new experiences by which incorrect knowledge could be corrected will not be corrected because the connections are not recognised, unambiguities are inexperienced.

Thus it is comprehensible that

- the development of calculation abilities arithmetic skills of the children are endangered,
- children have difficulties to recognise patterns and structures.

Language enables classification, extraction of single qualities for which the children must be able to comprehend which qualities are meant. For this reason a limited language reception impairs the construction of abstract concepts in the long run.

Beyond that there are observed long-term consequences concerning the handling of language in connection with mathematical thinking. If situation related hints are more important than language, what are the influences on what a child relates for comprehension? What do children feel when they have understood something? Here it cannot be referred to the consequences like the development of unreasonable compensation mechanisms or the impacts on the psychic condition of the children.

Therefore disturbances of language may have effects on

- the usage of language in various situations: Will listening be learnt?
- the ability to participate in classroom communication processes: Can one understand what is said?
- actual and future learning: How do disturbances of the learning process effect future learning?
- the physical and psychic condition: How experiences a child that she/he must show greater efforts than other children and to be handicapped in communication processes?
- the ability to comprehend mathematical language: Are language and situation redundant enough to transfer the needed information?
- whether similar sounding numbers and signs can be distinguished,
- whether numbers and signs can be memorised long enough?

WHY IS IT SO DIFFICULT TO IDENTIFY EXACTLY THE PROBLEMS OF THESE CHILDREN?

Sabrina treats many tasks correctly. Therefore her mistakes seem diffuse. Taking into consideration that a weak child often will not be the first to be called in front to solve a task, that it might get assistance from its neighbours, that it finds similar tasks in the school book, it becomes evident that within the context of a lesson a child can find so many references, that there is no need to understand everything in order to solve a task correctly. This explains the typical observation of a teacher mentioned in the beginning: ”the child forgets from one lesson to the other” or ”at home it could master everything” from the side of the parents. The child not necessarily has forgotten what it understood. But it finds another situation with other references.

If one is not familiar with the phenomenon of development disturbances in the field of language a diagnostic conversation is not necessarily helpful. There may be hints to the conceptual development. But the cause for the disturbed development is not given in a single situation. Here is no environmental noise, here the child is alone and concentrated on the interviewer. Therefore, in such a situation disturbances of the language reception are not necessarily noticed.

WHAT CAN BE DONE?

In the first place there have to be diagnostics, referring to a child's mathematical state of learning. Besides that the causes for a disturbed development have to be eliminated so that appropriate measurements can be developed. Compensation measurements are evidently necessary for the instruction. As usual in dealing with deaf persons in schools the communication process has to be enriched by visual or other signs. The communication has to be ensured, i.e. a teacher has to make sure that the child understands.

Similarly, the mathematical contents have to be made up for.

At first, the work on mathematical contents is bound to a single situation, so that the child can see by himself, how an undisturbed communication can be like. Otherwise the decisive differences of significance cannot be revealed. The single situation is suitable as well to elaborate compensation measurements with the child. If necessary a specific self-concept has to be worked out.

Notes

1. Example: Generally the term "Fläche"[area] is not associated with the surface of a ball in every day life if one speaks of a Fläche [area].

2. Example: In every day life by "Menge" [quantity] also means an undefined plurality: "eine Menge Leute" [many people], "das hat eine Menge gekostet"[that has cost much], etc.

3. Example: "Produkt" [product] in every day life a "product" often means an object, thus nobody thinks of multiplication.

4. In German the order of language signs and numerals for tens and unities is reversed: dreiundzwanzig [three-and-twenty] and 23.

REFERENCES

Anghileri, J. (1995): Language, arithmetic, and the negotiation of meaning. *For the Learning of Mathematics*, *15*(3).

Athen, H. & Griesel, H. H. (1978): *Mathematik heute 6*. Hannover: Schroedel.

Bauer, H. H. (1988): Die mehrdimensionale Untersuchung hör- und sprachgestörter Kinder. *Frühförderung interdisziplinär 7. Jg*.

Deal, L. V. & Haas, W. h. (1996): Hearing and the development of language and speech. *Folia Phoniatr. Logop*. (48).

Dehaene, S. (1992): Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1–42.

Esser, G. & Wurm-Dinse, U. (1994): Fehlhörigkeit, Sprachwahrnehmungsstörungen und LRS-Zusammenhänge? *Legasthenie: Bericht über den Fachkongreß 1993,* p 49–72. Hannover: Bundesverband Legasthenie e.V.

Esty, W. W. (1992): Language concepts of mathematics. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *14*(4).

Grimm, H. (1988): Sprachliche und kognitive Probleme dysphasischer Kinder. *Frühförderung interdisziplinär 7. Jg*.

Günther, K.-B. (1995): Konzeption einer ganzheitlich-kommunikationsorientierten Frühförderung von Kindern mit schwerer Hörschädigung. *Sprache – Stimme – Gehör*, *19*, p 76–83.

Herrmann, T. (1995): *Allgemeine Sprachpsychologie*. Weinheim.

Hobbs, A. (1994, 21. 9.): "Turn off, talk up. Constant television may harm your child." *The Guardian*.

Kidd, D. H. & Lamb, C. E. (1993): Mathematics vocabulary and the hearing-impaired student: an anecdotal study. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *15*(4), p 44–52.

Käpnick, F. (1989): *Untersuchungen zur Bedeutung elementaren sprachlich-logischen Könnens für die Allgemeinbildung des Unterstufenkindes und Möglichkeiten der systematischen Entwicklung dieses Könnens im Mathematikunterricht der Klassen 1 bis 3*. Dissertation (A). Berlin. Unpublished dissertation.

Lorenz, J. H. (1990): Teilleistungsschwächen. I J. H. Lorenz, red: *Lernschwierigkeiten: Forschung und Praxis*, 75–90. Köln: Aulis.

Lorenz, J. H. (1991): Warum manche Kinder so schwer rechnen lernen. *Forschung an der Universität Bielefeld*, (3), p 28–32.

Lorenz, J. H. (1994): Früherkennung und Förderung bei Rechenschwächen mit und ohne Beziehung zur Legasthenie. *Legasthenie: Bericht über den Fachkongreß 1993*, p 417–428. Hannover: Bundesverband Legasthenie e.V.

Maier, H. (1996): *Zur Sprache im Mathematikunterricht*. unveröffentlichtes Vortragsmanuskript. Tagung Reinhardswaldschule.

McCloskey, M. (1992): Cognitive mechanisms in numerical processing: evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, *44*, p 107–157.

Nolte, M. (2000): *Rechenschwächen und gestörte Sprachrezeption. Beeinträchtigte Lernprozesse im Mathematikunterricht und in der Einzelbeobachtung*. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Pollak, I. & Picket, J. M. (1964): Intelligibility of excerpts from fluent speech: auditory versus structural context. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 3

Radatz, H. & Schipper, W. (1983): *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.

Schweiger, F. (1996): *Die Sprache der Mathematik aus linguistischer Sicht*. Vortragsmanuskript der Tagung Didaktik der Mathematik. Regensburg.

Silver, C. H., Pennett, H. D.-L., et al. (1999): Stability of arithmetic disability subtypes. *Journal of Learning Disabilities, 32*, p 108–119.

Smolka, D. (1996): Zuviel Fernsehen macht Kinder ”sprachlos”. *Psychologie heute*, Februar.

Wygotski, L. (1986): *Denken und Sprechen*. Frankfurt a. Main: Fischer Wissenschaft.

Wygotski, L. (1987): *Ausgewählte Schriften*. Köln: Pahl-Rugenstein Verlag.

Challenges for Low Achievers

Results of an Empirical Study and Consequences for Research and Teaching

Petra Scherer

University of Bielefeld, Germany

Abstract

Teaching practice in special education and also for low achievers in regular school still proceed in a small-step-way, without making use of structural relations, which can ultimately represent a learning help. In the article a small case study (dealing with multiplication and division problems) will be illustrated by focusing on specific aspects: How and on what level do different students solve the same given tasks? What factors influence the learning process of the individual child (for example effects of a variation of the problem, the setting or the design of the study). With the results of the study it becomes obvious that the current conception of instruction cannot do justice to the different students: It neither deals with the existing difficulties nor can the children show what they are capable of. Consequences and perspectives for research as well as for teaching are presented.

PRELIMINARY REMARK

In Germany low attainers usually visit special schools for children with learning disabilities. There also exists a model of integration where handicapped children visit regular schools and teachers for special education and primary teachers work together for some lessons a week. But this applies only to a minority of students; moreover the settings of this integration model are insufficient.

It should be mentioned that the kind of instruction is of great importance: Investigative learning is one of the guiding principles for primary school but not for special education. In Germany the text books, most of the teaching proposals and in consequence the usual teaching practice in special education can be characterized by learning step-by-step in a rather mechanistic and reproductive way.

The following article concentrates on a specific topic, namely multiplication and division, in an exemplary way. Results and consequences can be generalized for other themes as well.

MULTIPLICATION AND DIVISION: TYPICAL DIFFICULTIES

Multiplication and division are a central topic of primary school mathematics, whose firm understanding and automatization of certain base abilities is absolutely necessary for later topics. However, one often encounters – especially with learning-disabled students – deficits, which can refer to the following domains:

AUTOMATIZATION

Even in higher grades, not all tasks of the multiplication table are automated. Many children have to calculate a task like 6·8 anew every time, often by means of reciting the whole multiplication-row (8, 16, 24, 32, 40, 48; cf also Lorenz & Radatz 1993, p 138).

In many cases, this is connected with finger calculation, with this help being quite demanding and thus also insecure for multiplication, as the part results on the one hand and the multiplier on the other hand must be kept in view (cf also the example by Anghileri 1997, also the interview excerpt by Karsten, individual cases).

Two examples to this: In the frame of a mini project, in which fifth grade students of a school for learning disabled had measured and projected that they can walk 4 km an hour, they themselves introduced the problem how many kilometres they might cover in one day, in 24 hours. Tasks such as 24·4 had not yet been treated in mathematics instruction (for the detailed representation cf Scherer 1997).

Sandrina noted the tasks from 1·4 until 24·4 without already calculating them (figure 1a). She started with the easiest one and calculated the following results one after another, where she interchanged the lines and finally abandoned this laborious way.

Jan wanted to split 24·4 into 10·4 + 10·4 + 4·4, and he also started with calculating the results of the multiplication table up to 10 (figure 1b). Unfortunately, he made a mistake with the table, which then continued throughout his calculation (9/34, later corrected, then 10/38).

It shows that even the "simple" tasks like 10·4 are not directly noted as a matter of course. It could be that both of the children have this knowledge, but they do not apply it in this complex situation.

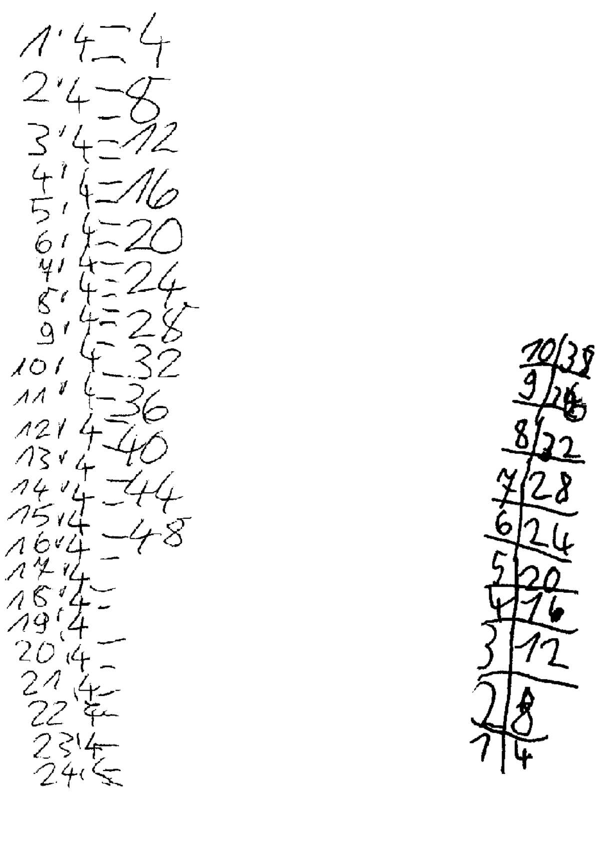


Figure 1a and 1b. Sandrina's and Jan's solution strategies.

Relations between single exercises

Tasks like 6·8 or 9·8 are not derived from easier ones (6·8 from 5·8 or 9·8 from 10·8; cf Ter Heege 1983, p 12f). Learning-disabled students often do not use any reference point conceptions to so-called core or key problems.

Calculation laws

Calculation laws such as for instance the commutative law are not used either (because of memory problems or of a lack of understanding): If children are given the task 6·8 and right after the successful calculation the task 8·6, quite a lot of children start calculating completely anew.

Extensions

Extensions to the so-called step multiplication table are executed by means of a rather mechanistic use of rules: For the problem 3·70, for instance, the task 3·7 out of the multiplication table is taken and a rule is derived: "For the new result, one zero has to be appended". Accordingly, two zeroes are appended at the task 30·70 *(*"Add the number of the zeroes in the factors and append just as many zeroes at the result"*)*. Such a rule, spiritualized in a rather meaningless way, however, can bring students into confusion when the result of the original multiplication table problem already has a zero at the end: 50·80 is to be calculated; the reference is 5·8 = 40 and many children note 400 as the result. With further calculations beyond 1000 and thus coming along with a higher quantity of zeroes, these uncertainties can increase.

Change of the representation level

Retranslations to the iconic level do not succeed anymore. For many children, symbolic and iconic level have become different, completely separated worlds.

At this point, it is to be emphasized that these difficulties are not necessarily to be understood as features of the students themselves, but that they can also be consequences of the kind of instruction they experienced (cf also Van den Heuvel-Panhuizen 2001): With a small-step instruction conception, which is currently still encountered in

German schools for children with learning disabilities, the multiplication-rows are usually introduced and worked on isolated from each other; thus the children learn the task 6·8 in the 8-row and to another point of time 8·6 in the 6-row. The fact that the students then do not use the relation of the commutative law is not a surprise.

The following representations to multiplication-tasks are taken from a current text book for schools for children with learning disabilities (figure 2). With both of the representations, it must be critically remarked that the task and the according exchange task do not have the same representation.

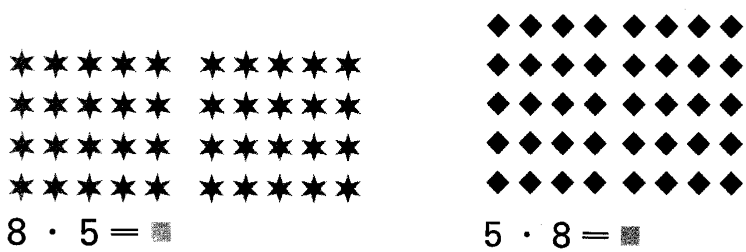


Figure 2. Representations of a textbook (cf Klauer 1991, p 211 and p 223).

In order to gain findings for a suitable instructional treatment, the understanding or the way of proceeding of learning-disabled students with multiplication and division problems must be examined more exactly. As well as for other content domains, the inquiry of existing knowledge or foreknowledge is suitable for this.

TASKS AND METHOD OF THE STUDY

For the compilation of the test items, homogeneous groups were built, and different types of problems were chosen (Scherer 1995, also Van den Heuvel-Panhuizen 1990): countable as well as uncountable representations, for the latter a distinction between context-related and context-free problems was made. In the following several examples are to be presented.

COUNTABLE PROBLEMS (STRUCTURAL REPRESENTATIONS)

For the countable problems (group a; figures 3a: countable multiplication "How many counters does the girl have?"; figure 3b: countable division (distributing) "4 children equally share these counters. How many counters does each child get?" or countable division (partitioning) "These counters are to be divided equally. Each child is to receive 4 counters. For how many children is it sufficient?"), cuttings out of the field of hundred are used, but without the segmentation into 5s, as with factors bigger than 5, the whole field is to be conceived. The question is whether children do structure a bigger field themselves, possibly into a part field of 5s.

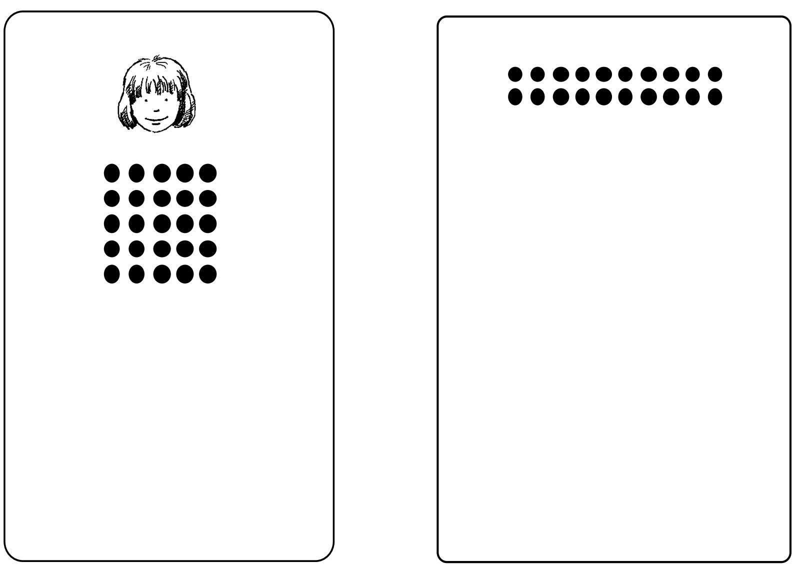


Figure 3a and 3b. Countable multiplication and countable division problems.

Furthermore, a countable multiplication with *mental* (if necessary also real) addition was recorded (group *1a**): A given field structure is partly covered and must be mentally completed. Here, a house front with windows, which are partly covered by a bush, is chosen (figure 4a). The children are given the following information and question: "With this house, you cannot see all the windows. Some are hidden by a bush. How many windows does the house have altogether?" Further realistic examples are well known (such as tile patterns, lighted/non-lighted windows, an incomplete puzzle, a curtain with a regular pattern etc, cf Hengartner & Röthlisberger 1999, Van den Heuvel-Panhuizen 2001, p 76, Wittmann et al 2000). This kind of problem should also be taken up later in instruction proposals.

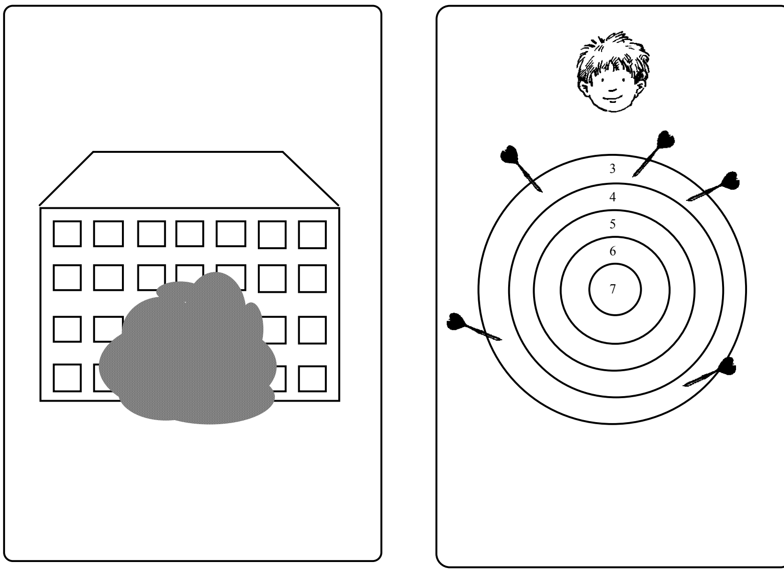


Figure 4a and 4b. Countable multiplication with mental completion and context-related multiplication problem.

CONTEXT-RELATED PROBLEMS

With the *context-related* problems to multiplication (group *1b*), the representation of a dart game is given, in which the scored points are visible by means of (thrown) arrows (figure 4b: Context-related multiplication "How many points has the boy scored in the dart game?").

For context-related division (group *2b* and *2b**), word problems have been chosen, again on the one hand in the context of distributing, on the other hand in the context of partitioning. Context-related division (distributing): "There are 20 children in the gym. They are to form 4 groups. How many children are in each group?" or context-related division (partitioning): "20 children are waiting at a cable railway. 4 children fit into a gondola. How many gondolas are needed?"

CONTEXT-FREE PROBLEMS

The problems of the type *c* are *context-free*. As the multiplication symbol might not be familiar, it was substituted by the word "*times*". Like this, it can rather be made sure that the children can produce the connection to everyday multiplication situations. As the division symbol as well is probably unfamiliar, and as no meaningful context-free verbal representation for this is possible, the context-free division was completely renounced (to the division symbol cf also Spiegel 1992 in Selter 1994, p 82).

In order to be able to parallelize the single competences regarding the types *a*, *b* and *c*, the same number values were chosen. In order to examine mainly the understanding and the solution of the given situations and not of the arithmetical competences, only small number values were chosen.

The tasks were worked out in form of an individual written test and in individual interviews. All test items were given verbally; furthermore, the test sheet makes an individual understanding possible. The following table 1 shows a general view of the different task groups.

Table 1. General view of the different task groups.

<table>
<tr><th colspan="2">group</th><th>number values</th><th>number of tasks</th></tr>
<tr><td>1a</td><td>Countable multiplication (CM)</td><td rowspan="4">2·4
5·5
8·3
4·7
5·3</td><td>5</td></tr>
<tr><td>1a*</td><td>Countable multiplication with mental completion (CM/MENT)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>1b</td><td>Context-related multiplication (CRM)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>1c</td><td>Context-free multiplication (CFM)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2a</td><td>Countable division (distributing) (CD/DIS)</td><td rowspan="4">20 : 4
12 : 3
30 : 5
16 : 2
8 : 4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2a*</td><td>Countable division (partitioning) (CD/PART)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2b</td><td>Context-related division (distributing) (CRD/DIS)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2b*</td><td>Context-related division (partitioning) (CRD/PART)</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>$\sum = 40$</td></tr>
</table>

During the work on the test, the children did not have access to additional material. However, the possibility of using drawings or other notation aids was explicitly pointed out to the children; but notations were rarely used.

The tests (and the following interviews) were carried out with students of a 4th grade of a school for children with learning disabilities (12 children; 5 girls and 7 boys). 7 of these students had gone to primary school before, in one case also attended second grade. The topic for the 4th grade in special education is multiplication and division with numbers up to 100, whereas this topic is dealt with in 2nd grade in regular school.

GENERAL RESULTS

NOTATIONS

Altogether, the children very rarely used notations; these were restricted to structuring aids such as for instance the separation of point fields with division or the marking of counted points or windows. With the word problems as well, there were no sketches or part results, which could have been helpful for the solution of the problems. This trend also shows analogously in the interviews.

GENERAL OVERVIEW: DIFFERENCES WITHIN ONE CLASS

Within the three test sessions, the children worked on 40 items (20 multiplications; 20 divisions). The overview to the number of correctly solved items (figure 5) shows a great heterogeneity within one class (max: 34; min: 1). The average value is 15.08, the standard deviation s = 9.24. A gender-specific analysis shows an advantage of the boys with an average value of 16.71, while the girls solve only 12.8 exercises correctly on average.

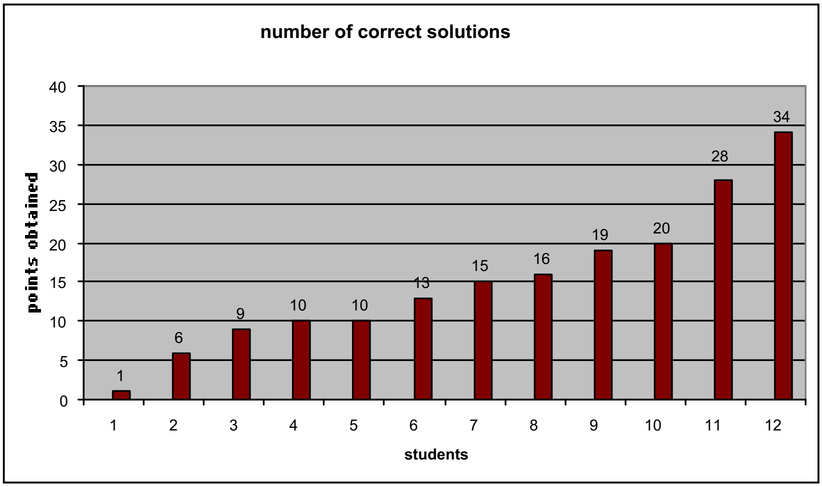


Figure 5. General overview.

Altogether here shows a rather low achievement level in combination with a big standard deviation – an instruction situation, which belongs to the most difficult ones (cf Lienert & von Eye 1994, p 31). However, according to the achievement level, one should consider that for almost all children the tested contents have either been treated long ago or not yet systematically and that this is not about a *learning objective control*, but about an *inquiry of foreknowledge*. On the other hand, a task such as countable multiplication requires merely a quantity determination, which should be sufficiently familiar.

DIFFERENT TASK GROUPS

If for the classification as master in one group an 80%-level is established, this means solving at least 4 out of the 5 tasks in one group correctly. With this establishment, non-uniform profiles with the single children are revealed (table 2), so that one cannot proceed on the assumption of a hierarchical development of the different competences. Also, a rising number of correctly mastered groups does not automatically follow out of the rising order of precedence of the obtained number of points.

Table 2. Group-specific overview of the masters on the 80%-level.

	CM	CM (MENT)	CRM	CF M	CD (DIS)	CD (PART)	CRD (DIS)	CRD (PART)	•
S 1	–	–	–	–	–	–	–	–	0
S 2	–	–	–	–	–	–	–	–	0
S 3	+	–	–	–	–	–	–	–	1
S 4	+	–	–	+	–	–	–	–	2
S 5	+	+	–	–	–	–	–	–	2
S 6	+	–	–	–	–	+	–	–	2
S 7	+	–	–	–	–	–	–	–	1
S 8	+	–	–	+	–	+	–	–	3
S 9	+	–	–	–	–	+	–	–	2
S10	–	+	–	–	+	+	–	–	3
S11	–	+	+	–	+	+	–	–	4
S12	+	+	–	+	+	+	+	+	7
•	8	4	1	3	3	6	1	1	27

Regarding among others the poorer children, for instance those who could be classified as masters in two of the eight groups (4 children), a different profile emerges. One child is master regarding the countable and the context-free multiplication, another one in the groups countable multiplication and countable multiplication with mental completion. The two other children could be rated as masters in the groups countable multiplication and countable division/partitioning. A similar picture showed with the combinations of the children who were masters in three groups.

However, it can be stated that some groups are significantly easier than others, and these are the countable multiplication (group *1a*) as well as the countable division/partitioning (group *2a**). In group *1a*, eight out of the 12 children could be counted as masters, in group *2a** at least six out of the 12. Other groups proved to be much more difficult.

It also shows that the same operation (division) on the same representation level (countable representation) has a significantly different degree of difficulty, caused only by means of the context of distributing on the one hand and the one of partitioning on the other hand.

Even if the countable multiplication altogether now seems easier than for instance the countable multiplication with mental completion, there are individual cases in which the opposite is true (S 10 and S 11). It is possible that the incomplete representation in group *1a** encourages single children to multiplication and thus to more effective strategies than the mere counting.

Different number values within one group

With the countable multiplication (group *1a*) the first item (2·4) was most frequently solved correctly, followed by the fifth item (5·3). This was the effect of the small result values with both of the tasks (8 and 15, both within 20). Altogether, with multiplication, the influence of the *size of the result* becomes evident: As a simplified trend, one could formulate for multiplication "The higher the result value, the higher the mistake rate". Exception is here the task "5·5", which is easier to solve for many children.

In opposite to multiplication, the situation with division was not all so clear. Spiegel and Fromm (1996, p 360) were able to show that the size of dividend or divisor or their numerical relation in dependence from the chosen strategy (distributing or partitioning) plays a decisive role. To this study one has to comment that the numerical data for the dividends was much bigger than in the present study. But here as well, one could formulate in a simplified way: “The bigger the dividend, the higher the mistake rate.” Exception is again a task with 5, here 30:5.

Even though the number space up to 100 had already been introduced to the children in 3rd grade and even though rather small number values had deliberately been chosen for the problems, there partly are significant problems and the influence of the numbers is quite high.

Altogether, the typical mistakes show that the operation with its arithmetical challenge or the given context or also the chosen strategy are the central factors for mistakes. Here, the existence of task groups has advantages as compared to single items: Hypotheses regarding the underlying wrong strategies or misinterpretations can be examined with all tasks of a group. However, strategies can also change within one group.

The limits make it clear that for more detailed analyses qualitative methods are necessary. Last but not least, the children’s lacking notations (no part results etc.) do not allow much information about present competences. Thus additional qualitative examinations should also be carried out in the sense of the *competence-oriented* diagnostic.

INDIVIDUAL CASES

In addition to the written test, also clinical interviews to one item of each task group have been carried out. In the following the results of the written tests are referred to, completed at some points by findings out of the interviews, which can partly explain strategies but also false solutions. The combination of these two methods leads to further findings (cf to this also Scherer 1996).

In the following, three individual cases are presented in order to obtain an impression of the *learning profile of single children.* All three students could be classified as masters in two groups but obtained different numbers of points.

KARSTEN: DEPENDENCE ON NUMBER VALUES

Student S 9 (Karsten; 9 years) has altogether solved 19 of the 40 tasks correctly and is above-averaged (table 3).

Table 3. Number of correctly solved tasks within the different task groups.

	CM	CM (MENT)	CRM	CFM	CD (DIS)	CD (PART)	CRD (DIS)	CRD (PART)
S4 Julia	5	0	0	4	1	0	0	0
S6 Vladimir	5	0	0	2	1	5	0	0
S9 Karsten	5	3	2	2	2	4	0	1

Group *1a*, countable multiplication, is solved completely right, while in group *1a** (countable multiplication with mental completion) three of the tasks are solved correctly. The result of the other two tasks diverged by 1 from the correct result.

With group *1b*, Karsten worked out two right solutions (2·8 and 5·5). For the other tasks, it seemed that he guessed the solution, giving pure tens as the result. The following excerpt of the interview illustrates how he solved 5·3 (cf figure 4b) during the interview situation.

I: This boy has played a dart game. He has thrown several times, and then hit the board. And you should tell me, how many points in total he scored.

Karsten: [tries to work out the task with the help of his fingers; extends three fingers of each hand] I don't know it at the moment. Don't know.

I: Mhm. Then we will do it together. What did you want to do?

Karsten: Calculate these here together [points to the arrows].

I: Mhm. What's the meaning of one arrow, how many points does it mean?

Karsten: Three.

I: Mhm. Then you can start there below, can't you.

Karsten: [starts writing; figure 6].

I: Yes, that's a good idea.

Karsten: [always notes three points for three scored points and seperates these by a short vertical mark; counting lowly].

I: You can count loudly.

Karsten: One, two, three, four, five, six, seven, eight, nine, ten, eleven, twelve, thirteen, fourteen, fifteen.

I: Mhm.

Karsten hasn't got a sufficient number of fingers to work out this task. The interviewer induced in a very vague manner to start below, and Karsten develops a suitable notation (figure 6).

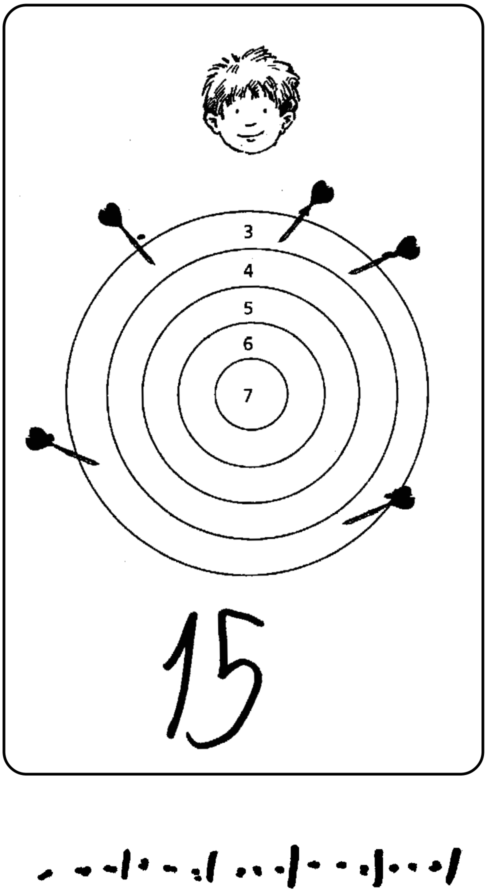


Figure 6. Karsten's notation for the context-related multiplication problem.

With the context-free multiplication (*1c*) Karsten again obtains two correct results. Surprisingly now, the tasks 8·3 and 4·7 are correct.

The problems of countable division are differently well solved. While the context of partitioning is firmly managed, there are only two correct tasks in the context of distributing (20:4 and 8:4). As wrong solutions emerge: 12:3 = 3, 30:5 = 8, 16:2 = 2.

The context-related divisions are neither dominated in the context of distributing nor in the context of partitioning. With the exception of the right solution 8:4 = 2, Karsten always gives the divisor as the result.

Summarizing his results, one could see, that there is just one group out of which he did not obtain any right solution. Within several groups the number values are the influencing factors for solving or not solving a task. He understood nearly all types of problems and could at least solve one or two tasks of a group. His dominant strategy was finger calculating.

JULIA: DEPENDENCE ON CONTEXT RELATIONS

Julia, a below average child (S 4; 9 years) solved 10 tasks correctly. Looking at the number of correct solutions within one group, an "all or nothing" pattern becomes obvious (table 3).

All tasks of the countable multiplication (*1a*) are solved correctly. With group *1a** (countable multiplication with mental completion) all her results are close to the quantity of *visible* windows.

With all problems of the context-related multiplication (*1b)*, she names the multiplier, here the number of arrows, as the solution.

With group *1c* one mistake occurs (5·3 = 20): Instead of 5·3, she probably calculated 5·4 or 4·5, using the commutativity. During the interview Julia worked out the task 8·3 with the help of her fingers without any problems. She calculated 3·8, using again the commutative law.

In the groups of countable division only one result is correct. In most cases, Julia names the divisor as the result.

For nearly all tasks of the context-related division, she worked out the *subtraction* instead of division. During the interview it became clear that the operation was not chosen in a mechanistic way like guessing the operation for the given numbers 12 and 3. She argued, referring to the given context, that 3 children take one gondola and that 9 children remain at the cable railway and have to wait.

In summary her results show a dependence on the kind of context: If she understands the given problem well, she is able to solve at least four out of five tasks of a group. Her dominant strategy was finger calculating, too. The number of correct solutions does not depend on the given number values.

VLADIMIR: DIFFERENT DEPENDENCES

Vladimir (S 6; 10 years) is also a below average students (solving 13 out of 40 tasks) correctly (table 3). Referring to different problems different dependences become obvious and the interplay of tests and interview is to be illustrated in an exemplary way.

All tasks of the countable multiplication (*1a*) are solved correctly. For the countable multiplication with mental completion (*1a**) none of his results is correct. Vladimir only counts the visible, sometimes partly covered windows.

If children do not take the hidden windows into consideration, they can still have thought about the context. In the interview, Vladimir also counted only the visible windows. The later thematisation of this problem reveals that Vladimir has indeed thought about the facts of the case and possibly recognized the field pattern. However, he argued that there cannot be any windows behind the bush, because one cannot see anything then.

I: Mhm. So can you imagine that there are also windows behind the bush?

Vladimir: [*negatively*] Mm. ... Doesn't work.

I: Why does that not work?

Vladimir: One doesn't see anything there.

I: Yes, but the bush can also ... there can still be room in between.

Vladimir: Yes, there they can cut it.

I: Mhm. So could you draw the windows, which could be behind there?

Vladimir was able to do so and could solve the task.

For the context-related multiplication (*1b*), during the written test, Vladimir always gives the answer 23. Probably he added all the numbers on the board (calculation error included). The interview gave more insight in his underlying thinking:

Firstly, Vladimir again added all the numbers on the board (3+4+5+6+7). He got the result 24, including again a calculation error. The interviewer asked him about the meaning of the arrows. Vladimir then added 5 to his first result and got 29. The interviewer started anew simulating the game: Imagine that we both play this dart game. One arrow means 3 points. Vladimir at once calculated the "threes" together, again with a calculation mistake, and finally got the result 16. The interviewer reflected this new result:

I: Why did you do it another way?

Vladimir: Because … We have played now.

I: Yes. … And what's now the correct result? If you want to know, how many points the boy scored in this dart game?

Vladimir: Twenty-nine.

Obviously, for Vladimir playing a game does mean a specific world, whereas the solution of a mathematical task takes place in another world, probably in a kind of "mathematical world".

For the context-free multiplication he obtained two correct results. For the others his results diverged by 1 or 2 from the right solution. Within the group of countable division/distributing he names the divisor in four of five cases. One task (30:5) is solved correctly. Surprisingly, all tasks of the countable division in the context of partitioning are solved correctly. For the context-related division none right solution occurs. His strategy remains unclear.

In summary, there is no over-all pattern in his solving processes. It depends on the context and the given operation but also on the given numbers.

CONCLUSIONS FOR INSTRUCTION AND RESEARCH

SUPPORT OF OWN STRATEGIES

For a successful solution, also of first unfamiliar problems, it seems essential to encourage especially learning-disabled children to their own ways. These should be explicitly made the subject of discussion in class (cf Ter Heege 1983, p 12). Only in this way, these children learn that they *themselves* can solve given tasks or problems in general with their own ideas (cf also Ter Heege 1985, p 380).

Especially for the solution of word problems or context problems in general the *own notations* and independently developed strategies play a central role. The knowledge gained in this way can be easier remembered and applied and it also contributes to the support of self-confidence and independence (cf also Isenbarger & Baroody 2001, p 468).

The lacking self-confidence in particular presents a big obstacle with learning-disabled children. Even though they are potentially able to solve the given tasks, the lacking self-confidence or the fear of failure makes them fail.

The different achievements of the students regarding the division interpretations "distributing" and "partitioning" make obvious the necessity of the aware teacher's role: "The teacher must be aware of the differences in order to help those students for who the ability to apply the division is not yet situation-independent" (Hefendehl-Hebeker 1982, p 39).

Experience has shown that different strategy profiles emerge with children of one class, even though they had the same instruction (Spiegel & Fromm 1996). With classes of a school for learning-disabled children with different school careers of the single children, one must assume even more difficulties, which also showed with this study. The concept of small steps and of same steps, which is still common in this form of school, certainly does not represent a suitable instruction- and support-conception.

SUPPORT OF BASE KNOWLEDGE

Certain base abilities are essential for solving multiplication and division problems if one does not want to be restricted to a mere learning by heart of the multiplication table. These are for example counting in steps, addition table or also subitizing. Tests and interviews have shown that this is where a big source of error is situated, especially when the children used their finger-counting methods.

EFFECTIVE USE OF REPRESENTATIONS

The representations central for multiplication and division should be made the subject of discussion in class and their advantages and disadvantages should be emphasized with the help of typical examples. An effective illustration is represented by structural fields, which however have to be used meaningfully. Here, teachers are also asked to identify and if necessary substitute less meaningful representations (like figure 2), and in any case to complete them with more suitable ones.

Relation-rich learning and practising

This is about relations between single tasks (Ter Heege 1998/99), between the single operations (multiplication and division, but also between multiplication and addition) as well as about relations between the different levels of representation (cf Scherer 2002). Only like this, knowledge, which is not immediately accessible anymore, can be effectively reconstructed.

This of course requires that there is importance attached to the understanding of the relations (Ter Heege 1998/99, Van den Heuvel-Panhuizen 2001, p 76ff). Taking the children's non-uniform profiles into consideration, a comprehensive introduction and learning and practising in manifold relations are advisable already because of this reason.

More conscious selection of numerical data

In order to do justice to the individual achievements, a variation of easy and more demanding problems is recommended on the one hand. This can among other things also be realized by means of so-called open problems. The influence of the number values became obvious in the study.

On the other hand, certain relations such as exchange tasks or derived tasks are to be explicitly practised by means of the selection of the numerical data. Besides of course also problems with 1 (as very easy) or problems with zero (as "supposedly" demanding problems).

The frequent misconception $3 \cdot 0 = 3$ (in analogy to addition) for example can be talked about using the context of the dart game (cf figure 4b). It should be avoided that the children acquire a rule without meaning (for example "Three times zero is equal to zero").

The thinking about number values and their more conscious use should not be underestimated.

Closing remarks

Teaching practice in special education and also for low achievers in regular school still proceed in a small-step-way, without making use of central relations, which can ultimately represent a learning help. Although there exist several empirical studies which show the advantage of a more constructivist and holistic approach (cf Ahmed 1987, Moser Opitz 2000, Scherer 1995), there still exists scepticism. With studies such as the one presented here it becomes obvious that a small-step instruction conception cannot do justice to the different students: It neither deals with the existing difficulties nor can the children show what they are capable of. It remains to hope that in the future the differences between students will be taken more seriously and at the same time support will be given to improve their flexibility in solving different mathematical problems.

REFERENCES

Ahmed, A. (1987): *Better Mathematics. A Curriculum Development Study*. London: HMSO.

Anghileri, J. (1997): Uses of counting in multiplication and division. In Thompson, I., ed. *Teaching and Learning Early Number*, p 41-51. Buckingham: Open University Press.

Hefendehl-Hebeker, L. (1982): Zur Einteilung des Teilens in Aufteilen und Verteilen. *Mathematische Unterrichtspraxis*, (4), p 37–39.

Hengartner, E. & Röthlisberger H. (1999): Standortbestimmung zum Einmaleins (2. Klasse): Die Suche nach geeigneten Aufgaben. In Hengartner, E., ed: *Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht*, p 36–40. Zug, CH: Klett & Balmer.

Isenbarger, L. M. & Baroody, A. J. (2001): Fostering the mathematical power of children with behavioral difficulties: the case of Carter. *Teaching Children Mathematics*, (8), p 468–471.

Klauer, K. J., ed. (1991): *Mathematik – Unterstufe*. Düsseldorf: Cornelsen.

Lienert, G. A. & Eye, von A. (1994): *Erziehungswissenschaftliche Statistik*. Weinheim: Beltz.

Lorenz, J. H. & Radatz, H. (1993): *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel.

Moser Opitz, E. (2000): "*Zählen - Zahlbegriff - Rechnen" Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen*. Bern: Haupt.

Scherer, P. (1995): *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte – Theoretische Grundlegung und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung*. Heidelberg: Edition Schindele.

Scherer, P. (1996): Evaluation entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte: Quantitative oder qualitative Forschungsmethoden? *Heilpädagogische Forschung*, (2), p 76–88.

Scherer, P. (1997): Schülerorientierung UND Fachorientierung – notwendig und möglich! *Mathematische Unterrichtspraxis*, (1), p 37–48.

Scherer, P. (2002): "10 plus 10 ist auch 5 mal 4". Flexibles Multiplizieren von Anfang an. *Grundschulunterricht*, (10), p 37–39.

Selter, C. (1994): *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe. Grundsätzliche Überlegungen und Realisierungen in einem Unterrichtsversuch zum multiplikativen Rechnen im zweiten Schuljahr*. Wiesbaden: DUV.

Spiegel, H. & Fromm, A. (1996): Eigene Wege beim Dividieren – Bericht über eine Untersuchung zu Beginn des 3. Schuljahres. In: Kadunz, G., ed: *20 Jahre Mathematikdidaktik. Trends und Perspektiven*, p 353–360. Wien: Teubner.

Ter Heege, H. (1983): Von Situationen und Modellen über Strategien zum 1x1. *Mathematik lehren*, (1), p 10–15.

Ter Heege, H. (1985): The acquisition of basic multiplication skills. *Educational Studies in Mathematics*, p 375–388.

Ter Heege, H. (1998/99): Tafelkost: Wat is 'oefenen van elementaire vermenigvuldigen'? *Willem bartjens*, (5), p 40–41.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1990): Realistic arithmetic/ mathematics instruction and tests. In Gravemeijer, K. et al., eds: *Contexts Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education*, p 53–78. Utrecht: Freudenthal Institute.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., ed. (2001): *Children Learn Mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Wittmann, E. C. et al. (2000): *Das Zahlenbuch. Mathematik im 2. Schuljahr.* Leipzig: Klett.

II. Papers

Att förstå tal och lära sig räkna

Om hur barn som är blinda, barn som är döva och barn som ser och hör erfar talens innebörd

Ann Ahlberg

Jönköping University, Sweden

Abstract

This research investigates children's understanding of numbers in a problem solving context. The description of how children come to understand numbers is based in two different levels of analyses: Firstly, the level of how children handle numbers grounded in observations and interpretations of children's ways of acting and thinking while solving a number of elementary arithmetic world problems. Secondly, the level of experiencing numbers made up by an interpretation of these acts and thoughts. That is, what aspect of numbers children are focally aware of in the problem solving situation in terms of meaning and structure. A comparative approach – studying children who are blind, children with a hearing impairment and children without these impairments aims at illuminating and describing the differences and similarities between the three different groups. The results of the investigation show that there are distinctly different qualities in children's ways of experiencing numbers and that children are simultaneously aware of various aspects of numbers. However, the comparative analyses show that on a group level there is no aspect of numbers, described in this investigation, some group of children do not experience.

Bakgrund och forskningsanknytning

Det presenterade projektet inkluderar tre studier riktade mot var sin barngrupp. Det handlar om barn som är blinda, döva barn som använder teckenspråk samt barn utan dessa funktionshinder. Den övergripande forskningsfrågan är hur dessa tre grupper av barn löser elementära additions- och subtraktionsproblem och om det finns likheter och skillnader i de olika barngruppernas förståelse av talens innebörd.

Teoribildningen om hur barn utvecklar förståelse för tal vilar på olika grundantagande om människors utveckling och lärande, vilket medför att skilda aspekter av barns matematiska förståelse fokuseras. Piaget (1969) är en förgrundsgestalt inom forskningen om matematisk begreppsförståelse. Hans teorier grundas i att barns matematiska förståelse utvecklas genom abstrakt logiskt tänkande och reflektiv abstraktion. Många andra forskare menar dock att barn har ett ansenligt matematiskt kunnande långt innan de har uppnått den begreppsliga förståelse som Piaget menar karakteriserar tänkandet om tal och talbegrepp. Wynn (1992ab) har visat att barn är kapabla att resonera numeriskt redan innan de lärt sig några räkneord. Vid tre års ålder vet barn att varje räkneord refererar till en mängd även om de ännu inte har kunskap om det exakta antalet i mängden. Redan innan barn lärt sig räkneord kan de emellertid omedelbart uppfatta små grupperade mängder. Denna förmåga som benämns "subitizing" kan enligt Fisher (1992) spela en betydelsefull roll för barns matematiska begreppsutveckling.

En annan aspekt som anses ha betydelse för utvecklingen av barns matematiska tänkande är att räkna på talsekvensen. Fuson (1992) är en av de många forskare som menar att kunskap om talsekvensen är mycket väsentlig för att barn ska utveckla aritmetiska färdigheter. Gelman och Gallistel (1983) menar att barn för att utveckla förståelse för tal och räkning måste förstå fem fundamentala räkneprinciper. Dessa anses vara genetiskt betingade och förståelsen utvecklas med stigande ålder. Den viktigaste principen är kardinalitetsprincipen, det vill säga insikten om att i en sekvens av uppräknade föremål anger det sist nämnda räkneordet antalet föremål i mängden.

Beskrivningen av barns matematiska förståelse kan även ta sin utgångspunkt i hur barn använder sina fingrar när de löser problem (Neuman 1987) eller i problemlösningsstrategier. Enligt Carpenter och Moser (1984) använder barn till en början olika föremål för att representera mängder. Den mest utvecklade räknestrategin vid addition är "räkna upp från det största talet". I exemplet 3+5 påbörjas uppräkningen på sex, vilket följs av sju och åtta. Det sista stadiet i utvecklingen av räknefärdigheten innebär att barnen enbart räknar i huvudet och utnyttjar minneskunskaper eller så kallade talfakta och vet att 3+5=8. En ovanlig strategi är dubbelräkning vilket innebär att barnen räknar på två talrader Fuson och Hall (1983) anser att denna strategi är högt utvecklad på grund av sin höga abstraktionsnivå. Exempelvis innebär den att barnen för att finna ett svar på uppgiften 2+_=9 räknar 3 är 1 ... 4 är 2 ... 5 är 3 ... 6 är 4 ... 7 är 5 ... 8 är 6 ... 9 är 7.

BARN SOM ÄR BLINDA

Blinda barn uppfattar inte världen simultant på samma sätt som seende barn. Enligt Best (1992) är ett gemensamt drag i de blinda barnens erfarande att de inte har tillgång till den koordination och integration av fenomen i omvärlden som synsinnet möjliggör. Ytterligare ett karakteristiskt drag är att barnen på grund av sitt sinnliga erfarande endast kan förstå vissa begrepp genom logiskt tänkande. Många forskare menar därför att barnen måste utveckla det logiska tänkandet och träna sin minneskapacitet för att kunna tillägna sig aritmetiska färdigheter (Deloche & Seron 1987). I en översikt av forskningen summerar Warren (1984) att jämfört med seende barn i samma ålder har barn som är blinda en eftersläpning på omkring två till fyra år. När barnen blir äldre tycks emellertid denna skillnad försvinna. I en senare undersökning av Csocsán (1993) framkommer emellertid att fördröjningen bland de yngre barnen begränsar sig till omkring ett till två år.

BARN SOM ÄR DÖVA

En stor del av den forskning som genomförts med inriktning mot döva barn och matematik pekar på den skillnad som finns i matematiskt kunnande mellan döva barn och hörande barn. En skillnad som inte försvinner med ökande ålder (Frostad 1999). Orsakerna till detta är inte helt klarlagda men forskare har antingen studerat effekter av olika undervisningsmetoder (Kluwin 1993, Wood 1993 m fl) eller hur den kognitiva profilen inverkar på elevernas lärande (Allen 1986). Senare forskning visar att den semantiska strukturen påverkar svårighetsgraden i ett aritmetiskt problem. Det visar sig även att strukturella aspekter i teckenspråket kan påverka döva barns tänkande. Detta kan innebära att de utvecklar förfinade proceduriella färdigheter, istället för att utveckla en begreppslig kunskapsbas (Frostad &

Ahlberg 1996, 1999). Kommunikation på teckenspråk är emellertid oerhört betydelsefullt för döva barns matematiska begreppsbildning vilket Foisack (2003) lyfter fram.

Projektets syfte, metod och genomförande

Undersökningen syfte var att synliggöra barnens kvalitativt skilda sätt att erfara talens innebörd och kartlägga och beskriva den variation som visade sig när barn med olika sinnligt erfarande löste elementära aritmetiska problem. Projektet utfördes inom den fenomenografiska forskningsinriktningens ram. Inom fenomenografin är forskningsintresset riktat mot att beskriva hur människor erfar, förstår och uppfattar skilda fenomen i omvärlden (Marton 1981). Intresset var således inte riktat mot att utröna om barnen kunde lösa problemen eller vilka typer av fel de gjorde. Det handlade istället om att blottlägga variationen i förståelse och erfarande. Att utforska kvalitativt olika sätt att erfara kan innebära att hantera skillnader i mening, det vill säga referentiella aspekter och skillnader i struktur, det vill säga strukturella aspekter (Marton & Booth 1997).

Tolkning och analys

Barn från de tre olika barngrupperna intervjuades och observerades när de löste olika typer av elementära aritmetiska problem. För att blottlägga barnens erfarande genomfördes analysen och tolkningen av datamaterialet på två nivåer. På den första nivån analyserades de skilda förfaringssätt som barnen använde för att lösa problemen. Den andra tolkningsnivån handlade om barnens sätt att erfara talens mening och innebörd. I denna undersökning innebär detta en tolkning av vad de fokuserar i problemlösningssituationen.

Datainsamling och undersökningsgrupp

För att få tillgång till ett rikt och mångfacetterat dataunderlag som kan återskapas gång på gång användes videoinspelningar vid datainsamlingen. Intervjuerna transkriberades till skriven text. De frågor som ställdes hade en öppen karaktär för att få barnen att beskriva, förtydliga och förklara sitt handlande och tänkande.

Ahlberg (1997, 2000) genomförde studien som involverade barn som ser och hör vilka gick sista året i förskolan i någon av de tre olika förskolor som deltog i studien. Barnen hade inte erhållit någon formell undervisning i matematik. Studien med de blinda barnen barn genomfördes av Ahlberg och Csocan (1997, 1999). Samtliga barn var födda med synskada som enda funktionshinder. Barnen gick i förskolan eller skolan vid den ungerska skolan för blinda barn. Frostad och Ahlberg (1996) genomförde studien med de döva barnen. Samtliga använde det norska teckenspråket som första språk. En översikt av antalet barn och ålder i de tre olika grupperna visas i tabell 1.

Tabell 1. Antal barn och ålder i de olika barngrupperna.

	Barn utan funktionshinder	**Barn som är blinda**	**Barn som är döva**
Ålder	6–7	5 6 7 8 9	6 7 8 9 10
n	38	1 6 6 10 2 (n 25)	5 6 7 7 6 (n 31)

Det finns två orsaker till att barnens ålder inte var densamma i de tre grupperna. För det första var grupperna med funktionshindrade barn relativt små, vilket gjorde att urvalet var begränsat. För det andra var forskningsintresset riktat mot att beskriva variation. Eftersom det förekommer en fördröjning när det gäller utvecklingen av aritmetiska färdigheter hos barn med funktionshinder, sågs det därför som en fördel att äldre barn med funktionshinder deltog i projektet.

Problemlösningsuppgifter

Innehållet i problemuppgifterna var detsamma för de tre barngrupperna, men presentationssättet anpassades något på grund av skillnader i barnens sinnliga erfarande.

Verbala vardagsproblem: Barnen ställdes inför ett antal elementära additions- och subtraktionsproblem med ett successivt ökande talområde. ”Om du har 2 kronor (florinter) och får 7 till, hur många kronor har du då?” respektive ”Om du har 10 kronor och köper en chokladbit för 7 kronor, hur många kronor har du kvar? De fick även lösa öppna problem av typen ”Tänk dig att du har 5 kronor i fickan när du går ut. När du kommer hem har du 2 kronor i fickan. Hur många kronor har du tappat? (5-_=2)”.

Delning: Barnen skulle dela upp ett antal knappar i två askar – en svart och en vit. De första uppgifterna handlade om att dela 9 knappar. De barn som klarade detta med lätthet fick dela upp 13 knappar och de som inte klarade uppgiften med 9 knappar fick försöka med 5 stycken. För de blinda barnen användes florinter. Barnen uppmanades att räkna 9 florinter (ungerska mynt). Intervjuaren gömde därefter florinterna i sina händer och frågade barnen hur många florinter hon hade i varje hand.

Kontextuella problem: Dessa problem introducerades för barnen genom att intervjuaren talade om en bagare och en bulltjuv och visade ett antal pappersbullar på en plåt. Därefter skulle barnen lösa problem inom denna kontext. Exempelvis: En bagare har bakat bullar. Det finns 8 bullar på plåten. Han går ut och när han kom tillbaka finns det två bullar på plåten. Hur många bullar har bulltjuven tagit? För att den språkliga kompetensen inte skulle inverka på de döva barnens förståelse av problemets innehåll presenterades dessa uppgifter för dem i ett animerat dataprogram.

RESULTAT

Resultatbeskrivningen visar en rik variation i hur barn hanterar och förstår tal såväl mellan som inom grupperna. Barnens förfaringssätt är relaterade till deras förståelse av talens innebörd, men det förkommer inte någon ett-till-ett korrespondens. Några förfaringssätt kan vara kopplade till mer än en förståelse. Det är även relativt vanligt att ett barn skiftar förfaringssätt vid lösningen av ett problem och därvid även skiftar förståelse av talens innebörd.

Fem skilda sätt att uppfatta och förstå talens innebörd har identifierats. Tal kan erfaras som: RÄKNEORD – OMFÅNG – POSITIONER I TALSEKVENSEN – GRUPPERADE ENHETER – SAMMANSATTA ENHETER.

Förfaringssätten har grupperats i fem överordnade kategorier: Att säga räkneord – att uppskatta – att räkna – att räkna och gruppera – att strukturera.

Tabell 2 ger en översikt av hur barnen förstår talens innebörd och vilka förfaringssätt de använder.

Tabell 2. Variation i erfarande och i förfaringssätt.

TAL SOM RÄKNEORD

- Förfaringssätt – *Säga räkneord*
  - Godtyckliga tal
  - Lika tal
    - Referentiell aspekt – Oprecicerad månghet
    - Strukturell aspekt – Enstaka tal
  - Tal i ordning
    - Referentiell aspekt – Opreciserad månghet
    - Strukturell aspekt – Successiva tal

TAL SOM OMFÅNG

- Förfaringssätt – *Uppskatta*
    - Referentiell aspekt – Delarnas och helhetens ungefärliga månghet
    - Strukturell aspekt – Talomfång

TAL SOM POSITIONER I TALSEKVENSEN

- Förfaringsätt – *Räkna*
  - Dubbelräkna
  - Räkna alla
    - Referentiell aspekt – Delarnas och helhetens exakta månghet
    - Strukturell aspekt – Enstaka och successiva tal

TAL SOM GRUPPERADE ENHETER

- Förfaringssätt – *Räkna och gruppera*
  - Räkna och känna
  - Räkna och höra
  - Räkna och se
    - Referentiell aspekt – Delarnas och helhetens exakta månghet
    - Strukturell aspekt – Enstaka, successiva och grupperade tal

TAL SOM SAMMANSATTA ENHETER

- Förfaringssätt – *Strukturera*
  - Se utan att räkna
  - Använda härledda talfakta
  - Använda erfarna talfakta
    - Referentiell aspekt – Delarnas och helhetens exakta månghet, talrelationer
    - Strukturell aspekt – Sammansatta och uppdelade enheter

TAL SOM RÄKNEORD

När barn förstår tal som Räkneord ger de ett svar på ett problem utan att utföra någon räkneoperation eller göra en uppskattning, även om de inte vet det rätta svaret. När de löser en uppgift säger de ett räkneord. De uppfattar tal som ”Räkneord” – det vill säga ord som refererar till antal och mängder. De refererar till en opreciserad månghet (referentiell aspekt) och urskiljer enstaka tal eller succesiva tal i talsekvensen (strukturell aspekt). Barn som säger räkneord vet att ett tal refererar till ett antal eller en mängd – *en månghet* – men de har inte någon uppfattning om den exakta mångheten och de har inte förståelse för kardinalitet. De kan gå tillväga på tre skilda sätt. De säger godtyckliga tal, lika tal eller tal i ordning.[1]

När barn säger *godtyckliga tal* nämner de ett tal som inte har någon anknytning till problemets innehåll. Detta är ett ovanligt sätt att försöka lösa problemen på och det är huvudsakligen de yngre barnen som använder detta förfaringssätt. Vid problem där talområdet är relativt obekant säger emellertid även äldre barn räkneord. På frågan hur de har gått tillväga och hur de tänker och är svaret ofta att de inte vet hur de gör eller att de gissar. Vissa barn knyter an till talen i problemet och säger *lika tal.* Detta kan vara det första talet eller sista talet som nämns i problemet. Andra barn svarar med att säga *tal i ordning*. De refererar då till en opreciserad månghet och fokuserar successiva tal. De svarar med talet som följer före eller efter i talsekvensen. Rebbeca, som är blind (7 år), är inriktad mot talsekvensen.

I: Jag har fem kronor och tar några i ena handen och resten i den andra handen. Hur många har jag i den ena och hur många i den andra handen?

R: 5.

I: Hur många är det i den andra då?

R: 6.

I: Mmm. Om jag tar 3 i en hand? Hur många är det då i den andra?

R: 4.

I: Om jag tar 4 i den ena handen först? Hur många är det då i den andra?

R: 5.

I: Om jag tar 3 först?

R: Då blir det 4.

I: Vet du hur många det var tillsammans?

R: 5.

TAL SOM OMFÅNG

Även när barn förstår tal som Omfång ger de ett svar på ett problem utan att utföra någon räkneoperation eller procedur. Istället använder de förfaringssättet *uppskatta* och gör en rimlig uppskattning.[2] Barnen refererar då till delarnas och helhetens ungefärliga månghet och fokuserar talomfång. När barn uppskattar har de en viss uppfattning om talens månghet och erfar tal som ”Omfång”. De är medvetna om att ett tal refererar till ett antal eller en mängd – en månghet – däremot har de inte någon uppfattning om den exakta mångheten. Talen är ord som refererar till en ungefärlig månghet. Ken, som är hörselskadad (6 år), har två förslag.

I: Jag har nio kronor och ska lägga dem i de här två askarna? Hur ska jag lägga dem?

K: 3 och 5 eller 2 och 8.

TAL SOM POSITIONER I TALSEKVENSEN

När barn förstår tal som Positioner i talsekvensen inriktar de sig mot talsekvensen. De refererar till delarnas och helhetens exakta månghet och fokuserar talsekvensen som konstruerad av enstaka och successiva tal. De ger ett svar på ett problem genom att utföra en räkneoperation där de håller ordning på alla tal. De använder ”dubbelräkning” eller ”räknar alla”.

Dubbelräkna

Några barn använder inte det sinnliga erfarandet utan *dubbelräknar* och håller ordning på talen genom att koppla räkneorden i två parallella talsekvenser till varandra. Ett tillvägagångssätt som Fuson och Hall (1983) menar är en väl utvecklad strategi. När barn använder två talrader för att ”hålla ordning” behöver de inte använda fingrarna för att veta hur många tal de adderat eller subtraherat. De vet att de ska sluta räkna när de nått fram till det sista talet på den ena talraden. Pia, som är döv (9 år) löser ett problem genom att räkna på två talrader på teckenspråk.

I: Bagaren hade bakat 9 bullar och lagt dem på en plåt. Sedan kommer tjuven och tar några. När bagaren kommer tillbaka finns det bara 5 kvar. Hur många bullar hade bulltjuven tagit?

P: …4.

I: 4? Hur tänkte du då?

P: Jag räknade.

I: Hur gjorde du då?

P: Så här (visar symbolen för 9 på teckenspråk på vänster hand) och sedan räknade jag så här (räknar ner på teckenspråk från 9 till 5 på den vänstra handen samtidigt som hon räknar upp från 1 på högra handen).

När Åsa har räknat 5 steg på vänstra handen (de 5 kvarvarande bullarna), kunde hon ”läsa av” svaret 4 på högra handen.

Räkna alla

Vissa barn räknar alla tal genom att använda sina fingrar. Detta är en välkänd additionsstrategi som Carpenter och Moser (1984) benämner ”räkna alla från det första talet”. De bedömer denna strategi som det första steget i barns utveckling. Cia som ser och hör (6 år), räknar alla talen på fingrarna.

I: Om du har 2 äpplen, och så får du 3 till, hur många har du då?

C: 5. (Räknar först två fingrar 1,2. Därefter 3 fingrar 1, 2, 3 och slutligen alla fingrarna 1, 2, 3, 4, 5).

TAL SOM GRUPPERADE ENHETER

Barn som förstår tal som Grupperade enheter löser ett problem genom att ”räkna och gruppera”. Vid detta förfaringssätt erfar de samtidigt talen som Grupperade enheter och som Positioner i talsekvensen. Barnen refererar då till delarnas och helhetens exakta månghet och fokuserar enstaka, successiva och grupperade tal. Detta är ett mycket vanligt sätt att förstå tal i samtliga tre barngrupper och det förekommer en stor variation i barnens förfaringssätt. De räknestrategier som Carpenter och Moser (1984) har identifierat exempelvis ”räkna från första talet” och ”räkna upp från största” svarar inte på frågan när barnen vet att de *ska sluta räkna*. Hur vet de exempelvis att de adderat tre om de inte räknar upp tre element? Tolkningen av datamaterialet i detta projekt visar att då barnen räknar och grupperar kan de genom subitizing och det sinnliga erfarandet direkt urskilja antalet i någon del. Det sinnliga erfarandet ger därmed svar på frågan hur barn vet att de ska sluta räkna. Tre huvudkategorier är identifierade: räkna och känna, räkna och höra, räkna och se.

Räkna och känna

Det är ovanligt att barnen hanterar tal genom att ”räkna och känna”. De tar eller känner då på någonting i omgivningen, exempelvis stolen eller bordet eller sina fingrar, för att få en upplevelse av talen och veta när de ska sluta räkna upp eller ned. Martin, som ser och hör (6 år), är inriktad både mot tal som Positioner i talsekvensen och Grupperade enheter.

I: Du har 5 kronor i fickan och när du kommer hem har du två kronor i fickan, hur många har du tappat?

M: 3. (Räknar med pekfingret på bordet i en rad. 1, 2, 3, 4, 5. Då tappar jag den och den.)

Räkna och höra

När barn hanterar tal genom att ”räkna och höra” lyssnar de på hur många räkneord de säger när de räknar uppåt eller nedåt på talsekvensen. De använder inte någon procedur för att hålla ordning på talen. Genom sitt sinnliga erfarande uppfattar de månghet genom subitizing. De refererar till delarnas och helhetens exakta månghet vilken de uppfattar genom att fokusera enstaka, successiva och grupperade tal inom lägre talområden. Hörselskadade och döva barn använder naturligtvis inte ”räkna och höra”. Det är emellertid ett vanligt förfaringssätt bland barn utan funktionshinder. Det är också mycket vanligt bland barn som är blinda, och en hel del barn kan uppfatta ett stort antal tal. Valery, som är blind (7.5 år), räknar uppåt.

I: Om du har 12 florinter och vill köpa en chokladkaka som kostar 19 florinter hur många florinter behöver du?

P: …

I: Kan du räkna högt?

P: 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19.

I: Hur många är det?

P: 7.

Räkna och se

Barnen som ”räknar och ser” är också riktade mot tal i talsekvensen genom att de räknar ett och ett, men de är samtidigt inriktade mot mångheten i delar och helhet. Tal erfars simultant som Positioner i talsekvensen och som Grupperade enheter. Barnen använder de räknestrategier som Carpenter och Moser beskrivit och med hjälp av sitt sinnliga erfarande urskiljer de omedelbart antal och vet när de ska sluta räkna. De som ser på saker i sin omgivning och använder dessa för att hålla ordning på talen. Det kan vara en tavla med blommor, ett element eller någon annan sak i närheten, men det vanligaste är att barnen använder fingrarna.

Barn som är blinda använder naturligtvis inte ”räkna och se”. Bland barn utan funktionshinder är det emellertid ett mycket vanligt förfaringssätt inom lägre talområden. Nia, som ser och hör (6 år) räknar uppåt.

I: Om du har 3 kronor och ska köpa en glass som kostar 7 kronor, hur många kronor fattas det då?

N: 4. (Utgår från 3 och räknar 4 5 6 7 på fingrarna. Ser 4 fingrar utan att räkna dem.)

TAL SOM SAMMANSATTA ENHETER

Att förstå tal som Sammansatta enheter innebär att urskilja uppdelade och sammansatta tal och ge ett svar på ett problem utan att använda någon procedur. Barn som erfar tal som Sammansatta enheter räknar inte på talsekvensen. Istället strukturerar de talen på olika sätt. De refererar till delarnas och helhetens exakta mångfald, uppfattar talrelationer och strukturerar talen i sammansatta och uppdelade enheter. Tre kvalitativa skilda förfaringssätt har identifierats: Se utan att räkna, härledda talfakta, samt erfarna talfakta.

Se utan att räkna

Barn som ser utan att räkna erfar mångheten genom att se på sina fingrar. Med det sinnliga erfarandet kan de se delar och helhet i problemet. De blinda barnen använder förstås inte detta förfaringssätt och det är ett mycket ovanligt sätt att hantera tal såväl bland döva barn som bland barn som ser och hör.

I: Moa, om du har 4 kronor och tappar två. Hur många har du kvar då?

M: 2. (Visar 4 fingrar och böjer ner två.)

Härledda talfakta

Ett annat sätt att hantera tal är att använda härledda talfakta. Detta innebär att barnen härleder ett svar genom att utgå från ett känt talfakta, vilket används som startpunkt för att utföra en numerisk operation. De kan även gruppera tal i delar och använda dessa som utgångspunkt för vidare operationer. Daniel en pojke som ser och hör utgår från en ”dubbla”.

I: Om du har 9 kronor och så tappar du 4. Hur många har du då?

A: 5.

I: Nu får du berätta hur du tänkte.

A: Jag tänkte att 4+4 är 8 och så ett mer är 5.

Erfarna talfakta

Ett tredje sätt som barnen använder när de förstår talens sammansatta natur är talfakta. Barnen använder inte någon räkneoperation för att komma fram till ett svar, utan ger ett svar direkt. Det tycks finnas två typer av talfakta. Talfakta kan vara isolerade, inlärda och förstås som en opreciserad månghet. I de fall då barn inte uppfattar någon del–helhetsrelation erfar de tal som ”Räkneord”. Till exempel kan ett mycket litet barn veta att 2+2=4. Det finns emellertid även erfarna talfakta i den meningen att barn har en förståelse för talens del–helhetsrelation och vet hur de ska sätta samman och dela upp dem. Erfarna talfakta lärs in genom att barn hanterar tal i skilda situationer i skola och vardagsliv. Mattias som är blind (7.5 år) behöver inte utföra någon aritmetisk operation.

I: Bagaren har tagit 6 bullar från ugnen och lämnat dem att kallna. Han går på en promenad. När han kommer tillbaka ser han att en tjuv har tagit 3 bullar. Hur många bullar är kvar?

M: 3.

I: Hur vet du det?

M: 6-3.

I: Hur visste du det.

M: Jag bara vet det.

DET SIMULTANA ERFARANDET AV TAL

Analysen visar att när barnen löser problemen är olika aspekter av tal fokala i deras medvetande. De olika sätt som barnen hanterar tal är inflätade i deras förståelse av talens innebörd. Några sätt att hantera tal är relaterade till mer än en innebörd och barn kan simultant erfara flera olika aspekter av tal när de löser ett problem. Relationerna mellan förfaringssätt och erfarande visas i tabell 3. Vissa aspekter kan vara fokalt medvetna (ljusgrått), några aspekter kan erfaras men de fokuseras inte (mörkgrått) och andra erfars överhuvudtaget inte (svart).

Tabell 3. Relationer mellan talens innebörd och förfaringssätt.

	TALENS INNEBÖRD				
FÖRFARINGSSÄTT	Räkneord	Omfång	Positioner i talsekvensen	Grupperade enheter	Sammansatta enheter
SÄGA RÄKNEORD					
Godtyckliga tal Lika tal Tal i ordning					
UPPSKATTA					
RÄKNA					
Dubbelräkna Räkna alla					
RÄKNA OCH GRUPPERA					
Räkna och känna Räkna och höra Räkna och se					
STRUKTURERA					
Se Härledda talfakta Erfarna talfakta					

Av tabellen framkommer vilka aspekter av tal barn fokalt kan vara medvetna om när de löser problem. När de räknar och grupperar är barnen samtidigt inriktade mot talsekvensen och mot delar och helhet och förstår simultant talens innebörd som Positioner i talsekvensen och som Grupperade enheter.

DET SINNLIGA ERFARANDET AV TAL

Det sinnliga erfarandet är av stor betydelse vid problemlösningen, trots att barnen inte har något manipulativt material. De använder föremål och saker som är tillgängligt för att känna, höra och se talen. Det sinnliga erfarandet utvidgar eller begränsar till vissa delar möjligheterna för variation då det gäller förfaringssätt. Barn utan funktionshinder har större möjligheter att urskilja olika aspekter av tal genom sinnligt och simultant erfarande och det är i denna barngrupp som den största variationen framkommer. Variationen i barnens förfaringssätt vid problemlösningen har studerats såväl på grupp- som på individnivå. Antal problem som barn i de olika barngrupperna arbetat med skiftar. I tabell 4 redovisas därför variationen av förfaringssätt på fyra nivåer: (1) förekommer inte – (2) ovanligt – (3) vanligt – (4) mycket vanligt.

Tabell 4. Olika sätt att hantera tal i de tre barngrupperna

Förfaringssätt	Barn utan funktionshinder				Barn som är blinda				Barn som är döva och hörselskadade			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
SÄGA RÄKNEORD												
Godtyckliga tal		X				X				X		
Lika tal			X				X				X	
Tal i ordning			X				X				X	
UPPSKATTA		X				X				X		
RÄKNA												
Dubbelräkna		X						X			X	
Räkna alla		X			X				X			
RÄKNA OCH GRUPPERA												
Räkna och känna		X				X				X		
Räkna och höra				X					X			
Räkna och se				X	X			X			X	
STRUKTURERA												
Se		X			X					X		
Härledda talfakta		X						X				X
Erfarna talfakta		X						X				X

Tabell 4 visar att barn utan funktionshinder på gruppnivå använder samtliga tolv beskriva förfaringssätt. Barn som är blinda använder nio och barn som är döva använder tio sätt. Det är en stor variation i hur ofta barnen använder olika förfaringssätt såväl på gruppnivå som på individnivå. Några förfaringssätt används inte alls, medan andra används mycket ofta. Två barngrupper saknar ett sinne och använder därför inte vissa förfaringssätt. Barnens ålder har också betydelse. Samtliga barn utan funktionshinder var mellan 6 och 7 år gamla. Åldern på barnen som var blinda varierade från 5 till 8 år och de hörselskadade var mellan 6 till 10 år gamla (se tabell 1).

Det är ganska vanligt att barn från samtliga grupper hanterar tal genom att ”säga räkneord” och ”uppskatta”. Bland blinda och hörselskadade barn var det huvudsakligen de yngre barnen som använde dessa förfaringssätt. Inom större talområden förekom det emellertid även bland äldre barn. Att det inte förekommer några skillnader mellan barngrupperna kan förklaras av att barnen inte har något sinnligt erfarande av talen då de säger räkneord eller uppskattar. ”Dubbelräkning” är ett mycket vanligt förfaringssätt bland barn som är blinda. Det är emellertid mycket ovanligt bland barn utan funktionshinder. Dessa barn har inte samma behov av att hålla ordning på talen genom att räkna på två talrader. De har tillgång till både syn och hörsel och ofta använder fingrarna för att hålla ordning på talen när de räknar. Inom förfaringssättet ”räkna och gruppera” finns den största variationen. ”Räkna och känna” används endast ett fåtal gånger bland barn som ser och hör samt hörselskadade barn. ”Räkna och höra” används naturligtvis inte av de hörselskadade barnen, men det är mycket vanligt bland barn som är blinda. Även barn utan funktionshinder använder ofta ”räkna och höra” framför allt när de löser problem inom små talomfång. ”Räkna och se” används inte av barn som är blinda, men är det vanligaste förfaringssätt bland barn utan funktionshinder. Att ”se utan att räkna” används mycket sällan av barn utan funktionshinder. Det är även mycket ovanligt bland barnen med hörselskada och av förklarliga skäl används det inte av barn som är blinda. ”Härledda talfakta” används ofta av de äldre barnen med hörselskada och av barnen som är blinda, men även bland sexåringarna utan funktionshinder. Det är mycket vanligt att äldre barn som blinda och hörselskadade barn använder ”erfarna talfakta”, men det är ovanligt bland barnen utan funktionshinder. Detta förklaras av att denna barngrupp var yngre än de andra och inte någon av dem hade fått någon formell undervisning i matematik.

Sammanfattningsvis visar resultaten att barn som är blinda, barn som är döva och barn som ser och hör till viss del använder olika förfaringssätt när de löser aritmetiska problem. Det framkommer dock inte några skillnader mellan de olika grupperna med avseende på hur de kan erfara och förstå tal. En slutsats som dras i projektet är att barns utveckling av grundläggande talbegrepp inte endast är en fråga om kvantifiering av föremål eller att räkna på talraden. Det rör sig inte heller enbart om att utveckla det logiska tänkandet. Det handlar i grunden om att sinnligt och simultant erfara tal. Då barn ser, hör och känner talen, kan de erfara olika aspekter av tal och därigenom utveckla sin förståelse för talen som sammansatta enheter.

Noter

1. Av utrymmesskäl är det inte möjligt att ge exempel och citat från varje kategori och barngrupp.
2. För att avgöra om barnen ”säger ett godtyckligt räkneord” eller ”uppskattar” är det nödvändigt att granska hur barnen gått tillväga vid de uppgifterna.

REFERENSER

Ahlberg, A. (1997): *Children's Ways of Handling and Experiencing Numbers*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Ahlberg, A. (2000): *The Sensuous and Simultaneous Experience of Numbers*. Report, 3. Department of Education. Göteborg university.

Ahlberg, A. & Csocsán, E. (1997): *Blind Children and Their Experience of Numbers*. Report, 8. Institutionen för specialpedagogik. Göteborg university.

Ahlberg, A. & Csocsán, E. (1999): How children who are blind experience numbers. *Journal of Visual Impairment and Blindness*, *93*(9), s 549–560.

Allen, T. E. (1986): Patterns of academic achievement among hearing impaired students: 1974 and 1983. I A. N. Schildroth & M. A. Karchmer, red: *Deaf Children in America*, s 161–206. San Diego, CA: College Hills Press.

Best, A. B. (1992). *Teaching Children with Visual Impairments*. Philadelphia: Open University Press.

Carpenter, T. & Moser, J. (1984). The acquisitions of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(3), s 179–202.

Deloche, G. & Seron. X. (1987): *Mathematical Disabilities. A Cognitive Neuro Psycholocial Perspective*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
Fischer, J. P. (1992): Subitizing: The discontinuity after three. I J. Bideaud, C. Meljac & J-P Fisher, red: *Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities*, s 191–208. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
Foisack, E. (2003): *Döva barns begreppsbildning i matematik*. Doctoral dissertation in education. Malmö: Lärarutbildningen, Malmö Högskola.
Frostad, P. (1999): Deaf children's use of cognitive strategies in simple arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics*, *40*(2), s 129–153.
Frostad, P. & Ahlberg, A. (1996): *Conceptions of Numbers – The Perspectives of Hearing Impaired Norwegian Schoolchildren*. Skrifter, 2. Det Konglige Norske Videnskapers Selskap.
Frostad, P. & Ahlberg, A. (1999): Solving story-based arithmetic problems. Achivement of children with hearing impairment and their interpretation of meaning. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 4*(4), s 283–293.
Fuson, K. (1992): Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. I J. Bideaud, C. Meljac & J-P Fisher, red: *Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities*, s 127–151. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
Fuson, K. C, & Hall, J. W. (1983): The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. I H. P. Ginsburg, red: *The Development of Mathematical Thinking*, s 49–107. New York: Academic Press.
Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1983): The child's understanding of number. I M. Donaldsson, R. Grieve. & C. Pratt, red: *Early Childhood Development and Education*. Oxford: Basil Blackwell.
Kluwin, T.N. (1993): Cumulative effects of mainstreaming on the achievement of deaf adolescents. *Exceptional Children*, *60*(1), s 73–81.
Marton, F. (1981): Phenomenography - Describing conceptions of the world around us. *Instructional Science*, *10*, s 177–200.
Marton, F. & Booth, S. (1997): *Learning and Awareness*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
Neuman, D. (1987): *The Origin of Arithemetic Skills*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Piaget, J. (1969): *The Child's Conception of Number*. London: Routledge & Kegan Paul.

Warren, D. (1984): *Blindness and Early Childhood Development*. New York: American Foundation for the Blind.

Warren, D. (1994): *Blindness and Children. An Individual Differences Approach*. New York: American Foundation for the Blind. Cambridge: Cambridge University Press.

Wood, D., Wood, H. & Howarth, P. (1993): Mathematical abilities of deaf school-leavers. *British Journal of Development Psychology*, *1*, s 67–73.

Wynn, K. (1992a): Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, s 749–750.

Wynn, K. (1992b): Children's acquisitions of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, *24*, s 220–251.

Regnehuller

Holger Böttger, Grete Kvist-Andersen,
Lena Lindenskov & Peter Weng

Danish University of Education & Frederiksberg
School of Education, Denmark

Abstract

Here we present the first results from a cooperative project between Danish University of Education and Frederiksberg School of Education. Results of our theoretical discussions are two-folded. One side is the formulation of what might be seen as inadequacies of three concepts in use: difficulties of mathematics (Danish: matematikvanskeligheder), dyscalculia (Danish: dyskalkuli) and mastering (Danish: mestring). The other side is preliminary formulation of our new concept with the Danish term regnehuller. Although we appreciate the intentions behind the three concepts, we question their possible connotations and definitions. We have therefore developed ideas for a new conceptual understanding in order to: Create a terminology, which will be utilised by researchers and practitioners in mathematic education as well as by psychologists; to grasp both broad mathematical goals (not only skills in the four operations) and students who experience heavy difficulties.

Indledning

I Danmark er der stadig en modstand mod at inddrage begreber som dyskalkuli, dysmatematik, handikap og diagnose i forbindelse med elevers vanskeligheder med læring af matematik. Det kan der argumenteres for af forskellige grunde, men det kan også være en stopklods for udviklingen mod et fælles mål ud fra forskellige paradigmer, hvis det er ensbetydende med at man ikke inddrager de begreber andre har som udgangspunkt for at løse det samme problem som man selv ønsker at løse. Hensigten med konferencebidraget er at diskutere forskellige typer af begreber i forbindelse med matematikvanskeligheder, og at foreslå "regnehuller" som et relevant begreb at udvikle i sammentænkning af to paradigmer!

Baggrund og hensigt

Baggrunden er, at såvel mennesker der oplever matematikvanskeligheder, som professionelle der støtter op om disse mennesker, har brug for en ny samtænkning om matematikvanskeligheder. I dag arbejder matematikundervisere og specialundervisere under forskellige paradigmer, og der mangler fælles teoretiske mødepunkter der kan bidrage til et stærkere samarbejde mellem matematikundervisere og specialundervisere. Hertil sporer vi i Danmark en stigende interesse blandt lærere for at få indsigt og handlekraft i forhold til matematikvanskeligheder, men der er ikke tegn på en udvikling der kan føre til en formindskelse af henvisninger til specialundervisning eller markante positive resultater af denne. Det kan synes som om at der stadigt uændret gælder at matematikvanskeligheder i visse tilfælde mere vedligeholdes end afhjælpes gennem den måde specialundervisning tilrettelægges og gennemføres på. Det er med et ønske om at ændre denne stilstand at vi arbejder med en ny begrebsliggørelse.

Begreber skal have navne, og vi præsenterer her termen "regnehuller" fordi vi mener den har en relevant og inspirerende metaforisk betydning. Begreber skal have indhold og struktur, og vi præsenterer her hvilken slags indhold og struktur for begrebet regnehuller som vi stræber efter at få udviklet. Det er vores hensigt at regnehuller kan blive et fælles begreb som matematikundervisere og undervisere i specialundervisning kan finde anvendelse af i en dialog, samt at det generelt kan finde anvendelse blandt didaktikere og psykologer i forbindelse med matematikvanskeligheder, og en hjælp til selvindsigt for de der oplever disse. Dette kan dog give anledning til vanskeligheder fordi:

FARVANDET

Det er generelt et farefuldt farvand at begive sig ud i at beskrive hvad matematikvanskeligheder er, hvordan de optræder, hvad de skyldes og påvirkes af, og hvad mennesker engageret i og omkring matematikundervisning kan gøre for børn.

Det er generelt farefuldt fordi man uforvarende kan komme til at give ofrene skylden, fordi udsagn om matematikvanskeligheder let kan misforstås, fordi det der gøres i bedste mening kan komme til at gøre ondt værre.

Det er farefuldt dansk farvand fordi der i vores kultur er et ambivalent forhold til begrebet diagnose i beskrivelsen af elever, hvor det er helt afgørende om diagnoser på den ene side belægges med skyld og indsnævrede fremtidsmuligheder, eller på den anden side belægges med lettelse og privilegier. "Diagnose" i diskursen omkring matematikvanskeligheder kan opleves af nogle som værende allergifremkaldende.

Det er generelt et farefuldt farvand fordi det kan være forkert ikke at medtænke ekstreme synspunkter i relation til ens foretrukne paradigme, i stedet for at kombinere dem og sammentænke dem.

Når vi alligevel begiver os afsted på det farefulde farvand, er det fordi der er store omkostninger ved ikke at gøre det:

*Det er bekymrend*e at der i dag, hvor vi ved så meget om, hvad der er god matematikundervisning, stadig oplever alt for mange elever der har og får matematikvanskeligheder.

Det er bekymrende at der i dag kan foregå specialundervisning i folkeskolen hvor matematikdelen varetages af lærere der ikke er uddannet til det, at matematik er så svagt og tilfældigt placeret i specialundervisning, og at matematikvanskeligheder både generelt og i tilknytning til specialundervisning står meget svagt i læreruddannelsen og efteruddannelsen.

Det er bekymrende at der i selve matematikundervisningen ikke gøres mere for dem der oplever vanskeligheder og kommer ind i *onde cirkler, hvor vanskeligheder, mindsket selvværd og faldende interesse* følges ad og giver anledning til nogle af de problemer som matematikundervisningen har.

STOR AFSTAND

Det er således fordi der er danske børn, unge og voksne der har – akut og fremtidig – brug for at lærere og læreruddannere får en øget indsigt teoretisk og praktisk i matematikvanskeligheder, at vi arbejde med matematikvanskeligheder. Denne indsigt mener vi, kan fremmes ved at nedbryde afstanden mellem arbejdet med matematikvanskeligheder med fokus på henholdsvis elev og undervisningen.

I dag er forståelse af matematikvanskeligheder præget af to forskellige paradigmer. Det ene har fokusområde på matematikundervisning som institution. Det er matematikdidaktikeres og matematikunderviseres domæne, og hovedforklaringer på matematikvanskeligheder søges løst gennem en ændring i undervisningens relevans og dens tilrettelæggelse i relation til det stofområde der er vanskeligheder med. Løsningsforslagene i dette paradigme angår generelle forbedringer af matematikundervisningen, og de angives som tendens at være til fordel for alle elever, også for de stærkere elever.

Det andet paradigme har det personlige som fokuspunkt. Det er primært psykologers domæne, og hovedforklaringer på matematikvanskeligheder er i den enkelte elevs forhold, kognitive som affektive som sociale. Løsningsforslagene angår ikke ændringer af matematikundervisningens mål og metoder, de anses for givne. Det er inden for dette paradigme at begrebet dyskalkuli anvendes i forbindelse med årsagsforklaring på de vanskeligheder en del af eleverne har.

DYSKALKULI

Dyskalkuli er ikke noget veldefineret begreb! En af mange er følgende:

> Ved dyskalkuli forstår man en svag præstation på et bestemt område hos et normalt begavet menneske; den svage præstation viser sig først og fremmest med hensyn til regnemæssig tænkning og handlen. Den viser sig som indskrænkning i regnefærdighed (Dyskalkuli ifølge Humm i *Dyskalkulie – eine Lernstörung, 1982*).

Denne definition beskriver på en dækkende måde udgangspunktet for vores arbejde med matematikvanskeligheder, nemlig at vi finder at det er et stort problem at der i den danske folkeskole sidder elever der ikke får mulighed for at lære matematik på grund af at de på enkelte områder har vist vanskeligheder der bliver opfattet og diagnostiseret til at være generelle. Elever der har problemer med de fire regningsarter eller dele deraf bliver af denne grund diagnostiseret som svage i matematik og får ikke mulighed for at overkomme eller finde kompenationsredskaber for disse vanskeligheder og komme videre i deres udvikling af matematiske begreber. Det vi specielt har fokus på er altså som det fremgår af Humm's definition elever hvor vanskelighederne kan afgrænses til bestemte områder som vi har valgt at betegne regnehuller.

Sammen med den generelle begrebsudvikling af regnehuller, arbejder vi på at give konkrete beskrivelser af regnehuller hos en eller flere personer, og på at udarbejde forslag til hvordan lærere sammen med elever kan lægge låg på huller eller bevæge sig uden om disse huller. Begge dele for at eleven kan fortsætte med at udvikle matematiske begreber, færdigheder og kompetencer.

I udlandet er der ikke den samme berøringsangst for at anvende begrebet dyskalkuli som i Danmark. Det forekommer os at både i vores nabolande og andre lande indgår begrebet dyskalkuli i diskursen omkring matematikvanskeligheder uden problemer. Vi vil gerne have at det samme til at gælde i den danske diskurs, da det er dyskalkulibegrebet der har sat gang i vores arbejde med regnehuller. Derfor vil vi arbejde på at styrke kendskabet til begrebet og de begreber der ligger tæt op af, gennem at medvirke til udbredelsen af de teorier der beskæftiger sig med matematikvanskeligheder, hvoraf dyskalkuli indgår som et begreb i teorien eller bliver inddraget til at perspektivere denne.

BEGREBSUDVIKLING I RELATION TIL MATEMATIKVANSKELIGHEDER OG -MESTRING

Metaforisk og begrebsmæssigt mener vi regnehuller er relevant på følgende baggrund og synsvinkel:

- Begreber som matematikvanskeligheder og lignende har konnotationer om mennesker der har vanskeligheder med matematik i det hele taget: det er som om hele matematikområdet og alt hvad der har med det at gøre ligger dunkelt og vanskeligt tilgængeligt for personer der angives at have matematikvanskeligheder. Termen og begrebet tenderer mod at være totaliserende, og inviterer ikke til at lede efter hvad der lykkes og hvilke potentialer der er, for at mere lykkes.

- Begreber som matematikmestring er foreslået af Olav Lunde (2001) netop for at komme videre end alene at fokusere på vanskeligheder. At tale om matematikmestring i stedet for matematikvanskeligheder afværger en fokusering alene på det der ikke vil lykkes. Vi bifalder at fokusere på hvad skolens

> undervisning og specialundervisning skal sigte imod. Men vi er bange for at det kan give anledning til misforståelser at erstatte matematikvanskeligheder med matematikmestring. For begrebet matematikmestring gælder alle og enhver, og dermed er der fare for at der fra systemets og personalets side ikke ydes særlig opmærksomhed til de elever der har særlige behov. Der er også en individuel side af det, hvor måske de mennesker der selv oplever matematikvanskeligheder, kan føle at de bliver overset.

Med begrebet og termen regnehuller slipper vi fri for det totaliserende. Regnehuller betyder at det er afgrænsede områder der er problemer med, og at der er noget rundt om hullerne som ikke er problematisk. Begrebet og termen inviterer til at lokalisere hullerne og til at fylde dem ud, bygge bro over eller finde/skabe vej udenom. Vi slipper også fri for den risiko vi er bange for ved begrebet matematikmestring: nemlig at der ikke kommer særlig fokus på de der har problemer.

BEGREBSUDVIKLING DER DRAGER NYTTE AF ERHVERVET INDSIGT

Vi arbejder med at udvikle en teoretisk beskrivelse af begrebet regnehuller. I denne beskrivelse prøver vi at perspektivere begrebet ud fra de synspunkter og teorier som der allerede er på begrebet matematikvanskeligheder. Med begrebet regnehuller kan vi nyttiggøre indsigter og handlemuligheder fra andres arbejder. På nuværende tidspunkt har vi primært forsøgt at relatere nogle af de tanker Olof Magne, Olav Lunde og Mahesh Sharma har gjort sig om matematikvanskeligheder i forhold til vores begreb regnehuller.

Allerførst må det pointeres, at i begrebet regnehuller ligger det implicit at både almindelig matematikundervisning og specialundervisning indrettes og gennemføres med brede målsætninger for faget, ikke alene mod regnefærdigheder, men mod bredere definerede kompetencer og begreber, og ikke alene mod fortsat skolegang men mod bredere livssammenhænge. Det gælder tiltag så vel i specialundervisning som i den almindelige matematikundervisning.

I synsvinklen om regnehullerkan vi nyttiggøre indsigtsfuld kritik af særlige idéer om specialundervisning. Det gælder kritikken af

- en specialundervisning der yder ringe eller ingen støtte til at deltagerne ”rydder op i de gule lapper”, som Olav Lunde brugte som billede på konference ”Elever med særlige behov” i København i marts 2002.

- En specialundervisning der kun fokuserer på operationelle færdigheder, må kritiseres.

- Og en specialundervisning der ikke yder støtte til begrebsopbygning og udnyttelse i hverdagen. (Det gælder i øvrigt generelt for matematikundervisning).

Både i forbindelse med det emotionelle, såvel som i forbindelse med det didaktiske aspekt ved matematikvanskeligheder, finder vi, at et ord/begreb som regnehuller kan bruges som gode øjenåbnere for forældrenes forståelse af deres børns regneproblemer.

Et fokuspunkt, vi også vil forsøge at inddrage i vort arbejde, er professor Mahesh Sharmas beskrivelse af et begreb han kalder ”Mathephobia”:

> Some people believe that the early settlers brought the disease with them although the disease was not recognised as such. Many people are carriers but escape in the usual check-ups perhaps it is not a listed disease: a mother or father with Mathephobia may inadvertently pass it on to their children by their negative attitude towards maths, der antyder en dualisme i problemet (Sharma 2002).

Bjørn Adlers beskrivelse af matematikvanskeligheder med fokus på dyskakuli indeholder elementer der også dækker regnehull-begrebet.

> Dyskalkuli handler om matematiksvårigheter (Adler 2001).
>
> ...
>
> De som lider av dyskalkuli är ofta mycket missförstådda. Flertalet är normalbegåvade men misslyckas med matematiken (Adler 2001).
>
> ...
>
> Dyskalkyli innebär att man har *specifika svårigheter* dvs man har inte problem med hela matematiken (Adler 2001).

Indholdet af citaterne peger på noget centralt som indgår i vores begrebsmæssige forståelse af regnehuller, nemlig at disse omhandler specifikke vanskeligheder og de kan forekomme hos mange typer af elever. Det er vores opfattelse at der sidder for mange elever rundt om i matematikklasser med isolerede regnehuller som har givet anledning til disse ikke har fået mulighed til at lære matematik på grund af lærerens manglende evne til at støtte disse elevers vej uden om eller over hullerne.

Arne Engström som har påpeget problemer med at stille diagnoser og specielt diagnosen dyskalkyli, sigher herom:

> Det finns inget som tyder på att barn med specifika matematiksvårigheter skulle skilja sig på något särskilt sett från barn med andra matematiksvårigheter eller att de skulle vara i behov av en undervisning som skiljer sig på något särskilt sätt från andra barn i behov av särskilt stöd i matematik. Därmed försvinner behovet av att diagnostisera specifika matematiksvårigheter (Engström 2000).

> Det är inte ovanligt att barn, … får en tilläggsdiagnos i form av dyskakyli. Av vem kan man fråga sig. Vad detta ska vara bra för förstår jag inte (Engström 2000).

Ovennævnte peger på det problematiske ved at stille diagnoser og specielt når denne ikke er veldefineret og ofte stillet på grundlag af grundlag af aritmetiske test der er udviklet på en erfaringer inden for neurologien og psykologien. Det var hvad vi beskrev ovenfor i *det farefulde farvand*. Men det udelukker ikke at der kan udvikles redskaber der kan hjælpe den enkelte lærer til at støtte den enkelte elev med matematikvanskeligheder ud fra en baggrund der teoretisk og praktisk har sin baggrund der også omhandler de sociologiske, antropologiske, pædagogiske og didaktiske områder.

I synsvinklen regnehuller er der en pragmatisk erkendelsesinteresse. Der ligger ikke en teori om primære årsager, fx at forhold som holdninger, erfaringer, elevens modning og måder at tænke og arbejde på er de primære årsager, mens fx koncentrationsbesvær, uro, mangel på interesse, svag hukommelse, undervisning og tilfældigheder kan være følger deraf. Elever med koncentrationsbesvær, uro, mangel på interesse, svag hukommelse i forhold til matematik, besværlige holdninger, erfaringer og måder at løse problemer på, må allesammen gives tilpasset mulighed for at manøvrere over eller omkring deres regnehuller.

Både det holdningsmæssige, det sociale og det faglige kan vise sig nødvendigt at have med i en tilpasset matematikundervisning.

LIVSMATEMATIK OG BEGRUNDELSER

Matematikvanskeligheder skal også ses som værende af betydning når der tales om problemer med matematikfaget generelt. En del af matematikfagets begrundelsesproblem er, som beskrevet i temahæftet "Kompetencer og matematiklæring" , der blev udgivet af det danske undervisningsministeriet i 2002 , knyttet til relevansparadokset, der fremkommer ved at stort set alle mennesker er enige om at matematik er vigtigt for at vi mennesker kan leve det liv vi gør på jorden og i rummet, men ikke ser vigtigheden af matematik i det liv vi lever til daglig. Matematikken er for de fleste mennesker noget de beskæftigede sig med i skolen og som deres børn også skal lære når de kommer i skole.

Dette mere eller mindre sande billede af menneskers syn på matematikfaget giver anledning til at se på vanskeligheder med matematikken ud fra både et lærings- og et undervisningssynspunkt som en del af forklaringen på relevansproblemet, idet relevansparadokset kan give den enkelte vanskeligheder med at skulle lære matematik og omvendt kan vanskeligheder med læringen af matematikken føre til en tilslutning til relevansparadokset.

Den banale påstand er at alle mennesker oplever vanskeligheder med matematikken på mange forskellige niveauer og af mange forskellige grunde, og at for manges vedkommende sker det uden at de får den nødvendige hjælp til overkomme disse vanskeligheder, så de kan komme videre i en motiveret udvikling af matematisk viden og kunnen ud fra deres egne behov, potentialer og forudsætninger.

Vi mener at matematikvanskeligheder hos elever i langt højere grad end det er tilfældet i dag kan afhjælpes ved til dække regnehullerne til på forskellige vis eller kompensere for dem ved at bygge broer over hullerne eller anvise veje uden om regnehullerne for at komme videre i det matematiske landskab. Det kan ske gennem en smidigere implementering af undervisningsdifferentiering således at matematik bliver til "individuel livsmatematik", i den betydning som Olof Magne giver den matematik som den enkelte elev kan lykkes med at lære i relation til sit barndoms-, ungdoms- og voksenliv. Pointen er i denne sammenhæng at alle elever i princippet er elever med specielle behov og derfor også med forskelligt behov for støtte.

KAN DIFFERENTIERET UNDERVISNING I HØJERE GRAD DÆKKE BEHOVENE?

Dette behovs spændvidde går lige fra elever der skal have støtte på grund af specifikke hjerneskader til elever der udvikler deres matematiske begreber med en hastighed der konstant kræver udfordringer for ikke at gå i stå. Sidstnævnte gruppe af elever vil mange ikke knytte begrebet matematikvanskeligheder til, men de medtages her ud fra en generel forståelse af matematikvanskeligheder som forhindringer der stopper elevens forsatte udvikling af sin matematiske tænkning.

Undervisningsdifferentiering opfattes i dag meget forskelligt derfor skal det understreges at her indbefatter den også specialundervisning, som et led i en undervisning der er tilrettelagt med læring hos den enkelte for øje og ikke beror på test eller lignende der generelt anvendes som indikator for om en at elev skal sendes til specieundervisning. For at dette skal kunne lykkedes er det nødvendigt at matematiklæreren har en viden og kunnen på det område der traditionelt omhandler vanskeligheder med læring af matematik.

Det bringer os til liniefaget matematik i den danske læreruddannelse, hvor der ikke er specielt fokuseret på denne side af den professionelle virksomhed som matematiklærer. Dette må ændres. Kommende og nuværende matematiklærere skal lære at observere elever der arbejder med matematiske problemer, så de kan blive bedre til at støtte og udfordre den enkelte elev. Det skriftlige arbejde fra eleverne skal læreren kunne analysere på et niveau der går videre end til forket/rigtigt, som mange elever har opfattelsen af er lærerens eneste ”analyse” af deres besvarelse. Tilsvarende gælder elevers logbogs-skrivning eller portefølje-materiale. Anvendelse af test og gennemførelse af samtaler med eleven kan optimers ved en fokusering på disse områder generelt og specifikt med henblik på læring af matematik. Alt dette er nødvendigt hvis læreren skal være i stand til at tilrettelægge en undervisning for den enkelte leve der giver mening for denne ud over instrumentelle begrundelser, selv om disse også i visse situationer kan være rimelige for at lære noget bestemt.

BEGREBETS FOKUS OG BEHOVET FOR BEDRE TESTMETODER

Begrebet regnehuller angiver isolerede vanskeligheder som den enkelte elev møder i matematikken, men hvad er det så vanskelighederne drejer sig om? Mest oplagt er det at knytte begrebet til læringen af de fire regningsarter, da det langt hen ad vejen har været opgaver inden for dette område der til dato har været anvendt til at stille diagnosen "matematikvanskeligheder". Vi ser dog begrebet meget bredere således at det kommer til at omfatte vanskeligheder der er knyttet til for eksempel de seks matematiske hverdagsaktiviteter som Alan Bishop mener er tværkulturelle, nemlig at kunne tælle, måle, lokalisere, lege, tegne og forklare ved hjælp af matematiske begreber.

Hensigten for os er at sætte fokus på sådanne regnehuller og på lærernes muligheder for at hjælpe eleven med de vanskeligheder hullerne giver, dels ved at støtte elevens vej i det matematiske landskab uden om hullerne eller ved at få dækket eller bygget bro over hullerne alt efter deres størrelse.

Fokus er ikke årsagerne i sig selv. Vores fokus er hvorledes der principielt kan kompenseres for alle vanskeligheder i form af regnehuller, uanset om deres oprindelse tilskrives neurologiske, psykologiske, pædagogiske – eller sociale grunde. Det er ikke typen af denne tilskrivning vi opholder os ved. Vi tager fat på vanskelighedens faglige indhold for eleven.

Efter vores mening er der alt for mange lærere der på baggrund af traditionelle test inden for basisregningen sætter etiketten "matematiksvag" på elever uden at analysere indholdet i elevens vanskeligheder, og det giver ikke nogen handleanvisninger for matematik- eller speciallærer alene at betegne en elev for svag med hensyn til matematik . Den manglende evne til analysere vanskelighederne indholdsmæssigt medfører at mange lærere automatisk "opgiver" eleven og ikke har viden og kunnen til at støtte eleven i dennes matematiske begrebsudvikling som efter vor overbevisning godt kan føre til et matematisk "højt" niveau selv om der hvad vi nu betegner som regnehuller hos eleven. Der mangler hos mange lærere teoretisk viden om vanskeligheder med matematik hos elever. Deres støtte til elever grunder sig derfor alene på personlige erfaringer de har gjort sig og de er nødt til at forsøge at afhjælpe ud fra de "tommelfinger-regler" de har erfaret virker i "mange tilfælde".

Uheldigt er det også at mange vanskeligheder bliver påpeget på baggrund af test der har begrænset værdi i forsøget på at analysere vanskeligheder. Hvis de så oven i købet har den virkning at eleven bliver sendt til specialundervisning for at øve sig på den type af opgaver der er ikke blev regnet rigtigt i testen er katastrofen i forsøget på at afhjælpe elevens eventuelle vanskeligheder ved at være fuldendt. Dette viser sammenstødet der kan være mellem lærerens didaktiske tilgang til vanskeligheder hos eleven der ofte bunder i tanker om pædagogik og undervisning, og megen specialundervisning der vægter de psykologiske og neurologiske aspekter. Dette skisma må fjernes således at alle de forskellige aspekter accepteres som havende betydning når en elev skal støttes i sin udvikling af matematiske begreber.

ALT FOR LIDT DOKUMENTATION, UDVIKLING OG FORSKNING

Der er oplagt at der er et uudfyldt behov for dansk dokumentation. Ingen ved hvad der foregår i Danmark af strålende indsatser og gale streger, for det foregår kun lokalt. Der mangler et grundlag for en kvalificering af debatten i form af dokumentation og i form af systematisk dokumentation.

En udvikling der kunne støtte det vi har nævnt i de foregående afsnit, ville være hvis flere didaktikere beskæftige sig med "matematikvanskeligheder". Der er internationalt meget fokus på den politiske betydning af behovet for matematiske kompetence hos den voksne befolkning i forsøget på at være på forkant med den teknologiske udvikling. Mathematical litteracy, numeracy og det danske begreb numeralitet, er i centrum. Beskrivelsen af hvilken matematisk kompetence en borger i et samfund der bygger på den nyeste teknik bør have, foretages i faglig og politisk regi, ligesom tiltag der kan fremme denne tages fra politisk hold.

Problemet er bare at alt for få af de tiltag der bliver taget ikke direkte har som mål at kunne støtte lærere i deres daglige praksis med elever de mener har behov for støtte eller udfordringer. Der er mange tegn på at lærerne er interesseret men mangler teoretisk såvel som praktiske materialer der kan støtte dem. Derfor må der gøres meget mere for at der udvikles teorier om vanskeligheder og at denne gøres tilgængelig for den praktiserende lærer, og for at der foretages udviklingsprojekter. Udover at være en direkte støtte i forhold matematikvanskeligheder, vil en realisering af dette sekundært kunne mindske relevansproblemet og dermed matematikundervisningens begrundelsesproblem.

Lad os få reduceret matematikvanskelighederne ved at være mere åbne over for de begreber der i forskellige paradigmer er udgangspunkt for arbejdet med at reducere elevers vanskeligheder med at lære matematik så den bliver funktionel.

RÅDGIVNING

Som led i udvikling af teori og baggrund for udviklingsprojekter har vi formuleret en række gode råd om støtte til elever der oplever vanskeligheder. Det har vi gjort som en fremhævning af at god undervisning for de fleste ikke nødvendigvis er identisk med god undervisning for de elever der har det sværest:

- (mere) Lærerinvolvering og undervisning om det der er svært. Ikke kun gennemgang af enkle eksempler, og så er eleverne overladt til individuelt at arbejde med det mere indviklede.

- (mere) Lærerinvolvering og hjælp til at automatisere – det skal ikke overlades til børn og forældre selv.

- (mere) Støtte fra lærer og undervisningsmiljø til koncentrationen. Få og velvalgte stimuli.

- (mere) Støtte fra lærer og undervisningsmiljø til at "rydde op" og fastholde.

- (mere) Støtte fra lærer og undervisningsmiljø til interessen knyttet til det enkelte barn.

- (mere) Støtte til selvværdet ved at eleven arbejder på sit niveau og i forlængelse af egen læringsstil, så eleven kan opleve at det lykkes, og at der sker fremskridt.

- Udbygge undervisernes kendskab og tolerance over andre metoder og tankegange og algoritmer, som de ikke selv har konstrueret, overtaget, erhvervet som deres egne.

- Udbygge undervisernes kendskab til matematikpraksis i hverdagen.

- Udbygge undervisernes indsigt i grundlæggende matematiske begreber.

- Udbygge kommunikation og refleksion over hvad der faktisk foregår i specialundervisning og hvordan det virker.

Referenser

Adler, B. (2001): *Vad är dyskalkyli?* Kristianstad: NU-Förlaget.

Engström, A. (2000): Specialpedagogik för 2000-talet. *Nämnaren*, (1), s 26–31.

Humm, R. (1982): *Dyskalkülie: Eine Lernstörung*. Zürich: ELPOS.

Lunde, O. (2001): *Tilrettelagt opplæring for matematikkmestring*. Kristiansand: Info Vest Forlag.

Magne, O. (1994): *Dysmatematik*. Pedagogisk-psykologiska problem, 592. Lärarhögskolan i Malmö.

Niss, M. & Jensen, T.H. (2002): *Kompetencer og matematiklæring*. København: Uddannelsestyrelsens temahæfteserie, 18.

Sharma, M. (2002): Mathephobia. I A. Henderson, red: *Maths and Dyslexis*. University of Wales.

Kartleggingsundersøkelse om hva skolene gjør for elever med matematikkvansker

Tone Dalvang

Sörlandet Resource Centre/Forum for Learning Difficulties in Mathematics, Norway

Abstract

Ten thousands of students have difficulties in learning mathematics. 10–15 per cent of the students in Norwegian schools fail to manage the basic standards in mathematics. The school has given these difficulties little attention. The professional environment lacks thoroughly knowledge about the learning difficulties in mathematics. There are few methods and not many materials. This research focuses on some of these problems. We want to gather enough information about these students' situation that it may have an impact on:

- How we receive the students when they start learning mathematics in school.
- How we organize for their learning through all the years they attend school.

The research has been organized in two steps. The results from the first step were displayed at the first conference in the Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics, in Kristiansand, September 2001. This article is about the second step.

BAKGRUNNEN

Bakgrunnen for undersøkelsen er Forum for matematikkvanskers behov for informasjon om hvordan situasjonen for elever som strever med matematikkfaget er på skolene i regionen.

Forskningsundersøkelser (Ostad 1996), (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet 2000) og (Engström & Magne 2003) slår fast at

- titusener av elever i skolen sliter med matematikken,
- 10–15 % av elevene i norsk skole har store vansker med matematikkfaget,
- skolen har gitt lærevanskene liten oppmerksomhet,
- fagmiljøet har lite kunnskap,
- det fins lite materiell og metoder.

Ulike undersøkelser viser

- I Tilstandsrapport for utdanningssektoren 2002 fra Læringssenteret ser vi at det så å si ikke er forskjeller i gjennomsnittskarakteren til avgangsprøvene til skriftlig eksamen i matematikk fra 2000 til 2002. Men vi ser også at karakternivået i matematikk skiller seg fra de andre basisfagene. Matematikk utpeker seg med å ha en stor andel av elevene på de to laveste karakternivåene, henholdsvis 21 og 24,5 prosent.

- En undersøkelse fra NIFU 2001, Norsk Institutt for studier av forskning og utdanning viser at spesialundervisningen ikke har ønsket virkning. Funn i denne undersøkelsen viser at elevene som får spesialundervisning i egne klasser med redusert elevtall ser ut til å oppnå kompetanse i lavere grad enn ordinærklasseelevene med spesialundervisning. Bruk av segregerende tiltak som enetimer og gruppeundervisning har ikke signifikant nettoeffekt på kompetanseoppnåelsen. Undersøkelsen viser også at økt omfang på spesialundervisningen for ordinærklasseelever med spesialundervisning ser ut til å ha negativ effekt på kompetanseoppnåelsen.

- I rapport fra NCTM (1998) gjorde man samme funn som NIFU. ”Denne (spesialundervisningen) har ikke gitt den ønskede effekt for elevene. Til tross for at disse undervisningsoppleggene koster mye mer enn vanlig undervisning, er og blir de i lengden mislykket og lite effektive for eleven”.

- En undersøkelse fra militæret viser at av 800 soldater fra en garnison hadde en av 10 problemer med lesingen, mens en av fem trengte hjelp til grunnleggende forståelse i matematikk.

Norge satser store beløp og ressurser på kurs og opplæring i lese- og skrivevansker sammenlignet med matematikkvansker til tross for at begge lærevanskene synes å ha stort omfang i befolkningen.

MÅL

Vi ønsker å fokusere på problemene rundt matematikkvansker. Vi vil prøve å finne ut så mye om situasjonen rundt elever som strever med matematikkfaget at det kan få innflytelse på

- hvordan vi tar imot elevene når de begynner med faget,
- hvordan vi legger til rette for læring gjennom årene elevene har faget på skolen.

Dette handler om å forebygge vanskene, om å satse på mestring. Jmfr. Stortingsmelding 23: Kyrkje-, utdannings- og forskingskomi-teen har i Budsjett-innst. S. nr. 12 (1997–98) s 10:

> Komiteen vil understreke at både grunnskole og videregående skole er en skole for alle der alle skal få like muligheter til å utvikle seg. Komiteen vil fremheve at målet for den læringen og treningen som kompetansesentrene skal drive, er å sikre at elevene skal kunne mestre hverdagen og fungere selvhjulpne i samfunnet så raskt og så godt som mulig.

HVA VI VIL OPPNÅ:

- At lærerne som har deltatt får utvidet kompetanse på matematikkvansker.

- At kompetansen fører til endret undervisning.

- At vi sammen utvikler/finner materiell som legger til rette for ”en matematikk for alle”. I dette arbeidet finner vi mye inspirasjon i arbeidet fra Landslaget for matematikk i skolen, se LAMIS 2000.

- At undervisning for elever med matematikkvansker foregår inne i klassen, med samme materiell som klassen, men på forskjellig nivå.

- At læreren vet noe om elevenes forutsetninger. Her velger vi et konstruktivistisk ståsted, og vil presisere at forutsetninger er mer enn evner, at vi i alle fall snakker om to sett av forutsetninger. Både elevbaserte og systembaserte forutsetninger.
- At vi unngår at elever med matematikkvansker får et tilbud utenfor klasserommet med gamle lærebøker.
- At Forum for matematikkvansker i vårt arbeid har informasjon som er i takt med lærernes situasjon.

Arbeidet med å snu vansker til mestring er et langsiktig arbeid. Videre problemstillinger å følge opp undersøkelsen med systematisk utvikling av undervisningsstrategier og læremidler sammen med lærerne i skolen for å kunne ta imot elevene og legge til rette for matematikklæring.

UNDERSØKELSENS TRINN 1

Vi tar kontakt med skoleetaten i tre kommuner i regionen Sørlandet kompetansesenter arbeider i. Kommunene sender invitasjonen videre til skolene sine. Mange skoler er interesserte, men da det skal være en dybdeundersøkelsen med hver enkelt lærer er vi nødt til å begrense antallet. Fem skoler blir med, tre fra Kristiansand kommune, en fra Vennesla kommune og en fra Sogndalen kommune. Det er kun lærere fra småskoletrinnet som får delta i undersøkelsen, ettersom formålet er å få tidlig informasjon, og å forebygge matematikkvansker gjennom større kunnskap på skolene. Lærerteam fra 2., 3., og 4. trinn blir med, totalt ca 30 lærere.

Lærerne går med i prosjektet med ca. 10 timer hver. Lønn for deltagelsen blir dekket av Statens Utdanningskontor for Vest-Agder og Sørlandet kompetansesenter.

Det brukes kvalitative undersøkelsesmetoder som intervju med lærerne, observasjon av matematikkundervisning og også mer uformelle samtaler med lærerne der det inngår drøfting av enkeltelever og deres situasjon, læremidler og metodikk.

Undersøkelsen går gjennom to trinn. Resultatet fra første trinn finnes i rapporten fra det 1. nordiske forskerseminaret om matematikkvansker i Kristiansand, september 2001. I intervjudelen blir lærerne stilt overfor en stor mengde spørsmål omkring hvordan de tilrettelegger for elever som strever med matematikkfaget, og hvordan de tilrettelegger for å forebygge at elever i deres klasse skal få matematikkvansker senere i skoletiden. Spørsmålene er samlet under hovedtema hentet fra den siste læreplanen i Norge:

- Elevenes innsikt og tro på egne muligheter.
- Begrepsutvikling.
- Elevenes egenaktivitet.
- Meningsfulle oppgaver til alle.
- Individuell tilpasning.
- Bruk av teknologi.
- Samarbeid med PP-tjenesten.
- Lærerens kunnskaper om læring.

Lærerne opplever intervjuet som vanskelig. Spørsmålsmengden er for stor og for detaljert. Svarene preges av deres bekymring for ikke å strekke til i forhold til kravene i L-97. Undersøkelsen får for mye fokus på det de føler de ikke klarer, og på de fysiske hindringene som ligger i rammebetingelser og lignende.

Vi føler at fremstillingen av disse lærerne blir feil. De har mye erfaring og kunnskaper om både læring, matematikk, matematikkvansker og tilpasset opplæring, men stilt overfor de mange til dels lukkede spørsmålene i undersøkelsen kommer disse kunnskapene for dårlig frem.

UNDERSØKELSENS 2. TRINN

Det fører til at 2. trinn i kartleggingen fokuserer på hvilke suksessfaktorer lærerne i undersøkelsen mener fører til en matematikk for alle. Og hvilke forutsetninger som blir nødvendige for å få dette til i systemet de arbeider i. Systemtenkning og helhetstenkning er viktig i undersøkelsen som derfor retter seg mot skolens tilrettelegging i større grad enn den enkelte elevs tilkortkomming. Magne (1998) forklarer dette i faktor-samspillsmodellen.

Det er fortsatt en dybdeundersøkelse der det legges forholdsvis mye tid ned i det enkelte klasserom, og med den enkelte lærer, for å skaffe et grundig bilde av situasjonen. Det brukes fortsatt undersøkelsesmetoder som intervju med lærerne, observasjon av matematikkundervisning og også mer uformelle samtaler med lærerne der det inngår drøfting av enkeltelever og deres situasjon, læremidler og metodikk. Undersøkelsesmetoden medfører et subjektivt engasjement fra intervjuers side. Intervjuer er subjektiv i utvelgelsen av spørsmålene til intervjuet, i stemme- og kroppsbruk under intervjuene, og selvsagt også under fasen med samtale og veiledning. Subjektiviteten blir enda tydeligere når svarene fra alle intervjuene skal samles og komprimeres. Hypotesene sammen med de store linjene i lærersvarene danner sammen et bilde av situasjonen for elever som strever med faget og hvilke tiltak lærerne mener vil virke positivt for disse elevene, og positivt for alle elever for å forebygge matematikkvansker. Svarene viser ikke hva alle disse lærerne allerede har fått til, men hva de er opptatt av å få til, hva noen har realisert, hvor de mener veien bør gå, og hva de trenger støtte på å klare å gjennomføre.

EN MODELL

Det ble arbeidet etter modellen søm følger; en modell som forandret seg etter som nye behov dukket opp, og som her fremstår som en modell for et utviklingsarbeid.

1. En eller to samtaler/orienteringsmøter med skoleadministrasjon og interesserte lærere.

⇓

2. Samarbeidsavtale inngås. Lønn avtales.

⇓

3. Intervju med en og en lærer. 2 -3 t pr. lærer.

⇓

4. Observasjon av intervjuede lærer og hennes elever. ca 5 skoletimer pr. lærer.

⇓

5. Samtale/veiledning med lærer som både er intervjuet og observert. 2-3 t pr. lærer.

⇓

6. Erfaringsutveksling og oppsummering for involverte lærere og skoleadministrasjon ved hver skole.

⇓

7. Et eller flere kurs arrangeres for hele personalet. (Dette var ikke planlagt, men ble en nødvendig del av prosjektet.)

⇓

8. Erfaringsutveksling og oppsummering for alle involverte skoler samlet. Prosjektavslutning.

Figur 1. Modell for arbeidet.

Modellen er både en modell for læring og en modell for hva som skal være innholdet i læringen. Disse to fokus er en syntese i det spesialpedagogiske arbeidet der en både arbeider med forebygging og med tiltak ved etablerte vansker. Modellen bygger på en sosialkonstruktivistisk tenkemåte (Engström 1998) i det den har en spørrende, kommunikativ form overfor lærerne og deres læring og kunnskaper, og overfor elevenes læring. I oppsummeringen settes lærernes svar opp mot 6 hypoteser. Hypotesene er tatt med for å vise hvilket fokus intervjuer hadde i undersøkelsen. Temaene det fokuseres på under intervjuene er plukket ut av intervjuer for å understreke de konstruktivistiske ideene L-97 bygger på, og hvordan de kan være med å bedre situasjonen for elever som strever med matematikkfaget.

1. **Rammene rundt opplæringen forsinker god utvikling.**
   Skolen
   trenger en diskusjon på utfordringene med store klasser, få voksne, mange individuelle behov, lite materiell og dårlig plass.
   Når rammene diskuteres i undersøkelsen er det for å understreke undersøkelsens systemperspektiv. "När en elev har särskilda utbildningsbehov, är det för att systemet är i obalans." (Magne 2003)

HYPOTESER OG SVAR FRA LÆRERNE

Det har skjedd en endring på mange skoler fra en rektorstyrt timeplanlegging, til en åpen plan med rom for mye mer fleksibilitet når det gjelder fag, rom/læringsmiljø og elevgruppering.

Lærerne foreslår å tenke så fleksibelt rundt skolens /trinnets rammer og ressurser som mulig. De legger vekt på at elevgruppene må variere i størrelse etter behov, og at behovene varierer etter aktivitet og utfordring. En elev med spesialundervisningstimer kan føre til at fleksibiliteten for hele klassen øker. Lærerne mener det er mye å hente på at ikke alle elevene har samme fag/problem å arbeide med på samme tid.

Noen oppgaver krever større lærermedvirkning, og andre problemer kan i perioder løses selvstendig av en elevgruppe. Å arbeide for å utvikle læringsstrategier og for å få til gode arbeidsforhold i elevgruppene er en investering som tar tid og krefter, men som gir svært gode resultater, mener lærerne. Elevene blir langt mer selvstendige og tar mer ansvar for det de arbeider med. Å arbeide med å organisere læremidler og materiell slik at både elevene og lærerne vet hva skolen har, hvor det er, og hvordan det kan brukes, blir understreket.

Det å legge undervisningen til andre steder enn klasserommet kan gjøre det lettere å nærme seg hverdagsarenaene der matematikken settes i kontekst, og det blir samtidig mer rom rundt elevenes læring. Enkelte elever med spesielle behov ser ut til å ha store fordeler av at ikke all læring skal skje i klasserommet.

Lærerne føler de bygger ned motstand mot den nye matematikken gjennom å informere og lære opp foreldrene. Foreldrene kjenner skolen fra sin tid som elev, mye har endret seg siden den tid. De kan derfor med fordel trekkes inn i arbeidet med å bli kjent med, rydde i og lage nye læremidler og spill til matematikkopplæringen.

2. Lærerne har mye høyere terskel for å melde bekymring når det gjelder matematikk enn norsk.
Skolen
trenger en diskusjon på om den har et system som fanger opp matematikkvanskene tidlig nok.
Det viser seg at PPtjenesten i Norge mottar mange færre saker på matematikkvansker enn lese-og skrivevansker til tross for at vanskegruppene ser ut til å være like store (Ostad 1996).

Lærerne peker på at det er viktig at de er bevisste på hva de forventer på de ulike trinn når det gjelder elevenes kunnskaper både med hensyn til fakta, ferdigheter, strategier og holdninger. De peker på at de trenger systemer som hjelper dem å holde oversikt over utviklingen hos den enkelte elev. Slike systemer kan være systematisk bruk av logg, systematiske utviklingssamtaler, og systematisk kvalitativ kartlegging. De peker på at verktøy for mer uformell kartlegging burde finnes i tillegg til de prøvene som følger læreverkene, og kartleggingsmateriell som fins på markedet i dag. De legger vekt på at elevene er ulike, har ulike behov og derfor rett til å møte tester som fanger opp ulike læringsstiler; f eks muntlige prøver, og prøver som skal gjøres praktisk.

Lærerne mener det er viktig at skolene har en beredskap for hvordan de vil hjelpe elever som viser seg å streve med matematikken. Det må finnes noen med kompetanse på matematikkvansker å melde sin bekymring til, både ved egen skole og ved pedagogisk psykologisk tjeneste i kommunen. En slik beredskap kan bygges opp gjennom at en person ved hver skole har et spesielt ansvar for fagområdet matematikk, og at hun har god kontakt med spesialpedagogisk tjeneste. Sammen må de fokusere både på forebyggende oppgaver og sakkyndig vurdering, og gi veiledning til foreldre og lærere som har elever som strever med matematikken.

3. **Matematikkopplæring med vekt på forebygging er ikke fokusert.**
Skolen
trenger å diskutere hvordan det kan endres.
Hargreaves (1998) peker på at elevene trenger å møte autentiske oppgaver fra deres egen erfaringsverden.

Samfunnet har endret seg. Erfaringer, – og ord knyttet til erfaringer med for eksempel måling, veing, tid og penger er ikke lenger selvsagte hverdagsopplevelser, og lærerne opplever at stadig flere barn har problemer med forståelse av vanlige begreper. Derfor mener de at grundig begrepslæring må ligge i bunn for all matematikklæring. Begrepslæringen må være praktisk og muntlig, veien fra matematiske forestillinger til trygge matematiske begreper må bygges gjennom at matematikken starter i det konkrete, i trygge og meningsfulle sammenhenger der de kan bruke sine egne ord, eksperimentere og undersøke og få nye erfaringer.

Å ta erfaringene med seg fra eksperimenteringen og praktisk arbeid til læreboka, er ofte vanskelig. Lærerne peker på at dette ikke går av seg selv for alle, men må støttes og oppmuntres. En slik støtte kan være at elevene viser og forklarer for hverandre sine ulike måter å arbeide med et problem på. Elever kan slik oppdage sammenhenger og meninger som ikke bøkene eller læreren klarer å formidle. Konkretiseringsmateriell kan være med å knytte sammen opplevelser som har vært satt inn i dagligdags sammenheng og som deretter skal beskrives med symbolspråket i læreboka.

Lærerne mener det er viktig at elevene får mange anledninger og tid til å reflektere, samtale og diskutere. Da må de få anledning til å samarbeide, og til å arbeide ulikt og presentere sine tenkemåter for hverandre. De mener det er et stort arbeid å bygge et miljø som anerkjenner og oppmuntrer forskjellighet, men at klassen har mye igjen for det.

Plassmangel er en utfordring når det er enighet blant lærerne om at læringsmiljøet må være organisert slik at det ivaretar ulike læringsstiler. Noen kan arbeide praktisk, noen på datamaskiner, noen for seg selv i et stille rom, mens andre i en gruppe.

Elevenes arbeid kan også variere mellom samtale, skrift, tegninger og fysisk arbeid.

4. Det fins svært få tilbud for lærere om kursing/satsing i matematikk og matematikkvansker, sammenlignet med kurstilbudet i norsk; og lese- og skrivevansker.
Skolen
trenger å diskutere hvilke satsingsområder som er relevante.
Et stort behov for kurs i matematikkvansker og forebygging av matematikkvansker ved skoler og i kommuner meldes til Sørlandet kompetansesenter. I Norge har Statlig Spesialpedagogisk Støttesystem satt i gang et kompetansehevingsprogram om matematikkvansker for alle sentre som arbeider med sammensatte lærevansker.

Mange av lærerne sier de svært sjelden er på kurs som har noe med matematikk å gjøre. De mener det er nødvendig at skoleeier har oversikt over lærernes faglige bakgrunn, og sørger for å oppdatere lærere som aldri har hatt matematikk i sin utdanning, men som underviser i faget.

Det er viktig at skoleeier sørger for at alle som underviser, eller skal undervise i faget, får ny inspirasjon med jevne mellomrom. Det er også viktig at det skapes plass og tid for å dele erfaringer fra et vellykket undervisningsforløp, eller fra et kurs der bare noen av personalet har deltatt. Alle kurs bør ha en oppfølging for å sikre at nye ideer prøves ut og diskuteres sammen med andre.

Noen på hver skole bør ha spesiell kompetanse på matematikkvansker. Noen på hvert PPT-kontor bør ha spesiell kompetanse på matematikkvansker. Men **alle** lærerne som arbeider med matematikkfaget bør vite om tiltak som virker forebyggende for matematikkvansker.

5. Lærerne har ennå ikke assimilert den nye læreplanen i sin praksis. Det er et skille mellom gode intensjoner og realitet i klasserommet.
Skolen
trenger å diskutere hva som er mulig å få til.
"Observasjonene i klasserommene viser at undervisningen i stor grad følger et tradisjonelt mønster der læreren starter timen med en introduksjon hvor lekser gjennomgås og nytt lærestoff presenteres…. Deretter arbeider elevene individuelt med å løse slike oppgaver i bøkene." Evaluering av Reform 97.

Lærerne mener at L97 er en god plan med svært gode intensjoner. De ser det likevel som vanskelig at de fleste rammefaktorene er som før reformen. Bygningsmassen er den samme, bøkene har forandret seg lite, og erfaringene i kollegiet er de gamle, de handler i større grad om formidling og forklaring enn om det å tilrettelegge for mer elevaktive arbeidsmåter.

Lærerne mener det er viktig å ha solid kjennskap til læreplanens generelle del og til målene for faget. Det er en utfordring at de selv må sette seg inn i hvilke begreper som er i fokus innenfor hvert målområde, da dette er svært tilfeldig behandlet fra lærebok til lærebok.

De peker på at innholdet for de ulike fagene er omfattende, og at de savner et kjernestoff for de elevene som trenger å arbeide med langsommere progresjon og mindre pensum.

6. **Læreboka slik den brukes i dag gjør at lærerne føler en konflikt mellom egen undervisning og læreplanens mål og innhold for faget. Læreboka får styre på bekostning av mange pedagogiske prinsipper.**
   Skolen
   trenger en innholdsdiskusjon og en lærebokdiskusjon.
   ”Arbeid med lærebøkene forsterker denne uheldige trenden.” Evaluering av Reform 97.
   Lunde (2000) diskuterer hvilke kriterier vi behøver for at et multifunksjonelt læremiddel skal fungere for elever med matematikkvansker.

Den sentrale godkjenningsordningen for lærebøker fins ikke lenger. Det betyr at lærerne selv må diskutere om innholdet i læreboka er den veien de mener best vil nå til målet, eller om de må finne alternative vinkler/problemer å arbeide med. Å gjøre den vurderingen er en stor utfordring, å være trygg nok til å legge vekk lærebøkene og variere opplæringen gjennom å gjøre noen av alle de aktivitetene som det legges vekt på i læreplanen er viktig, men ikke lett.

Lærerne mener at lærebøkene har for stor makt, og at de brukes altfor ukritisk. De mener det er viktig å variere med elevaktiv læring for at elevene skal få større opplevelse og glede med matematikken. De mener lærebøkene i for liten grad klarer å følge opp intensjonene i L97 om de aktive, lekende og eksperimenterende elever. Derfor blir det et gap mellom læreplanen og den lærebokstyrte undervisningen.

Lærerne peker på behovet for lærebøker med gode, åpne oppgaver som gir mulighet for differensiering innenfor samme oppgave. Denne differensieringen kan skje naturlig når elevene arbeider med samme kontekst, men på vidt forskjellig nivå og måte. Når matematikken kobles med andre fag kan det være en innfallsvinkel for elever som ikke er så sterke i det abstrakte symbolspråket til å se noen matematiske sammenhenger i f eks kunst og håndverk.

Lærerne mener det gir arbeidslyst og glede for både elever og lærere når barn tenner på matematikken, og har det gøy. Lærerne peker på at egen entusiasme og engasjement i matematikkundervisningen også har betydning for elevenes holdninger til faget.

For å være engasjerte og entusiastiske mener lærerne at de trenger å være trygge på egne kunnskaper. De må ha gjort seg opp en mening om hva matematikken skal tjene sin hensikt for.

ERFARINGSUTVEKSLING

Et godt halvår etter at siste skole avrunder sin deltagelse i prosjektet, blir alle deltagerne samlet på Sørlandet kompetansesenter. Forum for matematikkvansker har behov for å vite hva som er av betydning for den enkelte person og for skolen som helhet.

- At administrasjonen ble involvert fra starten. Rektor måtte som faglig ansvarlig være med i diskusjoner rundt situasjonen på egen skole. Det gjorde at nye ideer kunne drøftes i samforståelse mellom rektor og lærere.
- At ikke enkeltlærere deltok, men alle på hvert team (klassetrinn), gjorde at det ble lettere å samarbeide om faget.
- At de hadde fått lønn for å delta og avsatt tid. At man således var noen av de utvalgte, ikke pålagte.
- At det hadde kommet inn noen utenfra. Det betød en prioritering av prosjektet fremfor mange andre presserende oppgaver som lærere hele tiden må ta seg av.
- Å sette fokus på et fag og forhold rundt det faget. Å ha tid til skikkelig samtale og å gå i dybden på enkelte problemstillinger.
- At prosjektet gikk over tid, gjorde at man ble påminnet om oppgavene og at det ble en del av hverdagen.
- At prosjektet skjedde på eget arbeidssted, på skolenivå, var også med til å ta hverdagen med inn i prosjektet. Det ble relatert til egen undervisningssituasjon og eget læringsmiljø.

HAR DISSE FUNNENE NOEN VERDI FOR SPESIALPEDAGOGER ELLER FOR ARBEIDET I PP-TJENESTEN?

Vi kan se på matematikkundervisningen som et undersøkelseslandskap, jamfør Skovsmose (1998), dvs at elevene selv skal oppdage matematikken og gjennom denne oppdagelsen forstå og bruke matematikken som redskap både i og utenfor skolen. Skal dette fungere, må eleven "ha på matematikkbriller" for å se – og læreren må være veiviser.

Vi kan da tenke oss at den tilpassede opplæringen i matematikk kan deles i to nivåer:

Det ene nivået handler om å legge til rette for de som ikke finner matematikkbrillene – og passe på at brillene har rett styrke for hver enkelt elev. Det er her snakk om elever med spesielle behov, og hvilken spesialpedagogisk metodikk som kan brukes ut fra elevens forutsetninger, hvilken innlæringsstil passer denne eleven, hvilke læringsstrategier forsterker læringen.

Det andre nivået er at læreren må kjenne det matematiske undersøkelseslandskapet, vite hvilke stier som er lett å gå, hvilke hindringer som kan oppstå. Da kan læreren være forberedt på å gi en hjelpende hånd bare akkurat når det trengs for at eleven skal kunne gå videre, i tråd med sine muligheter.

Uavhengig om hjelpen skal settes inn på første eller andre nivå, er lærernes forslag til tiltak i denne undersøkelsen viktig informasjon, og kan danne basis for utformingen av de to nivåene. Forslagene er også en utfordring til å forbedre matematikkundervisningen for alle elevene i en skole for alle. Og om ikke noe annet vil arbeid etter en slik modell i seg selv løfte opp fokuset på hvordan vi skal forebygge matematikkvansker, og dermed er prosessen i gang.

REFERANSER

Alseth, B. & Breiteig, T. & Brekke, G. (2003): *Synteserapport "Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering – matematikkfaget som kasus" Evaluering av Reform 97.*

Dalvang, T. (2001): Kartleggingsundersøkelse om matematikkvansker. I Forum for matematikkvansker, red: *Rapport fra det 1.nordiske forskerseminar om matematikkvansker*, s 145–158. Kristiansand: Forum for matematikkvansker.

Dalvang, T. & Rohde, V., red. (1998): *Matematikk for alle.* Rapport for LAMIS 1. sommerkurs. Landslaget for matematikk i skolen.

Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement (1996): *Læreplanen for den 10-årige grunnskolen.*

Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (2000): *Studenter med spesifikke lese-, skrive- eller matematikkvansker.*

Innstilling fra arbeidsgruppe oppnevnt av 3. mars 2000. Kap. 3.3 "Hvilket omfang har matematikkvansker?"

Engström, A. (1998): *Matematik och reflektion*. Lund: Studentlitteratur.

Engström, A. & Magne, O. (2003): *Medelsta-matematik. Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lpo 94*. Rapporter från Pedagogiska institutionen, 4. Örebro universitet.

Hargreaves, A. (1998): *Läraren i det postmoderna samhället*. Lund: Studentlitteratur.

Lunde, O. (2000): Det multifunksjonelle læremidlet – en utopi eller en mulighet for elever med matematikkvansker? *Spesialpedagogikk*, (9), s 26–34.

Læringssenteret (2002): *Tilstandsrapport for utdanningssektoren, Grunnskole, videregående opplæring og voksenopplæring*.

Magne, O. (1998): *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.

Magne, O. (2003): *Fem föredrag om den nya undervisningen för elever med särskilda utbildningsbehov i matematikk*. Klepp Stasjon: Info Vest.

Markussen, E. (2001): Spesialundervisning i videregående – hjelper det? *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, (5), s 467–486.

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM (1998): *Mathematics Education Dialogues*, (1).

Ostad, S. (1996): *Matematikkvansker i strategi-teoretisk perspektiv*. Delrapporter fra MUM-prosjektet. Institution for spesialpedagogikk, Universitetet i Oslo.

Skovsmose, O. (1998): Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde, red: *Matematikk for alle*. Rapport for LAMIS 1. sommerkurs. Landslaget for matematikk i skolen.

"Soldater for dårlig i matematikk" oppslag i *Finnmark Dagblad* 21.mai 2002

Steffe, L. P. & Gale, J., red. (1995): *Constructivism in Education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Stortingsmelding 23 (1997–1998).

Tidig aritmetisk kunskapsbildning

Ett specialpedagogiskt perspektiv

Göta Eriksson

Stockholm Institute of Education, Sweden

Abstract

Radical constructivism gives us a way of thinking about how to learn something. Learning through teaching the child as a competent communicator in a developmental perspective is in focus. What the child does when communicating about arithmetic problems is in the forefront instead of the traditional view of what communication can do with the child. Consequently arithmetic knowledge is an individual and evolving process. Early practical forms initiate and make possible later more complex ones. Hence we set our own formal arithmetical knowledge on the side in our decisions about how to teach the child and focus on the child's knowledge. We need to focus learning on how the child constructs intermental processes as a result of modifying earlier knowledge when solving arithmetic problems. A model of the child's early arithmetic can be constructed by longitudinally analysing children's intramental structures through intermental processes. Then learning can guide the teaching process.

Inledning

Från ett specialpedagogiskt perspektiv presenterar jag ett alternativt synsätt på hur barnet når aritmetiska lärdomar utifrån kunskapsteoretiska ställningstaganden. Därmed kan frågan om vilken undervisning som bättre kan svara upp mot de elevers behov som idag tidigt marginaliseras ges nya infallsvinklar.

Genom teoribildningen Radikal Konstruktivism (RK) leds vi in på vägen för kunskapsbildning. Jag lägger fram några teoretiska utgångspunkter och belyser konsekvenser för tidig aritmetisk kunskapsbildning. Efter en kortfattad presentation av RK reflekterar jag kring individen i relation till: erfarenheter, re-presentationer, kommunikation, praktiska och formella kunskaper, lärande i ett schema samt första och andra ordningens perspektiv. Jag avslutar med exempel på barnets tidiga aritmetik. Slutligen sammanfattar jag och pekar framåt.

Teoretisk positionering

Ernst von Glasersfeld har grundlagt teoribildningen radikal konstruktivism, som fokuserar och belyser frågan ”Hur kan vi nå kunskap om något”? RK visar vägen till kunskap med influenser från Piagets genetiska utvecklingsteori.

RK stipulerar fyra grundsatser för vägen till kunskap:

- Kunskap tas inte emot passivt vare sig genom våra sinnen eller via kommunikation.
- Kunskap byggs upp aktivt av den kompetenta individen.
- Kognitionens funktion är adaptiv, med en biologisk innebörd, strävande mot livsduglighet.
- Kognitionen organiserar individens erfarenheter, den upptäcker inte en objektiv verklighet.

(Min översättning från von Glasersfeld 1995, s 51).

Individens lärdomar ses som aktiva, kognitiva konstruktioner. Det vi människor kan få kunskap om sker alltid genom kognitionen. RK använder uttrycket en endogen assimilatorisk apparat (Steffe 1996, s 82).

Kognitionen ges ett pragmatiskt och instrumentellt värde för individens kunskapande, vilket för oss bort från tanken att kunskap är avspeglingar av en objektiv verklighet, definierad som en verklighet existerande utan en individs kunskaper om den. I stället för att förhålla sig till realistiska tankefigurer ger RK individens kognitiva konstruktioner ett funktionellt värde som berikar individens möjligheter att finna livsdugliga vägar i den erfarna världen (von Glasersfeld 1992, s 383). Objektivitet hänvisar RK till det normalvetenskapliga paradigmet ur vilket det bildats. Begreppet har inget praktiskt värde då det ingenting förklarar om den verklighet det är kopplat till, en verklighet bortanför det mänskliga vetandet. RK förhåller sig till verkligheten som ett interaktivt begrepp eftersom observatör och observation ses som ömsesidigt beroende (von Glasersfeld 1995, s 149). Objektivitetstanken resulterar i subjektets illusion att observationen kan göras utan honom/henne (von Glasersfeld 1995, s 149). Att den ses som objektiv medför även att ansvaret för dess innehåll inte kan knytas till personen som observerar. En konsekvens blir att objektiviteten frigör oss från ansvar, vilket kan förklara dess popularitet (von Glasersfeld 1995, s 149). RK troliggör den vetenskapligt vunna kunskapen med begreppet ”viability”, som pekar på kunskapernas praktiska värde och dess förmåga att visa livsduglighet i ett longitudinellt perspektiv.

INDIVIDEN OCH ERFARENHETER

Enligt RK assimilerar individen erfarenheter genom redan etablerade kognitiva strukturer. Följaktligen råder inget direkt förhållande mellan stimulus och respons. Stimulus assimileras, vilket resulterar i en respons. Därmed blir responsen beroende av strukturen som tolkat stimulus. Från en observatörs perspektiv kan det verka som att individen som observeras omformar stimuli eller utesluter viktiga faktorer. Men detta är endast en indikation på att observatör och individ har olika assimilatoriska strukturer. För den tolkande individen råder ingen egentlig skillnad mellan stimulus och respons.

Därmed ifrågasätter RK sensorisk erfarenhet som fixerad och neutral. För att kunna tala om ett objektivt stimuli gäller det att kunna beskriva det, som det är i sig självt bortanför tolkande individer. Så länge detta inte är möjligt ”förblir den kunskap som ligger i vägen mellan stimuli och sensationer underförstådd” (Kuhn 1979, s 159). Den direkta förbindelsen mellan stimulus och respons överges.

Att erfara är en mental aktivitet. Individen ordnar sina erfarenheter med hjälp av kognitionen. Här spelar perceptionen och dess alstring av neurologiska signaler en huvudsaklig men en indirekt roll. Till exempel ses individens kunskaper om objekten som uppbyggda av fokuserade nervimpulser som kopplas till dessa. Detta leder till att igenkänningsmönster (”attentional pulses”, von Glasersfeld 1995) bildas, vilka ordnas och struktureras genom kognitionen. Erfarenheter magasineras således inte i konkreta former. Det som lagras är neurologiska mönster, vilka utgör materialet i den assimilerande processen. Varseblivningen struktureras genom kognitionen och samtidigt bildas underlag för tolkningsprocesser.

Följdriktigt måste vi ge individens erfarenheter tolkningsföreträde i undervisningsprocessen.

Individen och re-presentationer

RK gör en klar distinktion mellan att representera och att re-presentera. Kognitionen avbildar inte yttre objekt genom representationer utan den re-presenterar dem. Individen känner igen ett objekt genom tidigare fokuserade nervimpulser som förbundits med objektet i fråga. Den struktur som då bildats möjliggör att senare framkalla objektet utan att det är perceptuellt närvarande. Individen re-presenterar det, genom en mental återuppspelning.

Olika slag av re-presentationer har en avgörande betydelse för den tidiga aritmetiska kunskapsbildningen. En konsekvens av antagandet att ny kunskap bildas utifrån etablerade kunskaper blir att barnet måste utveckla aritmetiken utifrån de sensomotoriska strukturerna. I begynnelsen intar igenkänningsmönster för objekten en nyckelroll.

Kunskap om olika typer av assimilatoriska strukturer inom den tidiga aritmetiska kunskapsbildningen, och de re-presentationer som dessa möjliggör, förklarar det dynamiska förhållandet mellan att undervisa och att lära. John Dewey hävdade att ”… man kan lära andra att tänka endast genom att tilltala och gynna redan utvecklade förmågor” (Dewey 1997, s 30, min översättning).

Undervisning och lärande blir därmed ömsesidigt beroende precis som att sälja är beroende av att någon köper. Men någon kan förstås påstå att han har sålt fast ingen har köpt, lika väl som att han har undervisat fast ingen har lärt sig något (Dewey 1997, s 29). Vi bör således fokusera elevens lärande för att kunna undervisa. Det barnet re-presenterar under sina beräkningar ger oss ledtrådar för detta.

När vi talar om kunskap kan vi med begreppet re-presentation se lärandet som dynamiskt och föränderligt i ett livslångt perspektiv.

INDIVIDEN OCH KOMMUNIKATION

När vi respekterar individens erfarenheter måste vi problematisera den roll språket, verbalt såväl som skriftligt, kan tänkas ha i relation till kunskapande processer i stället för att ta det som givet. Det en individ assimilerar via till exempel ordet ”tre” eller symbolen ”3” är avhängigt de re-presentationer som den assimilatoriska strukturen medger.

Om vi ser på språket som ett instrument för individens tänkande eller som transportör av ny kunskap till individen är frågor som kräver ställningstagande för antingen kunskapens subjektiva eller objektiva status. RK har tagit ställning för individuella tolkningar av språket, tillsammans med till exempel den kritiska hermeneutiken (Kristensson Uggla 2002). Språket, som sådant utan en språkanvändare, är tomt på mening. Det är individen som tillför meningen. De språkliga förklaringar och instruktioner som läraren använder sig av i undervisningen eller de uppgifter som ges får sina subjektiva betydelser för mottagarna, genom tolkningar via etablerade assimilatoriska strukturer.

Efter att ha övergett synen på språket som ett otvetydigt medel att överföra kunskap till den andra kan vi genom omformulering ge språket i undervisningsprocessen andra funktioner. Det gäller att studera vad eleven gör med språket eller andra kommunikationsformer istället för det brukliga vad kommunikationen gör med eleven (Kristensson Uggla 2002, s 299).

Vi måste ta den andra på allvar. Lärarens uppgift blir att tolka sina elever som kompetenta kommunikationsanvändare. Att formulera sig om den andres kunskaper och skapa gynnsamma kommunikativa betingelser förutsätter att läraren förutom sin egen språkliga klädnad även gör sig hemmastadd i elevens.

PRAKTISKA OCH FORMELLA KUNSKAPER

RK såväl som pragmatismen godkänner inte uppdelningen av fysiska och mentala kunskaper. De formella kunskapsformerna ses ha sin utvecklingshistoria i praktiska former.

Individens praktiska och mentala handlingar i aritmetiska situationer blir av särskilt intresse, eftersom de ses som korrelat till individens möjliga re-presentationer. Handlingen ses som en följd av individens aktiva tolkning av den aritmetiska situationen. Individens aktivitet rymmer således kognitiva komponenter. Räknehandlingar med sensomotorisk grund skapar förutsättningar för senare mentala handlingar. Praktisk och teoretisk kunskap ses inte som två väsensskilda former utan den senare är beroende av den föregående. Teoretisk eller formell kunskap växer fram ur de praktiska handlingarna. Detta tydliggör att vetenskapliga eller formella begrepp inte ska ersätta individens spontana eller praktiska begrepp.

Därav följer att undervisningen i tidig aritmetik skall utgå ifrån barnets praktiska begrepp och stimulera dess vidareutveckling så att de mynnar ut i formella begrepp.

För att få kunskaper om hur barnet utvecklar sina praktiska begrepp till formella begrepp måste vi studera hur de förra förändras och modifieras. Kunskapen om de formella begreppens förhistoria kan vi närma oss genom att analysera barnens utveckling longitudinellt. Vad vi då kommer att studera är *barnets* tidiga aritmetik, som föregår den skrivna aritmetiken.

Lärande i en kontext av ett schema

Begreppet schema är en vetenskaplig konstruktion och skall bedömas utifrån dess praktiska värde när den tidiga aritmetiska kunskapsbildningen skall beskrivas utifrån barnet som en kompetent kommunikationsanvändare i ett utvecklingsperspektiv.

Tidig aritmetisk utveckling sker utifrån barnets etablerade igenkänningsmönster för objekt. Dessutom krävs att barnet kan uttala talsekvensen i rätt ordning, åtminstone i viss omfattning. Barnet skapar sina aritmetiska innebörder i ett schema samtidigt som underlag bildas för ett mer komplext meningsskapande. Ett schema är uppbyggt av tre komponenter, nämligen situation, aktivitet och resultat. Barnet assimilerar en situation som perceptuell eller begreppslig. Efter tolkningen aktiveras en handling eller en operation, vilken barnet av tidigare erfarenhet vet är funktionell. Vidare skall aktiviteten producera ett av barnet förväntat resultat.

När barnet inte kan tolka situationen uteblir aktiviteten. En störning uppstår då i den kognitiva strukturen, som eventuellt löses genom självreglerande processer. Förutom att organisera erfarenheterna i strukturer, vilka utgör materialet i assimilationen, har kognitionen ytterligare en funktion som gäller anpassning eller omorganisering av en etablerad struktur till en högre mental nivå. Här används begreppet "adaptation" för de kognitivt samverkande processerna. Det är ackommodationen som omformar den assimilatoriska strukturen så att innehållet blir mer abstrakt. Resultatet visar sig i att en ny struktur eller schema bildats. Modifikationer inom ett schema eller konstruktion av ett nytt mer avancerat ses som kännemärke för individuell utveckling eller lärande.

I en tidigare studie (Eriksson 2001) visade jag att räknehandlingar eller operationer grundar sig på och präglas av barnets konstruktion av talenheter. När aktiviteterna förändras är det en indikation på att barnet genom de självreglerande processerna bildat en "ny" talenhet, som möjliggör andra aktiviteter. Jag urskiljde två prenumeriska räknescheman, det perceptuella och det figurativa, där perceptuella respektive figurativa talenheter är rådande. De senare kan förekomma i tre former nämligen figurala, motoriska och verbala.

Därpå följer tre numeriska räknescheman med abstrakta talenheter. Dessa tre betecknas den första, den implicit sammanvävda och den explicit sammanvävda talsekvensen. Det är dessa fem räknescheman, se tabell 1, som tillsammans konstituerar den tidiga aritmetiken. Den generella talsekvensen följer därpå. Även den är grundad på abstrakta talenheter och innehåller den skrivna aritmetikens begrepp. Fler talenheter än de som förekommer i tabell 1 är involverade i barnets aritmetik.

Tabell 1. Sambandet mellan räkneschema och talenheter.

Räkneschema	**Talenheter**
1. Det perceptuella räkneschemat	perceptuella
2. Det figurativa räkneschemat	figurala, motoriska, verbala
3. Den första talsekvensen	abstrakta
4. Den implicit sammanvävda talsekvensen	abstrakta
5. Den explicit sammanvävda talsekvensen	abstrakta
6. Den generella talsekvensen	abstrakta

Ett specifikt aktivitetsschema möjliggör aritmetisk problemlösning. Det sätter även gränser för vilka typer av problem som går att assimilera till schemat. Gränserna skall överträdas via undervisningsprocessen. Dock bibehåller schemat sin struktur över en längre utsträckt tid innan en förändring kan förväntas. Den första ordningens livsduglighet uppfylls genom att individen på ett lyckat sätt löst olika situationer med sitt etablerade schema (von Glasersfeld 1989, s 137).

För att initiera förändring är individen beroende av situationer, som begreppsligt skiljer sig från den assimilationsstruktur som varit aktiv. Om barnet, som arbetar med perceptuella talenheter, endast ställs inför uppgifter där manipulativer finns tillgängliga, finns inga nödvändiga betingelser för att modifiera schemat. För en vidareutveckling behöver barnet utmanas att konstruera andra talenheter än de perceptuella. Barnet måste då lösa situationer utan hjälp av konkret material.

Lärande utifrån ett schema öppnar upp för en inställning till tidig aritmetisk problemlösning som ”en ’intermental’ snarare än en ’intramental’ process” (Asplund 2002, s 35). Ett rent intramentalt tänkande är en illusion. När RK fokuserar vad barnet gör med uppgiften, måste detta betraktas som en intermental process, en interaktion mellan problemets design och barnets intramentala, assimilatoriska struktur. Uppkomsten av en intermental struktur är beroende av problemkonstruktörens förmåga att skapa situationer som barnet kan kommunicera med och därmed visa sin kompetens. Läraren såväl som forskaren är således delaktiga i det som sker och hur det sker. Barnet *blir* kunnigare i aritmetik på grund av problemens design.

I dagens undervisning poängteras att ett aritmetiskt problem kan lösas på många olika sätt. Utifrån RK kan vi se variationerna som eleverna visar fram som resultat från olika räkneschema. Samma problem resulterar i flera olika intermentala processer eftersom det som konstituerar det intermentala inte endast är avhängigt problemet utan även elevens intramentala struktur varmed situationen tolkas. Det är dock osannolikt att eleven med en primitiv struktur kan assimilera en kamrats mer komplexa.

Första och andra ordningens perspektiv

Thomas Kuhn betecknar paradigmförändringar som ”de som berör själva kärnan hos den existerande kunskapen” (Kuhn 1979, s 61). RK bejakar och rensar ut de sista kvarlevorna av metafysisk realism i vår pedagogiska verksamhet (Rorty 1998, s 58).

Följdriktigt överger vi vår egen kunskap, som är en kunskapsmodell av första ordningen, som mall för andras kunskapsbildning. Därmed lämnar vi även första ordningens observationer. När forskaren/läraren respekterar elevens sociokulturella erfarenheter, intas rollen av en observatör av andra ordningen för att ställa hypoteser om barnets kunskaper i ett longitudinellt perspektiv. Bekräftade hypoteser ses som en konstruktion av barnets kunskaper, varvid en modell av andra ordningen har skapats. *Barnets* tidiga aritmetik är en modell av andra ordningen.

BARNETS TIDIGA ARITMETIK – NÅGRA EXEMPEL

Som en observatör av andra ordningen kommer jag att tolka *barnets* aritmetik genom några exempel från forskningslitteraturen. Jag konkretiserar mina teoretiska utgångspunkter genom att analysera barnets beräkningar för att avgöra vilket räkneschema som aktiverats. Vi får möta två elever i årskurs tre, som undervisas i traditionell skriven multiplikation. Utanför klassrummet möter de forskaren (I) som presenterar uppgifter verbalt utan att ge instruktioner. Eleverna förväntas lösa uppgifterna verbalt.

Först möter vi Zachary (Z).

I: Tillsammans finns det sju rader av klossar under de här två dukarna. Det är tre klossar i varje rad. Fyra rader finns under den första duken. Hur många rader är det under den andra duken?

Z: Tre, sex, (sträckte fram tummen, pekfingret och mellanfingret samtidigt som han subvokalt uttalade talnamn) sju, åtta, nio; tio, elva, tolv; tretton, fjorton, femton,; sexton, sjutton, arton; nitton, tjugo, tjugoett; tjugotvå, tjugotre, tjugofyra; (Zacharia avbryter sitt räknande. Kanske han upptäckte att hans strategi inte gav det resultat han önskade).

Z: (Svepte ett finger över en av de dolda raderna, gjorde samma sak över nästa) Jag klarar inte den uppgiften!

(Steffe 1992, s 265, min översättning).

Zachary aktiverade sitt räkneschema och tolkade uppgiften. Hans intention var att räkna ut hur många klossar det var tillsammans under dukarna. Inte rader som uppgiften innebar. Under aktiviteten formade han grupper av talnamn med det numeriska värdet tre. Han re-presenterade räkneakterna med hjälp av tre fingrar. Men han kunde inte avgöra hur långt han skulle räkna. Zachary bytte strategi och intresserade sig för rader istället. Men han fann ingen aktivitet som kunde hjälpa honom att lösa problemet. Förklaringen finner vi i Zacharys assimilatoriska struktur, som tillskriver talet tre innebörden av tre räkneakter i sekvens, men inte tre som en talenhet i sig, en sammansatt talenhet uppbyggd av tre entiteter.

Jenna (J) löser ett annat problem.

I: (Placerar ut sex askar.) Jenna, här ser du sex askar. (Tömmer ut innehållet ur en ask.) I varje ask finns det tre klossar. (Lägger tillbaka klossarna.) Hur många klossar blir det tillsammans?

J: (Efter sju sekunder) Arton!

I: Tala om hur du kom fram till det svaret.

J: (Pekar i tur och ordning på askarna) Jag sa: tre, sex, nio, tolv, femton och sedan räknade jag vidare med tre klossar.

I: Vilka tal sa du när du räknade vidare?

J: Sexton, sjutton, arton.

(Wright, Martland & Stafford 2000, s 160, min översättning).

Även Jenna formade numeriska grupper med tre talnamn i varje under aktivitetsdelen i räkneschemat. Hon använde talsekvensen för tre i taget, men övergick i slutet till att räkna med en i taget. Båda eleverna har internaliserat räkneaktiviteten. De re-presenterar räkneakter i sekvens och bildar numeriska grupper med abstrakta talenheter. Men det var endast Jennas räkneschema som ledde fram till ett resultat. Skall vi betrakta Jennas lösning som mer komplex?

Om vi studerar uppgifterna, som eleverna skulle kommunicera med, så ser vi att Zacharys uppgift kräver att han under aktivitet re-presenterar varje tre-grupp så att han vet när sju grupper är inkluderade. Vilket innebär att talet tre ses som en entitet i sig, en sammansatt talenhet. Men begreppet en sammansatt enhet ingick inte i Zacharys assimilatoriska struktur och därmed uppkom ingen intermental process.

För Jennas del fanns grupperna perceptuellt närvarande i form av askar. Hon kunde lösa uppgiften utan att re-presentera varje tre-grupp. Det behovet fyllde askarna. Utifrån en fysisk inramning av en numerisk grupp av tre entiteter kan vi inte avgöra om Jenna har utvecklat begreppet tre som en sammansatt talenhet. För den hypotesen krävs en annan uppgift, där hon utmanas att re-presentera varje räknad tregrupp.

Båda eleverna arbetar med samma typ av räkneschema, nämligen det som hör till den första talsekvensen. Utifrån barnets aritmetik är undervisningsmålet för Jenna och Zacharias att de omorganiserar sitt schema så att de kan ta de numeriska grupperna som givna.

Zachary och Jenna arbetade med den skrivna multiplikationen i sina klassrum. Trots ett års undervisning ledde den inte fram till begreppet en sammansatt enhet för Zacharys del. Hur det blev för Jenna vet jag inte. Den skrivna aritmetiken tar olika begrepp om talenheter som givna i stället för att vidareutveckla barnets etablerade begrepp.

Sammanfattande reflektioner

Med ett radikalkonstruktivistiskt perspektiv på tidig aritmetisk kunskapsbildning är det inte etiskt försvarbart att vidmakthålla synen på en direkt förbindelse mellan barnet och dess sociokulturella omgivning. Den innebörd som nås genom erfarenhet, är beroende av individuella tolkningar via assimilatoriska strukturer, vilka i sin tur är resultat av tidigare erfarenheter. Hur ett barn handlar i en aritmetisk situation är således bundet till den kognitiva utvecklingen. Genom att studera barnets beräkningar får vi information om hur det skapar mening i situationen. Vi nödgas fokusera individens erfarenheter och hålla dem åtskilda från våra egna.

Vidare medför mitt teoretiska perspektiv ett förändrat förhållningssätt till kommunikationens roll i undervisningsprocessen. Språket och andra kommunikationsformer tillskrivs individuella innebörder avhängiga den tolkande assimilatoriska strukturen. Intresset riktas mot vad eleven gör med kommunikationen. Vuxnas aritmetiska innebörder måste således hållas åtskilda från barnets. Dessutom skall barnet betraktas som en kompetent kommunikationsanvändare. Vår uppgift är att tyda barnets lärdomar och analysera vilka olika innebörder barnet ger kommunikationen i ett longitudinellt utvecklingsperspektiv.

I stället för en inriktning på den ideala instruktionen inom tidig aritmetik sätter jag fokus på uppgifternas design, eftersom aritmetiska problem är det essentiella kommunikationsunderlaget för barnet. Förbindelsen med uppgiften sker genom barnets räkneschema, där tolkning och aktivitet producerar ett resultat. Den intermentala process som barnet konstruerar under samspelet ser jag som effekter av både uppgiftens design och barnets intramentala assimilatoriska struktur. Tack vare interaktionen kan vi begreppsliggöra barnets kognitiva strukturer. Ett uteblivet samspel pekar på skillnader mellan uppgiftens och individens begreppsliga beskaffenhet. Vi är följaktligen delaktiga i huruvida barnet kan uppvisa sin kompetens.

Ett nyckelbegrepp för våra analyser av barnets erfarenheter är re-presentation, det vill säga en mental återuppspelning av tidigare erfarenheter. Flera kvalitativt olika re-presentationer är involverade i den tidiga aritmetiken. Zachary visade, när han med sina tre fingrar re-presenterade räkneakter för att forma numeriska tregrupper. När barnet förändrat sina re-presentationer ses detta som en indikation på lärande och utveckling. Vilket indikerar att tidig aritmetik är en successiv process mot allt komplexare intramentala strukturer.

Enligt mitt synsätt undervisas barn i en skriven aritmetisk kontext om en färdigutvecklad, formell aritmetik, utan att hänsyn tas till barnets etablerade aritmetiska lärdomar. Man försöker ersätta barnets praktiska begrepp med formella.

Jag har presenterat fragment till ett alternativt synsätt, en verbal aritmetik, där vi tar vara på barnets erfarenheter och fokuserar deras vidareutveckling. Detta leder till att det är meningsfullt att tala om *barnets* tidiga aritmetik som föregående den formella aritmetiken. Lärarens kunskaper om den begreppsliga progression som är involverad, ser jag som en förutsättning för att kunna konstruera en aritmetik för barnet, det vill säga en undervisning som utgår från dess lärdomar. En modell över barnets tidiga aritmetik kan konstrueras genom att longitudinellt analysera barnens intramentala strukturer genom de intermentala. Därigenom kan barnets lärande styra undervisningsprocessen. Vilka effekter detta får på våra elever återstår för forskningen att dokumentera upp genom skolåren.

REFERENSER

Asplund, J. (2002): *Genom huvudet. Problemlösningens socialpsykologi.* Göteborg: Korpen.

Dewey, J. (1910/1997): *How we Think*. US: Dover Publications.

Eriksson, G. (2001): *Talbegreppets utveckling. Ett radikalkonstruktivistiskt perspektiv*. Licentiatuppsats. Forskning, 7. Lärarhögskolan i Stockholm, Institutionen för individ, omvärld och lärande.

Glasersfeld, von E. (1989): Cognition, construction of knowledge, and teaching. *Synthese*, (80), s 121–140.

Glasersfeld, von E. (1992): Constructivism reconstructed: A replay to Suchting. *Science & Education*, (1), s 379–384).

Glasersfeld, von E. (1995): *Radical Constructivism. A Way of Knowing and Learning*. London: The Falmer Press.
Kristensson Uggla, B. (2002): *Slaget om verkligheten*. Stockholm: Brutus Östlings Bokförlag.
Kuhn, T. S. (1979): *De vetenskapliga revolutionernas struktur*. Lund: Doxa.
Rorty, R. (1998): *Truth and Progress*. Cambridge: Cambridge University Press.
Steffe, L. P. (1992): Schemes of action and operation involving composite units. *Learning and Individual Differences*, *4*(3), s 259–309.
Steffe, L. P. (1996): Social-cultural approaches in early childhood mathematics education: A discussion. I H. Mansfield, N. A. Pateman & N. Bednarz, red: *Mathematics for Tomorrow's Young Children*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Wright, R. J., Martland, J. & Stafford, A. (2000): *Early Numeracy. Assessment for Teaching and Intervention*. London: Sage.

Har elever med sosio-emosjonelle vansker en negativ holding til matematikkfaget spesielt?

Elin Herland

The Norwegian Support System
for Special Education, Norway

Abstract

In schools there are many pupils with social and emotional difficulties. Many of these pupils have difficulties keeping up at school both academically and socially with their peers. We wanted to examine the hypothesis whether the pupils with socio-emotional difficulties have a negative attitude to mathematics. In this article the specific difficulties experienced by these pupils in mathematics are discussed in terms of their socio-emotional difficulties. In the data presented here, from two previous projects, 41 pupils with socio-emotional difficulties filled out a questionnaire as to their attitudes to school and especially to mathematics. A control group of 112 pupils completed the same questionnaire.

INNLEDNING

Elever med sosiale og følelsesmessige (sosio-emosjonelle) vansker kommer til kort på skolen både faglig og sosialt. Det kan være snakk om eksternalisert problematferd dvs. at elevene kan være utagerende, eller internalisert problematferd dvs. at eleven er innesluttet og i følelsesmessig ubalanse. Vanskene kan føre til negative holdninger til skolen generelt og til matematikkfaget spesielt. Vansker i matematikkfaget kan ha ulike årsaker. Denne artikkelen vil presentere flere perspektiver på matematikkvansker, med spesiell oppmerksomhet mot vansker som blir påvirket av sosio-emosjonelle forhold.

Det er ulike perspektiver på matematikkvansker, og her kan eksempelvis nevnes:

- nevropsykologisk perspektiv,
- språklig perspektiv,
- didaktisk perspektiv,
- sosio-emosjonelt perspektiv.

Det nevropsykologiske perspektivet vektlegger de kognitive funksjonene og beskriver forhold som kan ha konsekvenser for matematikkfaget. Elever som har vansker kognitivt kan ha: organiseringsvansker, vansker med begrepsdanning og symbolspråk, vansker med å gjenkalle fakta fra hukommelsen og huske prosedyrer, vansker med å tilegne seg nytt stoff og det kan nevnes vansker med resonnering og problemløsning. Elevene kan ha avvikende våkenhet og oppmerksomhetsfunksjon som AD/HD, ADD og ulike hjerneskader. Elevene kan oppleve ytre miljøbetingete problemer som samspillproblemer og avvisninger fra miljøet, noe som kan gi skuffelsesreaksjoner. Tilknytningsforstyrrelser kan føre til emosjonelle skader og angsttilstander.

En ser at vanskene som er beskrevet kan være avgjørende for å få forståelse for og arbeid med matematikkfaget, og kan føre til at mange elever misslykkes og vegrer seg for faget.

Ut fra *det språklige perspektivet* ser en språkets betydning for begrepslæring i matematikk. Elevene må ha ”begreper til å begripe med” og de må kunne oppfatte, forstå og formidle seg i form av et skriftspråk, noe som er aktuelt når elevene skal løse tekststykker i matematikk. En må ha i tankene at matematikk har et eget språk, noe som eleven gradvis må få utvikle i dialog med andre. Marit Høines Johnsen hevder at det er viktig med et kommunikativt språk og at språket fungerer som et tenkeredskap (Johnsen Høines 2002).

Det didaktiske perspektivet tar opp om det er eleven eller læreren som har vansken, og det hevdes at vanskene like godt kan ligge i læringssituasjonen som hos eleven. Det blir hevdet at mange lærere ikke er flinke nok til å legge tilrette for matematikkmestring. Marit Holm har uttalt at når læring blir hindret av negative relasjoner og følelser, er det ikke nok med mestring (Holm 2001). I tillegg så lærer vi noe om sammenhengen som læringen foregår i. Stieg Mellin-Olsen hevder at eleven husker når han ikke lærte. Når vi lærer så lærer vi noe om sammenhengen som læringen foregår i (Mellin-Olsen & Lindèn 1997).

I det sosio-emosjonelle perspektivet kommer det følelsesmessige aspektet inn. Jarle Sjøvoll peker på at det å mislykkes i matematikkfaget kan skape en rekke vansker, blant annet generell angst og utrygghet i læresituasjonen. Videre kan det medføre et ødelagt selvbilde og manglende selvtillit (Sjøvoll 1991). Det er og pekt på ulike ledsagervansker om er med å bidra til matematikkvansker. Olav Lunde hevder at mange elever er preget av prestasjonsangst i matematikkfaget mer enn i andre fag (Lunde 1997).

Dersom elever har følelsesmessige vansker, vil dette berøre elevens evne til å tenke klart og skape vansker særlig i matematikkfaget. Dette blir blant annet støttet av Folkvard Nævdal som hevder at elever med sosio-emosjonelle vansker ofte har problemer med logikken. Videre at den logiske sansen og konsentrasjonsevnen da endrer seg og av skolefagene er det først og fremst holdningen til matematikkfaget det går ut over (Nævdal 2001).

Olof Magne peker på at det er kartlagt et antall komponenter i det matematiske aktivitetsfeltet og her kan nevnes: allmenn uro, stress og engstelse, som ikke nødvendigvis er relatert til matematikk. Allmenn matematikkengstelse, ofte kalt matematikkfobi eller numerisk fobi. Prøve- og eksamens- engstelse, eksamensangst når eleven er hardt rammet, og i tillegg abstraksjonsengstelse (Magne 1998).

Daniel Goleman skriver om emosjonell intelligens (EQ) og setter dette opp som et motstykke til den tradisjonelle tanken om en intelligenskvotient (IQ). Han hevder at å ha emosjonell intelligens blant annet handler om evnen til å motivere seg selv og å hindre at bekymringer overskygger tenkeevnen. Sterke emosjonssignaler som angst og sinne kan skape bakgrunnstoff for nervene og sabotere pannelappens evne til å holde arbeidshukommelsen i gang. Dette svekker et barns intellektuelle evner og hemmer evnen til å lære (Goleman 1997). Goleman sin teori styrker blant annet utsagnet til Nævdal som hevder at problemer som skaper vansker for den logiske sansen, hindrer matematikklæringen.

Leser en om økologisk systemteori kan en trekke de slutningene at det er trygghet og trivsel i de ulike arenaer eleven deltar i, som har betydning for eleven og manglende samarbeid mellom systemene kan skape vansker. Generell dårlig trivsel kan påvirke tankeevnen og hindre innlæring av skolefag og av sosial læring.

Det er en tendens til generell nedgang i skolefaglig motivasjon for ungdomsskoleelever. J. S. Eccles hevder at grunnen kan være et lite stimulerende og tilrettelagt skolemiljø, og nye krav og forventninger som møter elvene i ungdomsskolen (Eccles m fl 1993). Albert Bandura påpeker at ungdommen må ha tro på egen kapasitet til å mestre en oppgave, de må se nytteverdien av oppgaven og de må være interessert i den (Bandura 1986). Elin Herland har uttalt at dersom elevene har tro på egne evner har dette stor effekt på elevenes motivasjon og utholdenhet. Motivasjon er således et resultat av trivsel og meningsfylte oppgaver som elevene mestrer (Herland 2000).

Vurderer en de fire perspektivene på matematikkvansker, kan en ikke trekke den slutningen at det er enten – eller, men en bør se helheten og de ulike perspektivene i sammenheng. Det er alltid spørsmål om et både – og. Som oftest vil det være en rekke årsaksfaktorer som bidrar til å skape vansker i faget. I denne artikkelen er det spesielt fokus på den følelsesmessige siden ved ikke å mestre matematikkfaget.

Holdninger knyttet til matematikkfaget

I den videre framstillingen vil det bli drøftet om det er forskjell i holdninger til matematikkfaget hos elever med sosio-emosjonelle vansker i forhold til elever på samme klassetrinn. Dette vil gjøres ut fra data som er samlet inn gjennom en evaluering av tre alternative skoletilbud, som er tilrettelagt for ungdomsskoleelever som er lite motiverte for å delta i skolens tradisjonelle aktiviteter. I evalueringen blir det vist til hvilke virkninger sosio-emosjonelle vansker har for elevene på skolen generelt og på norskfaget og matematikkfaget spesielt. Vil elevene skille mellom fag de liker og fag de ikke liker, eller er de generelt lite motiverte for skolesituasjonen?

Hypotese:
Elever med sosio-emosjonelle vansker har negative holdninger spesielt til matematikkfaget.

Hjelpehypotse:
Det er ingen forskjell i elever med sosio-emosjonelle vansker sine holdinger til matematikkfaget vs. norskfaget.

UTVALG

Utvalget er ungdomsskoleelever med ulike sosio-emosjonelle vansker, og hvor elevene har et alternativt skoletilbud en dag i uken. Totalt i denne evalueringen er det et utvalg på 41 elever (tilbudselever). Det er besvarelser både fra jenter og gutter, men siden jentene er i mindretall blir dataene behandlet under ett og ikke delt etter kjønn. Elvene deltok på to tidspunkt, høsten 2002 (T1) og våren 2003 (T2).

KONTROLLGRUPPE

I evalueringen av KREPS, et sosialkognitivt treningsprogram for ungdomsskoleelever, deltok en kontrollgruppe med et utvalg på112 ungdomsskoleelever på to tidspunkt, høsten 1998 (T1) og våren 1999 (T2). Det er brukt de samme spørreskjemaene både i evalueringen av de alternative skoletilbudene og av kontrollgruppen, slik at dataene kan settes opp mot hverandre og sammenlignes.

Ved deltakelse i evalueringene av både KREPS-programmet samt de tre alternative skoletilbudene, bød det seg en unik anledning til å få testet ut hypotesen om at elever med sosio-emosjonelle vansker har liten motivasjon for matematikkfaget. Tillatelse er innhentet til å bruke dataene fra de aktuelle evalueringene.

GRAD AV SOSIO-EMOSJONELLE VANSKER I UTVALGET

Elever som deltar i de alternative skoletilbudene er elever som har ulik grad av eksternaliserte (utagerende) vansker eller internaliserte (inneslutttet/følelsesmessig) vansker. Data fra tilbudselevene er sammenlignet med data fra kontrollgruppen, men en ser av tabell 1 at det er kun hjemmeskolelærerne som har uttalt seg for denne gruppen.

Tabell 1. Grad av eksternalisert og internalisert problematferd hos elever i de alternative skoletilbudene sammenlignet med elevene som deltok kontrollgruppen. (Skala: fra 1 som betyr ingen vansker, til 4 som betyr store vansker).

	Tilbudselever		**Kontrollgruppen**	
	T1	**T2**	**T1**	**T2**
Tilbudslærer:				
Eksternalisert	2,7 0,99	2,6 0,93	-	-
Internalisert	3,0 0,82	2,7 0,78	-	-
N	45	45		
Hjemmeskolelærer:				
Eksternalisert	2,6 1,00	2,6 1,10	1,4 0,74	1,4 2,6
Internalisert	2,7 0,85	2,8 0,90	1,6 0,81	1,6 0,82
N	38	41	126	130

Forskjellen mellom gruppene, p<.0001.

Tabellen viser at elevene som er med i de alternative skoletilbudene vurderes å ha mer eksternalisert og internalisert problematferd enn kontrollgruppen.

SPØRRESKJEMA

I evalueringene ble det blant annet benyttet et spørreskjema utarbeidet av Einar Skaalvik. Hensikten var å kartlegge elevenes motivasjon for læringssituasjonen (Skaalvik 1992). På norsk har skjemaet fått navnet: "Hva jeg synes og tror om skolefag og skolen".

Utsagnene handler om motivasjon og holdning for fagene matematikk og norsk, samt generell skolemotivasjon. Elevene svarer totalt på 12 utsagn. Herbert Marsh skala er nyttet (Marsh 1990): **JA** – ja – nei – **NEI.**

Undersøkelsen tar utgangspunkt i elevenes oppfatning. Eleven skulle i utgangspunktet svare på spørsmål hver for seg, men de elevene som hadde lese- og skrivevansker, hadde mulighet for sekretærhjelp, noe ca. halvparten av elevene benyttet seg av.

Cronbachs alpha var 0,90 for kontrollgruppen. Cronbachs alpha måler pålitelighet, dvs. om testen gir de samme resultatene ved en ny måling (Manger m fl 1999). Jo nærmere verdien er 1, dess høyere pålitelighet.

MOTIVASJON FOR SKOLEFAG OG SKOLEN

I tabell 1 er utsagnene sortert i en annen rekkefølge enn den elevene fikk, dette for å få en klarere framstilling av dataene. Først kommer utsagn som gjelder skolen generelt (utsagn 1–4), så kommer utsagn som handler om norskfaget (utsagn 5–8) og til slutt utsagn om matematikkfaget (9–12). Noen av utsagnene er positivt ladet (utsagn 2, 3, 5, 7, 9 og 11), der en høy prosent må tolkes i positiv retning, og utsagn som er negativt ladet (utsagn 1, 4, 6, 8, 10 og 12), der en høy skåre må vurderes negativt.

Tabell 2. "Hva jeg synes og tror om skolefag og skolen", Skaalvik (1992). Prosent som har svart enten JA eller ja, ved T1 og T2.

	Tilbudselever		**Kontrollgruppe**	
	T1	**T2**	**T1**	**T2**
1. Jeg skulle ønske jeg slapp å gå på skolen.	63	71	48	62
2. Jeg liker alle skolefagene.	17	17	23	21
3. Jeg liker å gå på skolen.	44	44	61	55
4. Skolen er kjedelig.	66	59	52	58
5. Jeg liker å arbeide med norsk.	33	20	35	36
6. Jeg synes norsk er kjedelig.	79	78	69	65
7. Jeg ser fram til norsktimene.	21	7	17	18
8. Jeg skulle gjerne slippe norsktimene.	64	76	61	53
9. Jeg liker matematikk.	43	24	46	44
10. Jeg skulle gjerne slippe matematikktimene.	57	68	51	56
11. Jeg gleder meg til matematikktimene.	23	20	23	23
12. Jeg synes matematikk er kjedelig.	62	71	61	59
N	47	41	124	112

Det er vanskelig å se noe klart mønster, bortsett fra at en ser en tendens til at elevene i de aktuelle tilbudene har en mer negativ holdning både til skolen og skolefagene enn gruppen det sammenlignes med. Videre i framstillingen vil en kommentere spesielt noen av utsagnene som kan bidra til å bekrefte/avkrefte hypotesen.

Norsk:
Fra 67% til 80% av elevene liker ikke faget, noe som er en økning i negativ retning på 13% fra T1 til T2. Fra 79% til 78% av elevene synes faget er kjedelig, noe som er nedgang på 1% i positiv retning fra T1 til T2.

Matematikk:
Fra 57% til 76% av elevene liker ikke faget, noe som er en økning i negativ retning på 19% fra T1 til T2. Fra 62% til 71% av elevene synes faget er kjedelig, noe som er en økning i negativ retning på 9% fra T1 til T2.

Ser en på resultatene hos tilbudselevene kan en se en tendens til at matematikkfaget har en større økning i negativ retning en norskfaget. I tillegg har tilbudselevene en markert høyere økning i negativ retning enn kontrollgruppen i forhold tilmatematikkfaget. Ser en spesielt på utsagn 9: "Jeg liker matematikk", ser en at tilbudselevene har en økning i negativ retning på 19%, mens kontrollgruppen har kun en økning på 2% i negativ retning fra T1 til T2. Ser en videre på utsagn 9 på T2 for begge gruppene ligger det en forskjell på 20% det vil si at det er 76% av tilbudselevene som ikke liker matematikk, mens det for kontrollgruppen er en forskjell på 56%. I norskfaget er tilsvarende forskjell på 16%.

GJENNOMSNITLIG HOLDNING TIL SKOLEFAG OG SKOLEN

I tabell 3 vil det bli framstilt en gjennomsnitlig holdning til skolen generelt og til norsk- og matematikkfagene spesielt. For om mulig å få en noe bedre oversikt, er skårene regnet om, slik at de kan tolkes i samme retning, dvs. at utsagnene som er positivt ladet (utsagn 2, 3, 5, 7, 9 og 11) er regnet om til en negativ prosentdel og sammenholdt med utsagn som var negativt ladet i utgangspunktet (utsagn 1, 4, 6, 8, 10 og 12).

Videre framstilling er data fra utsagn 7 "ser fram til" og utsagn 11 "gleder meg til" tatt ut av beregningene, da det er usikkert om eleven vektlegger disse utsagnene likt. Både i norsk og i matematikk blir de tre utsagnene som har spørsmål om :"skulle gjerne slippe", "liker" og "kjedelig" sammenfattet. Tabell 3 har da en sammenfatning av fire utsagnene som handler om skolen generelt, tre som handler om norsk og tre som handler om matematikk. Her må tallene leses slik, at jo høyere prosent, jo mer negativ holdning i gruppen som helhet.

Tabell 3. Holdning til skolen generelt og til norsk og matematikk. Tallene viser prosentvis gjennomsnitt av elevenes negative holdning.

	Tilbudselever		**Kontrollgruppe**	
Skolen	67	67	54	61
Norsk	70	78	65	61
Matematikk	59	72	55	57

Hos tilbudselevene kan en se en høyere utvikling i negativ retning i matematikk i forhold til norsk, hvor en finner en økning i negativ retning på 8% for norskfaget mot en økning i negativ retning på 13% for matematikkfaget. For skolen generelt er det en uendret holdning.

Kontrollgruppen har en endring i positiv retning på 4% for norskfaget, mens det er en liten endring på 2% i negativ retning for matematikkfaget. Denne gruppen viser en økningen på 7% i negativ retning i motivasjon for skolen generelt.

Negative holdninger generelt for skolen ligger prosentvis høyest hos eleven i de alternative skoletilbudene, men det positive er at det er stabilt, og går ikke i negativ retning som det gjør i kontrollgruppen.

INTERVJUER KNYTTET TIL EVALUERING AV NOEN ALTERNATIVE SKOLETILBUD

I evalueringen av de alternative skoletilbudene ble det gjennomført intervjuer av en gruppe tilfeldig utvalgte elever, deres foresatte og hjemmeskolelærere. Formålet var å få utdypet spørsmål fra spørreundersøkelsen om forhold knyttet til hjemmeskolen, det alternative skoletilbudet og den enkelte elevs faglige og sosiale kompetanse. I tabell 4 er det tatt med utsagn som bidra å bekrefte hypotesen.

Tabell 4. Utdrag av til sammen ni intervjuer av elever, hjemmeskolelærere og foresatte.

	Faglig ståsted	**Matematikk**
Elever	”Liker norsk best”’ ”Mesteparten så forstår jeg ikke det jeg lærer”	”Matematikk er det kjedeligste faget” ”Hva jeg ikke liker? – matematikk” ”Har mange huller i matematikk – ute av timene”
Hjemme skole-lærere	”Generelt svak - har en utholdenhet på tre–fire skoletimer” ”Generelle lærevegringsvansker - svak faglig” ”Skolen har for mye teori”	”Fritatt for vurdering av skriftlig matematikk” ”Slettet matematikkprogram på dataen” ”Ute av timene i matematikk – har mange huller”
Foresatte	”Har store generell lærevansker - har slitt med lesing” ”Sier selv han er dum” ”Lærevegring”	”Hvis han bare ser et regnestykke på et papir forstår han ikke vitsen med det” ”Det er matematikk han kvier seg til – kaos med lekser” ” Når det gjelder matematikk – faget lite optimistisk”

Norskfaget blir lite nevnt i intervjuene, men det kommer fram at elevene strever i de fleste teoretiske fagene. Matematikkfaget blir nevnt i samtlige av de ni intervjuene som ble gjort av elever, hjemmelærere og foresatte. En av elevene svarte: "Hva jeg ikke liker? – matematikk". En av hjemmeskolelærerne bemerket at eleven var "fritatt for vurdering av skriftlig matematikk". En av de foresatte sa det svært sterkt: "Det er matematikk han kvier seg til – kaos med lekser". Elevenes frustrasjoner i matematikk ble bemerket på ulike måter i alle intervjuene.

Observasjoner

Det er det sosiale som skjer på skolen som er det viktigste for eleven og en kan se av dataene at det er elever med sosio-emosjonelle vansker som generelt har dårligst holdning til skolen. Under innsamlingen av dataene viste disse elevene en spesiell negativ holdning til matematikk i forhold til norsk. Mange elevene utbrøt umotivert et høytlytt "NEI" til om de likte matematikk og krysset deretter av. På spørsmålet om de likte norsk krysset de av på samme utsagn "NEI" uten å komme med noe verbalt utbrudd.

Drøfting av de kvantitative dataene

Norsk kommer i utgangspunktet dårligere ut enn matematikk både på T1 og T2 hos tilbudselevene. Ser en på den prosentvise endringen i negativ retning, ser en at matematikk har 5% større økning enn norsk. Hos kontrollgruppen er det en nedgang i positiv retning i norsk, men det er en økning i negativ retning i matematikk.

Antall skoletimer i uken for en ungdomsskoleelev er maks 30 t/u. I disse timene må eleven forholde seg til muntlig og skriftlig språk. I cirka 80 % av skolehverdagen kreves norskmestring. Dette kan forklare den høye prosentvise motivasjonssvikten i norskfaget.

Elevene må forholde seg til lesing og skriving minst 20 timer i uken, mens de i matematikk har maks 5 timer i uken. En ser at eleven må forholde seg til norsk 4 ganger mer enn til matematikk. I matematikkundervisningen forholder eleven seg både til det språklige samt det som er genuint for matematikkfaget: tall og algebra, rom og form, grafer og funksjoner og behandling av data mm. En kan si at elevene forholder seg til både norsk og matematikk i dagliglivet, men at matematikk er en kvalitativ annen måte å se verden på, og at faget har sitt eget språk. En elev kan være flink i matematikk selv om han/hun ikke mestrer grammatikken eller er kreativ i skriftlig norsk. Utfordringer i matematikk kan sammenlignes med "et spill". Kan en spillets regler er det greit å delta og en blir motivert til å fortsette. Får en ikke med seg "spillereglene", blir en stående på siden av spillet, og ser verken nytten eller vitsen med videre deltakelse. Det en ikke mestrer, vegrer en seg for å delta i. Dataene gir ikke helt klare indikasjoner, men en ser en liten tendens til at matematikkfaget er det minst motiverende faget for elevgruppen med sosio-emosjonelle vansker.

DRØFTING AV DE KVALITATIVE DATAENE I INTERVJUENE

Intervjuene viser en klar tendens til at elever med sosio-emosjonelle har vansker med skolefag generelt, og med matematikkfaget spesielt. Det er matematikk som blir nevnt av alle parter som det faget det er "vegring for", "er det kjedeligste faget", "kvier seg for", "forstår ikke vitsen med" og "har kaos med lekser". En av de foresatte uttalte: "Når det gjelder matematikkfaget – lite optimistisk". Ser en på uttrykkene "kvier seg for" og "kaos med lekser" får en inntrykk av det Olav Lunde med flere kaller ledsagervansker og matematikkangst.

DRØFTING AV KVALITATIVE OBSERVASJONER I EGEN UNDERVISNING

En bør stole på sine intuisjoner når det gjelder andres følelser, og i skolen kan det være snakk om å fornemme en negativ holdning hos en elev. Etter å ha sett det nakne ansiktet til en elev som møtte veggen på en matematikkprøve, vil en legge alle krefter til for å tilrettelegge for matematikkmestring.

Erfaring fra egen undervisning styrker hypotesen om at elever med sosio-emosjonelle vansker har store vansker i matematikk, og de blir ofte stående på 4–5. klasse nivået i dette faget. De kommer ikke i gang med arbeidet i matematikktimene og skjuler gjerne forsøkene på oppgaveløsninger når læreren passerer. De samme elevene kan være svært lite villig til å motta hjelp i faget, og kan markere seg negativt med bråk og uro i disse timene. Egne erfaringer styrker hypotesen om at elever med sosio-emosjonelle vansker har spesielt vansker med matematikkfaget som krever konsentrasjon, oppmerksomhet og klare tanker for å løse oppgavene.

Hypotese:
Elever med sosio-emosjonelle vansker har negative holdninger spesielt til matematikkfaget.

Konklusjon:
Data som er lagt fram i artikkelen kan samlet sett bidra til å støtte opp under hypotesen. Et ny hypotese er om en vil finne klarere funn om en gjennomfører en undersøkelse på lavere klassetrinn, for eksempel blant elever i 4. eller 5. klasse.

TIL ETTERTANKE

Matematikkmestring:

Etter at eleven som har tegnet og skrevet "Draumen" har deltatt i et tilrettelagt undervisningsopplegg rundt familiens hund har hun uttalt:

"Nå har jeg ikke de dumme drømmene om matematikk mer"

REFERANSER

Bandura, A. (1986): *Social Foundation of Thought and Action*. New Jersey: Pentice Hall.

Eccles, J. S., Midgley, C., Wigfield, A., Buchanan, Reuman, D., M., Flanagan, C. & Mac Iver, D. (1993): Development during adolescence. The impact of stage-environment fit on young adolecents' experiences in schools and families. *American Psychologist*, *48*, s 90–101.

Goleman, D. (1997): *Emosjonell intelligens*. Oslo: Gyldendal Norsk forlag.

Herland, E. (2000): *Sosial-kognitiv trening i ungdomsskolen*. Et egnet redskap for opplæring ev spesielle grupper av elever eller tiltak for hele klassen? Bergen: Eget trykkeri.

Holm, M. (2001): Forelesning på en matematikk-konferanse i Kristiansand okt. 2001.

Johnsen Høines, M. (2002): *Fleksible språkrom*. Matematikklæring som tekstutvikling. Avhandling Dr. Philos. Det psykologiske fakultet. Universitetet i Bergen.

Lunde, O. (1997): *Kartlegging og undervisning ved lærevansker i matematikk*. Klepp: Info Vest forlag.

Magne, O. (1998): *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.

Manger, T., Eikeland, O-J., Asbjørnsen, A. & Ogden, T. (1999): *Effektar av sosial-kognitiv trening på ungdomsskuleelevar sin sosiale kompetanse*. KREPS – delrapport 3. Rapportserie fra Institutt for samfunnspsykologi, Universitetet i Bergen.

Marsh, H. (1990): *SDQ II. Manual & Research Monograph*. New York: The psychological Corporation, Harcourt Brace Jovanovich, Inc.

Mellin-Olsen, S. & Lindèn, N. (1997): *Eleven husker når han ikke lærte*. I Perspektiver på Matematikkvansker. Bergen: Casper forlag.

Nævdal, Folkvard (2001): Personlig samtale. Bergen, nov. 2001.

Sjøvoll, J. (2001): Overgangen grunnskole til videregående skole. *Spesialpedagogikk*, (3).

Skaalvik, E. (1992): *Kva eg synest om skulefag og skulen*. Universitetet i Trondheim, Norges lærerhøgskole, Pedagogisk institutt.

Mini-theories as Part of Pupils' Views of Mathematics – Division as an Example

Sinikka Huhtala

Helsinki City College of Social and Health Care

&

Anu Laine

University of Helsinki, Finland

Abstract

The purpose of the study was to examine mini-theories connected to division as part of pupils subjective knowledge. The study was carried out in autumn 2002 with 138 pupils (age 12) and their teachers. The results show that pupils have many different mini-theories that influence their performances in mathematics. We believe that it would be possible to influence mini-theories because they are not, at that point, completely permanent. This would demand that teachers arrange suitable learning situations and they would not themselves have mini-theories.

INTRODUCTION

Pupils' views of mathematics are formed based on different experiences that they have for example in school and at home (cf Malinen 2000). Their views of mathematics influence how they study and learn it. We have noticed in our own dissertations about pre-service elementary teachers' views of mathematics (Pietilä 2002a, see also Pietilä 2002b) and practical nurse student's own mathematics (Huhtala 2000) how important the role of students' views of mathematics and mini-theories connected to them have in their management of situations connected to mathematics. We are now interested in finding out at what point mini-theories became permanent and how they develop. In addition, we are interested in pondering how teachers could be guided to take mini-theories into account in their teaching.

In this study we concentrate on examining pupils' understanding about division. We pay attention especially to pupils' incorrect performances and explore reasons for them.

THE VIEW OF MATHEMATICS

We define in this study that the view of mathematics develops with exposure to different experiences with mathematics in interaction with affective, cognitive and conative factors (cf Pietilä 2002ab). Beliefs, conceptions, attitudes and emotions work in learning as a kind of regulating mechanism in the formation of one's view of mathematics. In addition, learning demands cognitive aptitudes, like understanding, identification, thinking, evaluation and reasoning as well as conscious goal-oriented aspiration and activities. (Op 't Eynde, De Corte & Verschaffel 1999) On the other hand a student's view of mathematics also influences his or her understanding, decisions, affective reactions and actions, for example in different mathematics-related learning situation (Schoenfeld 1985). Therefore, it is important to define that the view of mathematics contains different parts (figure 1).

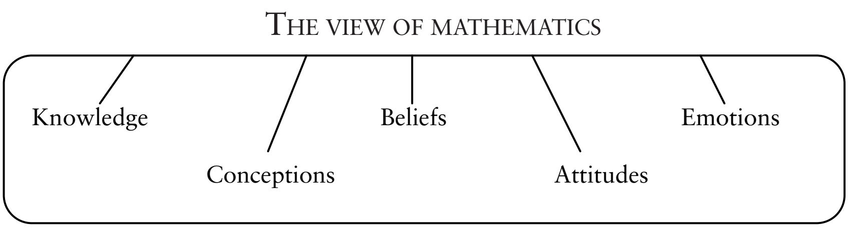


Figure 1. The fields of the view of mathematics.

In this paper we concentrate only on knowledge. Knowledge can be divided into subjective and objective knowledge. Objective knowledge is collectively approved and usually based on scientific studies. Subjective knowledge is what an individual thinks is right, but it doesn't necessarily fulfil the criteria of objectivity (Furinghetti & Pehkonen 2002). For example, place value and its properties could be objective knowledge in mathematics education. Subjective knowledge that guides a pupil's actions could correspondingly be "3.124 is bigger then 3.8 because it has more digits in its decimal part and 124 is bigger than 8" (Sackur-Grisvard & Leonard 1985). Subjective and objective knowledge can be partly overlapping. It is, for example, possible that subjective knowledge developed by an individual is accepted to be objective knowledge.

MINI-THEORIES

Mini-theories, which are a part of the subjective knowledge of the learner, are purpose-built (for example for division), situation-specific packages which are developed through teaching and learning (Claxton 1990, 1993). A package contains content (unity of facts) and process (how to calculate a certain calculation).

At its best, learning can be a gradual process of editing these mini-theories (or preliminary models) so that they come to contain better quality knowledge and to be better "located" with respect to the area of experience for which they are suitable. A learner should, for example, be able to deal with rational numbers in a different way than natural numbers (cf Vosniadou 1994: a synthetic model).

A mini-theory can, however, remain very limited. It does not develop further and a learner may use it in situations for which it is inappropriate. A mini-theory can be a rule which a learner has generalized too much or a rule which is not true in any situation. Mini-theories develop in the mathematical thinking also at a very early stage and it is very hard to change them later (Huhtala 2000).

A mini-theory is made up of many pieces: a situation (in which the mini-theory is used), predictions (what is going to happen), attitudes (associated with the domain), descriptions (ways of conversing abut the domain, the kinds of words used and explanations offered) and experience (the way we perceive what is going on, in addition to the way we react to it).

Mini-theories in mathematics connected to the division can be for example thoughts like this: "you must always divide the bigger number by the smaller one" (Hart 1981) or that "multiplication always makes bigger and division always makes smaller" (Bell, Swan & Taylor 1981, Graeber & Campbell 1991).

THE STUDY

We wanted to measure pupils' knowing in division in as many-sided a way as possible. We created a form, in which the pupils were required to write a word problem to given calculations (18+7, 12:4, 0.5:8, 6:24, 16.8:2.4), draw a picture of the situation and calculate the task. On the form there were both an addition task and a multiplication task for two reasons: to help the pupils to begin the tasks and to prevent them noticing that we were interested only in the division.

We tested how the form functioned with all the fifth and sixth grades of one school in spring 2002 and with one sixth class in another school in autumn 2002 and practised interviewing the pupils.

In the actual study we chose three schools of differing socio-economic status. We tested two sixth classes in each school (altogether 138 pupils). To increase the reliability we performed the testing ourselves. In this way we checked that the testing situation was as consistent as possible. At the same time we interviewed the teacher of the class concerning the subject matter of the test to get different viewpoints on the study (triangulation, cf for example, Cohen, Manion & Morrison 2000). After a preliminary examination of the data we interviewed from our point of view interesting pupils (27 in total) to confirm the reliability of our interpretations and to get a more many-sided picture of pupils' thinking.

In the analysis of the data we used an inductive categorisation technique (Miles & Huberman 1984). We categorised the data task-by-task into different classes (for example classes 1.1, 1.2 and so on; see table 1). Whilst doing the categorisation we concentrated especially on different mini-theories. We formed main categories (Task "correct", Changes the task and Others), which included the classes.

RESULTS

In this article we examine divisions 0.5:8 and 6:24 both from the pupils' and the teachers' point of view.

PUPILS' RESPONSES

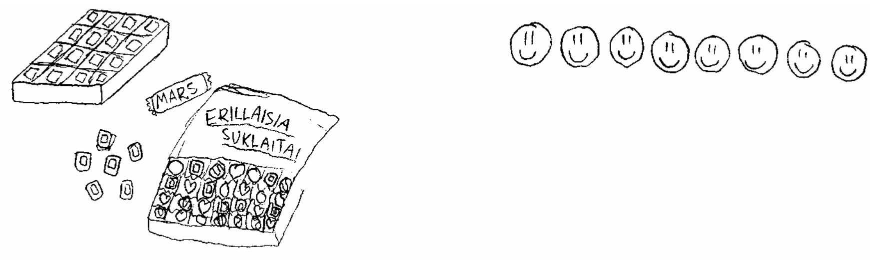
Formed main categories and sub categories and number of pupils belonging in them are shown in tables 1 and 2.

Table 1. Pupils' knowing in the task 0.5:8.

1 Task "correct"	96	
1.1 Fully correct		15
1.2 Idea correct, result almost correct		22
1.3 Idea correct, order of result correct		23
1.4 Idea correct, cannot solve		
1.4.1 No answer		31
1.4.2 Order of result not correct		5
2 Changes the task	30	
2.1 Changes tasks numbers or adds them		13
2.2 Changes the whole task		
2.2.1 Divides the bigger number by the smaller one		11
2.2.2 Calculates as a subtraction		2
2.3 Changes the calculation although the idea is correct		4
3 Other solutions	12	
3.1 Empty		8
3.2 Cannot be classified		4
Altogether	138	

In task 0.5:8 the pupils answers could be classified into three main categories: "the task is 'correct'", 'changes the task' and 'other solutions'. In the main category different sub categories can be found based on how well pupil has solved the calculation. Based on the written solution and picture we could conclude that all pupils put in this category had understood the task. They had usually joined the dividend with some measure, mostly liter, as in following example: "Mikko divides 0,5 liters between his eight friends. How much does everybody get?"

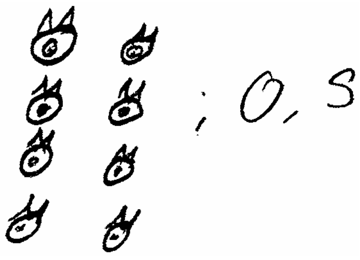
In main category 2 (changes the task) some pupils (category 2.1) change numbers in the task. Most of them have still understood the main idea of the task: "Eero, Juhani, Kalle, Tommi, Peppi, Sanni, Esteri and Mari have 500 g of chocolate. How much does one get when they divide the chocolate equally for everybody? (62,5 g)"



Picture 1. Pupil's drawing to the task "500 g chocolate".

Some of the category 2.1 pupils had added extra numbers to the task and by that changed the main idea of the task: "Jussi has half bar of chocolate and he wants to divide it into eight pieces. There are 10 pieces of chocolate left. (0.014)"

Pupils in category 2.2 change whole task. Some of them divide the bigger number by smaller number (category 2.2.1). Some of them count how many times 0,5 is included in eight: "Eetu had eight euros. A chocolate cost 50 cents. How many chocolates did Eetu get? (16)". Some of them think that half means the same as dividing by two: "There were eight pigs and they were divided by half with the neighbour. How many were left to the neighbour? (0.40)".



Picture 2. Pupil's drawing to the task "eight pigs".

Pupils in category 2.2.2 change the task to subtraction: "There is a candy in the store that costs 8 euros. Kalle has only 0.5 euros with him. How much does he need to get the candy? (7.5)"

Pupils in category 2.3 have managed to write a correct story but used in calculation usually mini-theory "Bigger is divided by smaller" (cf. Hart 1981). It can be thought that pupil has acted in same task using two different schemas. He has made up the written story from experience but calculated mechanically without connecting it to the story (cf Vinner 1999). Main category 3 contains empty and meaningless answers.

Formed main categories and sub categories in task 6:24 are shown in table 2.

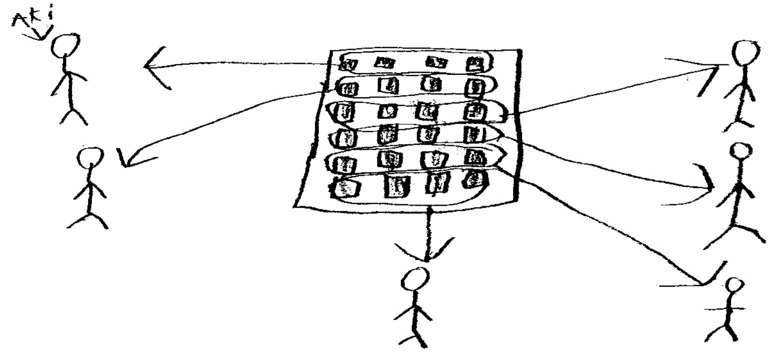
Table 2. Pupils' knowing in the task 6:24.

1 Task "correct"	69	
1.1 Fully correct		16
1.2 Question wrong		6
1.3 Idea correct, the order of the result correct		11
1.4 Idea correct, answer 0,4		20
1.5 Idea correct, no answer		16
2 Changes the task	66	
2.1 Changes the whole task		
2.1.1 Divides the bigger number by the smaller one		53
2.1.2 Calculates as a subtraction		5
2.1.3 Calculates as a multiplication		1
2.2 Changes the calculation, although the idea is correct		7
3 Others	3	
3.1 Empty		3
Altogether	138	

The main category 1 of the task 6:24 (task "correct") contains different classes depending on the question of the word problem and the answer of the calculation. The pupils had understood the idea of the task (the smaller number is to be divided by the bigger one) correctly, although they could not necessarily solve it: "24 children divide 6 candies so that everybody gets the same. How much do they each get?" Some of the pupils had however not been able to formulate the question correctly: "There are six pieces in a pie. They are divided to 24 children. How many pieces does everybody get?" An interesting class (class 1.4) is formed of the pupils who get an answer 0.4. On grounds of the interviews and notes in the pupils' papers we can come to a conclusion that at least a part of these pupils think that 1/4 means 0.4 as a decimal number.

Main category 2 (changes a task) includes answers in which a pupil changes the whole task (class 2.1). A part of this group of pupils divides the bigger number by the smaller one (class 2.1.1):

> On the table there are 24 pieces of chocolate and they are divided equally between Jukka, Aki, Antti, Heikki, Eero and Samuli. How many pieces does Aki get?



Picture 3. Pupil's drawing to the task "24 pieces of chocolate".

A part of this group calculates the task as a subtraction (class 2.1.2): "There are six glasses of juice and there are 24 people. How many of them are left without juice?(-18)" or as a multiplication (class 2.1.3): "There are 24 rooms in a house. How many rooms are there in six houses?" In class 2.2 the pupils have been able to write a correct word problem but in the calculation divided the bigger number by the smaller one (different schemas of action, cf. Vinner 1999). A couple of pupils had left the task empty (main category 3).

Although in both of the tasks (0.5:8 and 6:24) you should divide the smaller number by the bigger one there were differences in the performance. There are many explanations for this. The task 0.5:8 demands that a pupil think what "a half" means and what it is connected to. In most cases the number 0.5 was connected to litres. The pupils understand that a half litre of lemonade can be divided equally between eight people. 6:24 however "tempts" a pupil to divide the numbers the wrong way, because it is easier to get an answer that way. This supports the notion that mini-theories are situation-specific (cf Osborne & Freyberg 1985).

TEACHERS' INTERVIEWS

We found many points of view regarding the mini-theories from interviews with the teachers. We tried to find out in the interviews how well the teachers can identify different mini-theories. Most of the teachers realized that the pupils can divide the bigger number by the smaller. One of the teachers had a similar mini-theory herself. She invented a word problem to the task 6:24: "This is again something that comes to my mind. For example a Christmas calendar, of course, has 24 days. That if you calculate… the days of a Christmas calendar. How many candies for example do six children get, if it would be a chocolate calendar".

Another teacher clearly taught her pupils in accordance with a mini-theory: "… a division algorithm is in a way such as a railway carriage and it has an engine in front of it, or the divisor. I have tried to explain so that they could remember which one is bigger, usually."

One of the teachers interviewed noticed that she might have, by mistake, been teaching so that pupils learn mini-theories: "I have not been thinking that you can by mistake a kind of… We have been calculating tasks in which there is a missing number, 6 times something is 24 and how to find out the missing number. Then when you guide the pupil that if she or he begins to multiply 6 by 24 you often may say that stop and think a little. From this comes so big or so small that if you check the calculation then you see that it does not work. That if a pupil then begins to think like this… (Multiplication always makes bigger and division always makes smaller.)"

Although the teachers understand that a smaller number must be divided by a bigger number they have difficulties to connect the task to real life: "This is again difficult because it is in that way. I think that they cannot think of any sensible story". "Because I can not think of anything".

The teachers think that in real life the numbers should be the other way round: "A division is difficult and if you have changed the places of the numbers it gets even more difficult". They think that this task is connected only to mathematics in which the numbers are dealt with different operations: "I don't think they would kind of change that to a fraction and move on that way". "We have had these kind of situations, but they have been in the fraction form and then we have been pondering if you can reduce. But in a form of division…".

CONCLUSIONS

Mini-theories might be one reason why pupils' experience mathematics as being difficult and unpleasant. Acting on their mini-theories pupils often experience failures which lead them to conclude that they are mathematically untalented (cf Weiner 1986). They experience that mathematics doesn't belong to their everyday life and they become estranged from mathematics (Huhtala 2000).

Based on interviews in this study it seems that pupils' mini-theories are not fully permanent at the age of twelve years. Teachers therefore have the opportunity to influence them in a positive way. It would, for example, be important that teachers connected mathematics to the pupils' everyday experience (Vosniadou et al 2001). This would of course require that teachers' mathematics and everyday life were connected to each other. Based on this research this is not the situation. It could even be supposed that some of the teachers have the same mini-theories and that they "teach" them to their pupils.

It would be important that teachers recognize their pupils' mini-theories in order to be able to help them in a fruitful way. There should be more focus on children's mathematical thinking in teacher training programs. Our intention is to plan and arrange in-service training for teachers about pupil's mini-theories. This is also an important research theme.

REFERENCES

Bell, A., Swan, M. & Taylor, G. (1981): Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. *Educational Studies in Mathematics, 12*, p 399–420.

Claxton, G. (1990): *Teaching to Learn*. London: Biddles.

Claxton, G. (1993): Minitheories: a preliminary model for learning science. In P.J. Black, & A.M. Lucas, eds: *Children's Informal Ideas in Science*, p 45–61. London: Routledge.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2000): *Research Methods in Education*. Fifth edition. London: Routledge Flamer.

Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2002): Rethinking characterizations of beliefs. In G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner, eds: *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht: Kluwer.

Graeber, A. & Campbell, P. (1993): Misconceptions about multiplication and division. *Arithmetic Teacher, 40*, p 408–411.

Hart, K. M. (1981): *Children's Understanding of Mathematics*. London: John Murray.

Huhtala, S. (2000): *Lähihoitajaopiskelijan oma matematiikka*. (Practical nurse student's own mathematics.) Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 219. (University of Helsinki. Faculty of Education. Department of Teacher Education. Research Reports 219.) [in Finnish]

Huhtala, S. (2002): "…these just don't mean anything…" – "Tuning out" mathematics. In P. Di Martino, ed: *MAVI XI. Research on Mathematical Beliefs,* p 57–64. Proceedings of the MAVI-XI European Workshop, April 4–8. Pisa: University of Pisa.

Malinen, A. (2000): *Towards the Essence of Adult Experiential Learning. A Reading of the Theories of Knowles, Kolb, Mezirow, Revans and Schön.* SoPhi, University of Jyväskylä.

Miles, M. & Huberman, M. (1984): *Qualitative Data Analysis*. Berbely Hill: Sage Publications.

Op 't Eynde, P., De Corte, E. & Verschaffel, L. (1999): Balancing between cognition and affect: Students' mathematics-related beliefs and their emotions during problem solving. In E. Pehkonen, & G. Törner, eds: *Mathematical Beliefs and Their Impact on Teaching and Learning Mathematics,* p 57–64. Proceedings of the workshop in Oberwolfach, November 21–27. Gerhard Mercator Universität, Duisburg.

Osborne, R. & Freyberg. P. (1985): *Learning in Science. The Implications of Children's Science*. Hong Kong: Heinemann.

Pietilä, A. (2002a): *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina.* (Pre-service elementary teachers' views of mathematics. The role of mathematics experiences in forming the views of mathematics.) Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 238. (University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Reports 238.) [in Finnish]

Pietilä, A. (2002b): The role of mathematics experiences in forming pre-service elementary teachers' views of mathematics. In A. D. Cockburn & E. Nardi, eds: *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. University of East Anglia, *4*, p 57–64.

Sackur-Grisvard, C. & Leonard, F. (1985): Intermediate cognitive organization in the process of learning a mathematical concept: The order of positive decimal numbers. *Cognition and Instruction, 2*, p 157–174.

Schoenfeld, A. H. (1985): *Mathematical Problem Solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Vinner, S. (1999): Beliefs we live by and quite often are even not aware of – their possible impact on teaching and learning mathematics. In Pehkonen, E. & Törner, G., eds: *Mathematical Beliefs and Their Impact on Teaching and Learning Mathematics. Proceedings of the workshop of Oberwolfach,* p 146–152. November 21–27. Duisburg: Gerhard Mercator Universität Duisburg.

Vosniadou, S. (1994): Capturing and Modelling the Process of Conceptual Change. *Learning and Instruction*, *4*, p 45–69.

Vosniadou, S., Ioannides, C., Dimitrakopoulou, A. & Papademetriou, E. (2001): Designing learning environments to promote conceptual change in science. *Learning and Instruction, 11*, p 381–419.

Weiner, B. (1986): *An Attributional Theory of Motivation and Emotion*. New York: Springer-Verlag.

Matematik med möjligheter

Ett samarbetesprojekt i utveckling

Eva-Stina Källgården, Ylva Svensson & Louise Wramner

The Swedish Institute for Special Needs Education, Sweden

Abstract

What possibilities do we know for provoking an interest in mathematics for all students? This question makes us, three teachers with different areas of expertise, to work together. We have put together a step by step approach for how mathematical concepts could be handled, going from a concrete situation to thinking and speaking in terms of symbols. The objectives of the curriculum for mathematics are being documented in a folder where all our ideas are collated. Observations can be gathered as the students work with the different concepts. We all have a pragmatic view of the concept of knowledge and how this work can be planned. To educate students that have special needs requires an educational method, that is beneficial to students with all sorts of handicaps. This method needs to make mathematics reachable and comprehensible to students with percept ional, intellectual as well as physical disabilities. This is a relevant issue as students with all sorts of disabilities are now to take part in general education together with students without disabilities. Our approach to teaching is intended to support this. We are displaying examples of both the ways of working and the contents of mathematical concepts, where the experiences and thinking of students (both children and adults) are the focal point.

VARFÖR STARTADE VI PROJEKTET?

Vi tre lärare, som möttes i en fortbildningskurs för specialpedagoger, fastnade i problemet: ”Hur kan vi utveckla intresse för och kunskaper i matematik för våra olika elever?”

Vår erfarenhet är att under många matematiklektioner hinner inte eleven tänka själv utan genomför det läraren (boken) påtvingar. Det kan vara svårt för eleven att tillämpa det i ett annat sammanhang. Vi kom därför överens om att träffas och utbyta erfarenheter och arbeta praktiskt med att finna exempel, där elevens tänkande i matematik betonas.

BAKGRUND

Matematiken kan beskrivas både som en produkt och en process. Produkten innehåller problemlösning och begreppsbildning. Processen består bland annat av modelltänkande, abstraktion, logiskt resonemang och kommunikation. Vår filosofi innebär att när elevens tänkande och kommunikation med sig själv och med någon annan, äger rum, utvecklas ett språk i matematik, som blir ett stöd för tanken. För att aktivera matematiktänkande vill vi skapa situationer, där både problemlösning och begreppsbildning kan äga rum hos eleven.

PROJEKTET – EN BESKRIVNING

Frågeställningen driver oss att gemensamt arbeta för att finna matematiksituationer, som kan vara utgångspunkt för elevens lärande. Dessa situationer (till exempel laborationer) skrivs ner och samlas i en pärm. Varje blad innehåller kursplanens mål och tips på observationer, som kan hjälpa läraren att analysera elevens tänkande. Genom att vi genomför en ”laboration” som innehåller ett visst begrepp i våra egna grupper är det möjligt att sammanfatta steg för steg hur matematikbegrepp kan behandlas från en konkret situation mot att tänka och tala och förstå symboler.

En gemensam konstruktivistisk kunskapssyn genomsyrar våra tankar kring uppläggningen av arbetet. Det innebär att vi som riktmärken har följande:

- människan skapar sina egna begrepp
- tänkandet är en adaptiv process

- livskraftig kunskap förmedlas
- via kommunikation nås kunskapen.

Vi visar exempel på både arbetssätt och innehåll av matematikbegrepp, där elevers (vuxnas och barns) upplevelser och tänkande blir centralt att lyfta fram.

Rörelsehindrade elever – en beskrivning

Var finns forskning på det pedagogiska området i Sverige, där rörelsehindrade elevers möjligheter dokumenteras? Finns det någon forskning att ta del av från övriga världen?

Karin Guttman har skrivit artiklar i tidskriften *Att undervisa* (1992a) och *Nordisk tidskrift för spesialpedagogikk* (1992b) och där beskrivit sina erfarenheter med undervisning med datorstöd för rörelsehindrade elever. Senare har Guttman även gjort en stor litteratursökning världen över för att finna material kring dessa elevers stora matematiksvårigheter. Denna sökning gav inte något nämnvärt resultat. Olov Magne påpekar i sin bok (1998) att Sverige är bra på att vårda sina funktionshindrade elever men att den pedagogiska insatsen för dessa elevgrupper ligger efter.

I det dagliga arbetet med rörelsehindrade elever med tilläggshandikapp saknas ofta språkliga förutsättningar för att klara generaliseringar och abstrakt tänkande. De saknar dessutom motoriska förutsättningar att använda sina händer och ibland också talmotorik. Det bör påpekas att uteblivet tal inte behöver betyda dålig språklig förmåga om eleven har tillgång till adekvat alternativ och kompletterande kommunikation (akk). Exempel på detta kan vara BLISS, teckenstöd eller pictogram.

Arbetet med RH-elever

Vi ger här ett exempel på hur arbetet med eleverna kan struktureras för att de skall uppnå en bas för vidare matematisk utveckling genom att upptäcka uppräknandets fem principer:

- räkneramsan,
- ett till ett principen,
- godtycklig ordning,

- abstraktionsprincipen,
- antalsprincipen (sista ordet ger antalet).

Vi använder en trälåda med hål i, som barnen kallar ”bussen”. Buss är naturligtvis ett bekant ord för rörelsehindrade barn. I början av arbetet har barnen klarat av högst tre passagerare i bussen och trots det ringa antalet har begreppet godtycklig ordning varit mycket svårt för dem att förstå. Alla de fem principerna ovan finns med i dessa övningar. Bussen har sedan används för arbete med tal mellan 1 och 10. Genom att ha de fem punkterna i tankarna kan deras framsteg observeras.

Att ”bussen” hjälpt dem att nå dessa grundläggande färdigheter beror kanske på att uppgiften är anpassad till deras egen referensvärld. Våra rörelsehindrade elever har i många avseenden ett annat ordförråd än jämnåriga utan funktionshinder. Långvariga sjukhusvistelser och avsaknad av lektid, som ersätts med sjukgymnastik och hjälpmedelsutprovning, ger andra referensramar.

Ett arbetssätt för särskolan

Vid undervisning av utvecklingsstörda är det särskilt viktigt att det konkreta blir utgångspunkt för lärandet i matematik. För dessa elever är det väsentligt att så många sinnen som möjligt aktiveras då ett begrepp ska läras in. När begreppet deciliter till exempel ska erövras, mäter eleven inte bara upp 1 deciliter saft utan får smaka på och dricka upp saften. Ytterligare exempel då olika sinnen används är då geometriska former ska läras in. Eleven ges möjlighet att se, känna på och smaka på olika godisbitar med varierande geometrisk form och samtidigt befästs kunskapen i geometri lättare. Detta arbetssätt syftar till att knyta an till kunskaperna i deras vardag.

I särskolans kursplan i matematik är ett av målen att uppnå då skolgången avslutas, att praktiskt kunna hantera enkla bråk. Följande exempel på situation hjälper till att nå detta mål:

Eleven får i uppgift att dela ett kolasnöre i två lika delar med en kamrat. Hur stor del av snöret får var och en? Dela ett annat helt kolasnöre med två kamrater. Hur stor del får då var och en? Dela ytterligare ett snöre men nu med tre kamrater. Hur stor del får var och en? Eleven jämför snörena och dokumenterar med hjälp av digitalkamera samt noterar på bilden 1, 1/2+1/2, 1/3+1/3+1/3, 1/4+1/4+1/4+1/4. Kolasnörena får sedan ätas upp. För att observera om eleven har tillägnat sig kunskaperna och kan tillämpa dem får eleven i uppgift att läsa ett recept där de inlärda begreppen finns och sedan tillreda efter receptets anvisningar.

Ett annat av särskolans mål, som ska ha uppnåtts då skolgången avslutas, är att känna till begreppet procent. Följande exempel på uppgift bidrar till att nå detta mål:

Eleven får ett äpple och delar det i två lika stora delar och sedan ytterligare varje del i två lika stora delar. Samtal förs kring vad de olika delarna heter i procent. De tre stegen dokumenteras med hjälp av digitalkamera och eleven skriver under varje bild 100%, 50%+50%, 25%+25%+25%+25%. Därefter får eleven naturligtvis äta upp äpplet.

För att observera om eleven kan generalisera kunskapen kan en uppgift vara att ta reda på hur mycket något kostar, som vid en realisation har 50% rabatt. Begreppet rabatt måste naturligtvis vara klart först.

Allmänt gäller för all undervisning av utvecklingsstörda att de måste få ordentligt med tid på sig, när ett moment ska läras in. Utvecklingsstörda är inte en homogen grupp. Ett inlärningsmoment kan ta mycket olika lång tid för olika elever. För någon kan det ta en hel termin att lära in något av exemplen som ovan beskrivits. En annan elev kanske klarar att lära sig detsamma på en månad.

För att befästa det inlärda krävs för alla utvecklingsstörda många repetitioner. En elev uttryckte sig i samband med utvärderingen vid läsårets slut: ”Det är bra att jag får hålla på tills jag kan”.

SAMMANFATTNING

Vår produktion av uppgifter, som har sammanställts i pärmen ”Matematik med möjligheter”, är en källa till kommunikation mellan lärare, som undervisar elever med och utan funktionshinder. Det demokratiska arbetssätt, som präglar vår syn, har sikte på att göra elever delaktiga i sitt eget lärande.

Vi vill fortsätta att lära oss mer om funktionshindrade elevers möjligheter att lösa matematiska problem och i pärmen skapa fler uppgifter, där elevens tänkande stimuleras och synliggörs.

REFERENSER

Guttman, K. (1992a): Datorstöd för uppbyggnad av grundläggande matematiska begrepp. *Att undervisa*, (2), s 16–17.

Guttman, K. (1992b): Rörelsehindrade elevers matematikundervisning. *Nordisk tidskrift för specialpedagogik,* (1), s 43–50.

Magne, O. (1998): *Att lyckas med matematik i skolan*. Lund: Studentlitteratur.

Matematikprestationer och självuppfattning

Karin Linnanmäki

Åbo Akademi, Finland

Abstract

The aim of the study was to describe how achievement in mathematics and self-concept develop and to analyse how the connections between these develop. The empirical investigation was implemented as a combined cross-sectional and longitudinal study with data collection at two different points of time. The relationships between the results of the math tests and the self-concept tests were slight in grade 2 (r=.08), moderate in grade 5 (r=.47) and strong in grade 8 (r=.59). As a consequence of the successively stronger relationships in the higher grades, the number of pupils who showed weak achievements and positive self-concept or good achievements and negative self-concept was very small in the higher grades. Differences between the cohort A (development from grade 2 to grade 5) and cohort B (development from grade 5 to grade 8) were noted when the relationships between self-concept on measuring occasion 1 and mathematical achievements on measuring occasion 2 are compared with the relationships between mathematical achievements on measuring occasion 1 and self-concept on measuring occasion 2.

INLEDNING

”Matte är hopplöst, jag har alltid varit och kommer alltid att vara dålig i matematik.” Känns frasen bekant? För många är den mycket bekant, antingen har vi tänkt liknande tankar själva eller så har våra barn, elever eller studerande uttryckt liknande tankar. Men varför uppkommer sådana tankar? Och vem är det som uttrycker dessa tankar? Vilka följder kan tankarna ha? Vad kan skolan och lärarna göra för att sådana tankar inte skall dyka upp hos eleverna?

Är det ”skolmatematiken” som gör att det känns hopplöst? Matematiken och undervisningen i matematik är särpräglad och avviker från skolans övriga ämnen på ett flertal sätt. Matematikämnet väcker starka reaktioner och elever är mer oroade över sina prestationer i matematik än i övriga ämnen. Negativa upplevelser i samband med matematik är mycket vanliga.

Matematiken är ett ämne som har hög status i skolan. Ämnet är populärt i förskolan och under de första skolåren. Ämnets popularitet sjunker dock kraftigt från årskurs 1 till årskurs 9 (Kupari 1993). I förskolan och i de lägre årskurserna är undervisningen i matematik verklighetsnära och konkret. Eleverna undersöker och upptäcker. Lektionerna präglas av aktiviteter av olika slag. Trots att matematiken alltid är abstrakt finns det konkreta starkt med i undervisningen. I de högre årskurserna blir det abstrakta allt mer dominerande, de konkreta inslagen blir färre och många elever upplever matematiken som verklighetsfrämmande och teoretisk.

Vad är det hos individen som gör att matematiken känns hopplös? Vad är det som gör att matematik är det ämne som har det starkaste inflytandet på självuppfattningen (Pajares & Miller 1995)? Undervisningen i matematik inleds redan vid skolstarten, ofta redan i förskolan. De flesta elever lär sig räkna, men några har svårigheter och behöver extra stöd och hjälp av lärare. Konsekvenserna av svårigheterna i matematik är större än enbart svaga provresultat eller låga vitsord på betygen. När en elev misslyckas i matematik, eller upplever att han eller hon misslyckas, sker samtidigt en metainlärning, som mycket starkt lär eleven hurudan han eller hon är som elev. I praktiken innebär detta att elever med svårigheter i matematik om och om igen måste träna på det som de inte är bra på. Konsekvensen är att eleverna upplever att de inte duger sådana de är.

Självuppfattning, självbild, självvärdering och självförtroende är exempel på självbegrepp som använts flitigt inom den vetenskapliga forskningen men kanske ännu mer i populärtidskrifter samt TV- och radioprogram under de senaste 20 åren. Självuppfattning eller bristande självuppfattning har använts som förklaring till de mest varierande företeelser i livet. Liisa Keltikangas-Järvinen (1994) drar paralleller till 1960-talet när ”kreativitet” var den allmänt accepterade förklaringen och lösningen till olika personlighetsanknutna företeelser. På 1970-talet var det ”narcissism” som förklarade allt. Följande förklaringsmodell var – och är fortfarande enligt henne – självuppfattningen. Risken med att begreppen urskiljningslöst används som universalförklaringar är att man övergår från kunskap till åsikter. Begreppen mister sitt innehåll och kan betyda nästan vad som helst, antingen positivt eller negativt, beroende på vad som passar in i sammanhanget (Bracken 1996).

Vilken är skolans roll i sammanhanget? Skolan spelar en viktig roll i utvecklingen av självuppfattningen hos alla elever. Den konkreta feedback som ett barn får i skolan har en betydande effekt på utvecklingen av självuppfattningen (Skaalvik 1988). Barnen vistas i skolan under en stor del av dagen under många år och får dagligen feedback om sina prestationer, eftersom en mycket stor del av skolans verksamhet handlar om utvärdering. Utvärderingen har kanske fått oproportionerligt stora dimensioner i dagens skola. Det finns ingen annan tid i en människas liv när hon år efter år på sin arbetsplats skulle utsättas för att offentligt rangordnas på basen av sina prestationer.

Skolan har många möjligheter att stöda utvecklingen av en positiv självuppfattning. Alltför ofta sker det motsatta. I alltför många fall innebär skolgången för enskilda elever en ständig känsla av misslyckande. När skolan har inverkat verkligt radikalt på självuppfattningen hos någon elev har effekten vanligtvis varit negativ (Keltikangas-Järvinen 1994). Av alla de barn som har negativ självuppfattning är situationen värst för de elever som dessutom är ängsliga och blyga. Risken är stor att en sådan elev blir helt utan uppmärksamhet i klassen. Ibland kommer läraren inte ens ihåg elevens namn.

SYFTE OCH METOD

Det övergripande syftet med den empiriska undersökningen om samband mellan matematikprestationer och självuppfattning var att beskriva hur matematikprestationerna och självuppfattningen utvecklas samt att analysera hur sambanden mellan dessa utvecklas hos elever i den grundläggande utbildningen. Avsikten var att studera utvecklingen inom dessa områden under tre år genom att dels beskriva generella drag och dels analysera skillnader i utvecklingen mellan olika elevgrupper. Föremål för granskning var skillnader mellan svensk- och finskspråkiga elever och mellan pojkar och flickor. Av speciellt intresse var att studera utvecklingen hos de elever som erhöll svaga resultat vid den första mätningen i förhållande till utvecklingen hos övriga elever.

Undersökningen om var upplagd som en kombinerad tvärsnitts- och längdsnittsstudie med datainsamling vid två tidpunkter. I det första skedet, med datainsamling under vårterminen 1991, deltog cirka 900 elever i årskurserna 2, 5 och 8 från dåvarande Vasa län. Sammansättningen av undersökningsgruppen fastställdes delvis som urval och delvis som stratifierad sampling för att få god representation av elever från stora och små skolor. Hälften av eleverna kom från finskspråkiga skolor och hälften från svenskspråkiga skolor. I tvärsnittsstudien granskades elevernas matematikprestationer och självuppfattning samt sambanden mellan dessa i de tre deltagande årskurserna (Linnanmäki 1995).

För uppföljningsstudien, undersökningens andra skede, insamlades data i början av vårterminen 1994. I den treåriga uppföljningen deltog elever från två årskurser. Kohort A uppföljdes från årskurs 2 till årskurs 5 (bortfall 6,6%) och kohort B uppföljdes från årskurs 5 till årskurs 8 (bortfall 9,9%). I uppföljningsstudien var tyngdpunkten lagd på analys av utvecklingen av matematikprestationerna och självuppfattningen och sambanden mellan dessa (Linnanmäki 2002).

För mätning av matematikprestationerna användes MAKEKO 1–9 proven (Ikäheimo, Putkonen & Voutilainen 1988). MAKEKO-proven, prov i det centrala lärostoffet i matematik för årskurserna 1–9, är ett testmaterial som är uppbyggt så att man för varje elev kan klargöra hur väl eleven behärskar det centrala lärostoffets olika delar. Varje uppgift i proven avser att mäta endast ett delmoment. Proven är uppbyggda så att de flesta eleverna skall klara av att lösa alla uppgifter. Spridningen av resultaten för de matematiksvaga elevernas resultat anges vara god och tillförlitligheten vid bedömning av lågpresterande elever hög.

För att mäta elevernas självuppfattning användes två olika mätinstrument. På grund av den stora åldersskillnaden bland eleverna i undersökningsgruppen kunde inte samma mätinstrument användas. För årskurs 2 användes ett självbildstest (Taube, Tornéus & Lundberg 1984) kallat ”Ballongbarnet och Flaggbarnet” som framställts vid Umeå Universitet inom ramen för ett nordiskt forskningsprojekt om inlärningsproblem hos barn på lågstadiet. För årskurserna 5 och 8 användes ett självuppfattningstest som utarbetats av professor Skaalvik (1986) vid universitetet i Trondheim.

RESULTAT

SJÄLVUPPFATTNING I ÅRSKURSERNA 2, 5 OCH 8

Självuppfattningstestet som användes i årskurs 2 bestod av två delområden, skolan och kamratrelationer. Det förra delområdet kunde ytterligare indelas i två mindre delområden, skolan allmänt och skolarbetet. Elevernas svar var mest positiva inom delområdet kamratrelationer. För att underlätta jämförelser mellan de ingående delområdena, som innehöll olika antal items, uträknades ett bejakningsvärde motsvarande lösningsfrekvens för de items som ingick i respektive delområde (x/items). Delområdet kamratrelationer hade proportionellt sett de flesta positiva svaren. Men även inom delområdet skolan allmänt, som uppvisade det lägsta bejakningsvärdet, var värdet relativt högt (0.77). De flesta eleverna hade positiva ställningstaganden till flertalet av de items som ingick i självuppfattningstestet och sålunda höga poäng inom samtliga delområden och provet som helhet (tabell 1). Totalt 95 elever (ca 31%) erhöll 19 eller 20 poäng i provet.

Tabell 1. Medelvärde, standardavvikelse, minimi- och maximipoäng samt itemmedelvärde (x/items) delområdesvis för självbildstest (Ballongbarnet och Flaggbarnet) i åk 2, N=301.

Delområde	*Items*	*Min.*	*Max.*	*x*	*SD*	*x/items*
Skolan	11	3	11	8.7	1.9	.79
-skolan allmänt	5	0	5	3.8	1.1	.77
-skolarbetet	6	2	6	4.8	1.0	.81
Kamratrelationer	9	2	9	7.9	1.5	.88
Totalt	20	7	20	16.6	2.9	.83

De positiva ställningstagandena, som eleverna uttryckt, tyder på att unga elever överlag har en positiv självuppfattning och god tilltro sin egen förmåga. Resultaten stämmer väl överens med tidigare forskning om självuppfattning hos unga elever (Crain 1996, Harter 1990, 1985, Lynch 1981).

Självuppfattningstestet som användes i årskurserna 5 och 8 hade tre större delområden, av vilka två innehöll mera specifika områden för matematisk respektive akademisk självuppfattning. Hälften av de items som ingick i testet, 20 av totalt 40 stycken, berörde matematisk självuppfattning. Totalpoängen i självuppfattningstestet varierade från 44 till 193 poäng. Fördelningen avvek ej mycket från en förväntad normalfördelningsskala. Medelvärdet var 132,64 poäng med standardavvikelsen 25,17. Typvärdet var 153. Överlag var elevernas responser mest positiva inom delområdet självacceptering, som inte är skolanknutet.

Tabell 2. Självuppfattning i åk 5 och 8, medelvärde, standardavvikelse samt t-test, kohort B, N=274.

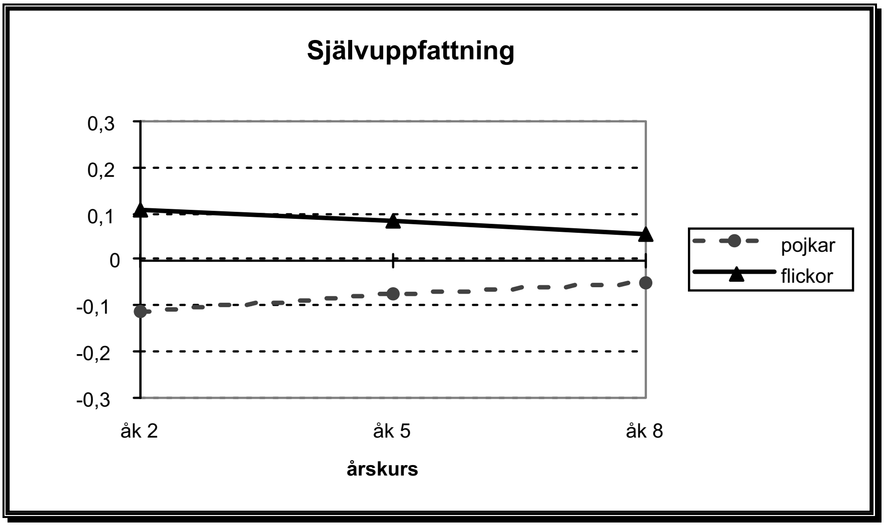
	Åk 5 (1991)		*Åk 8 (1994)*				
Delområde	***x***	***SD***	***x***	***SD***	***t-test***	***p***	***Anm.***
Matem.självuppf	64.73	17.58	60.96	18.66	3.933	.0001	***
-ämn.relaterat	12.06	4.57	10.64	4.57	5.706	<.0001	***
-klassrelaterat	12.61	4.16	12.56	4.38	.245	.8065	
-generellt	13.46	3.78	12.33	4.12	4.822	<.0001	***
-förväntning.	13.47	3.57	13.43	4.04	.174	.8620	
-emotionellt	13.12	4.81	12.01	3.99	3.871	.0001	***
Akad.självuppf.	25.97	6.39	26.20	5.76	-.622	.5343	
-ämn.relaterat	14.01	3.23	14.39	2.90	-2.026	.0437	*
-emotionellt	11.96	4.30	11.82	3.85	.532	.5948	
Självacceptering	42.93	7.13	44.15	7.31	-2.653	.0084	**
Totalt	133.66	24.86	131.16	25.18	1.788	.0749	+

Elevernas ställningstaganden till de items som ingick i självuppfattningstestet var överlag mindre positiva i årskurs 8 än i årskurs 5 (tabell 2). Trots att skillnaderna på totalpoängnivå var relativt små ($p<.1$), noterades tydliga skillnader inom flera delområden. Den matematiska självuppfattningen var mycket signifikant lägre i årskurs 8 än i årskurs 5, trots att två delområden (klassrelaterad och förväntningar) var oförändrade. Den klassrelaterade matematiska självuppfattningen innehåller items där eleven jämför sin matematiska begåvning i förhållande till sina klasskamrater. Den bild eleverna hade om sin matematiska begåvning i förhållande till klasskamraterna i årskurs 5 var på samma nivå i årskurs 8. Inom delområdet förväntningar tog eleven ställning till matematikrelaterade framtida situationer. Förväntningarna inför framtida matematikrelaterade situationer, såsom utbildning, förändrades inte.

Resultaten överensstämmer överlag väl med tidigare forskningsresultat (Marsh 1989). Med ökad ålder blir självuppfattningen mer differentierad och specifika delområden av självuppfattningen kan utvecklas olika. Med ökad ålder blir även uppfattningen om de egna prestationerna mer realistisk, vilket i sin tur antas inverka på självuppfattningens delområden (Byrne 1996).

KÖNSSKILLNADER I SJÄLVUPPFATTNING

I samtliga tre årskurser var könsskillnaderna i självuppfattning på totalpoängnivå små (figur 1). I årskurs 2 kunde en tendens till skillnader till förmån för flickorna noteras, men i de två högre årskurserna var skillnaderna synnerligen små och inte signifikanta.

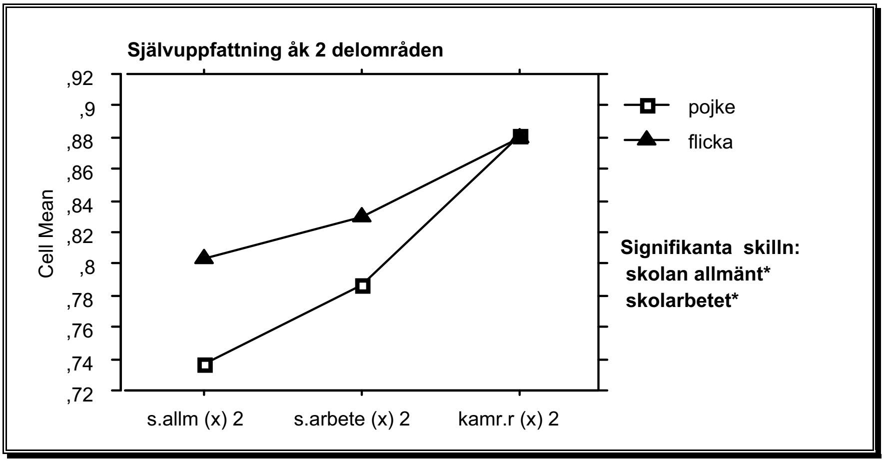


Figur 1. Totalpoäng i självuppfattningstest (standardpoäng) för flickor och pojkar årskurserna 2 (N=301), 5 (N=583) och 8 (N=574).

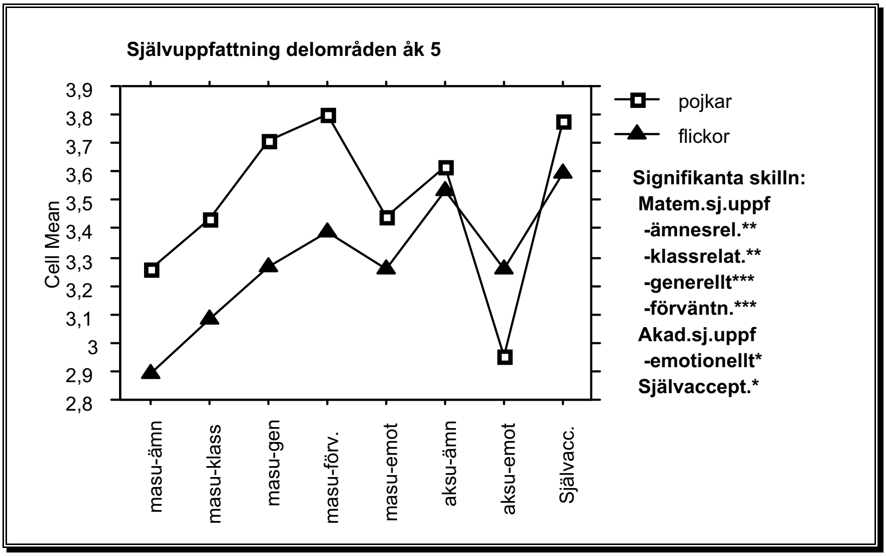
På delområdesnivå noterades däremot signifikanta skillnader mellan könen i samtliga tre årskurser. I årskurs 2 var flickornas skolsjälvbild mera positiv än pojkarnas, både allmänt och relaterat till skolarbetet (figur 2). Bland eleverna med låga poäng noterades dock inga könsskillnader i skolsjälvbilden. Inom kamratrelationer noterades inga skillnader mellan könen.

På itemnivå noterades könsskillnader endast vid två items i årskurs 2. Skillnaderna var dock mycket signifikanta i bägge fallen ($p<0.001$). Bägge utsagorna var skolanknutna. Flickorna angav att de tyckte om att gå i skola medan pojkarna ansåg att det är dumt att gå i skola. Flickorna ansåg också att det man lärde sig i skolan var spännande och roligt medan pojkarna ansåg att en hel del av det man lär sig i skolan var trist.

Ett positivt samband mellan kamratrelationer i årskurs 2 och matematisk självuppfattning och självacceptering i årskurs 5 kunde noteras för pojkarna men inte för flickorna. För flickornas del noterades däremot ett positivt samband mellan resultaten inom delområdet skolan allmänt i årskurs 2 och akademisk självuppfattning och självacceptering i årskurs 5.

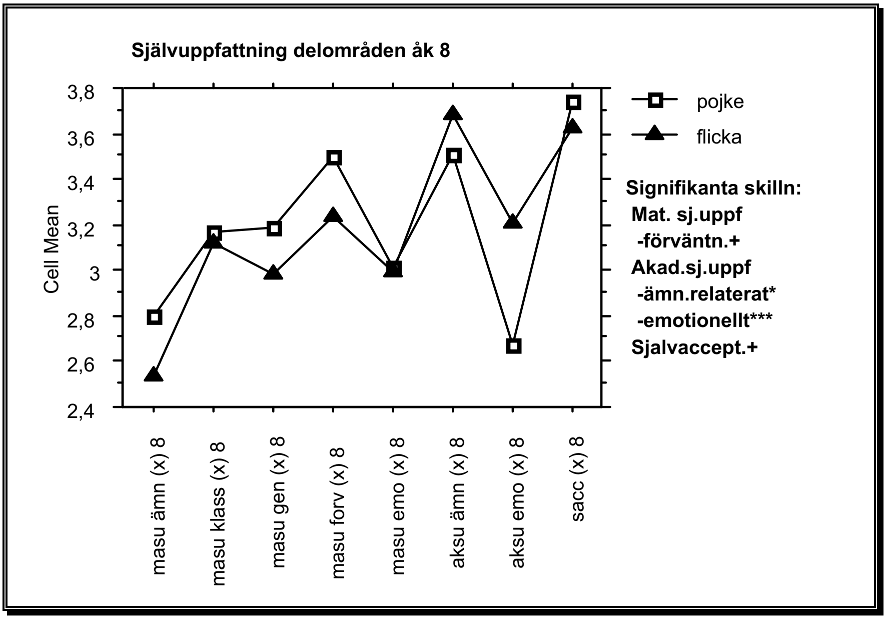


Figur 2. Resultat i självbildstest (Ballongbarnet och Flaggbarnet) delområdesvis (bejakningsfrekvens) för flickor och pojkar i åk 2, kohort A, N=281.



Figur 3. Resultat i självuppfattningstest delområdesvis (itemmedeltal) för flickor och pojkar i åk 5, kohort A, N=281.

Även i årskurserna 5 och 8 noterades signifikanta skillnader på delområdesnivå, trots att inga skillnader på totalpoängnivå kunde påvisas (figur 3 och 4). Pojkarna hade högre poäng inom hela delområdet matematisk självuppfattning samt även inom de flesta av delområdets mera specifika områden. Endast inom den emotionellt relaterade matematiska självuppfattningen var resultaten likartade för flickor och pojkar. Pojkarna hade högre matematisk självuppfattning trots att flickorna, speciellt i årskurs 8, presterade bättre i MAKEKO-provet som användes för att kartlägga elevernas behärskning av basstoffet i lärokursen i matematik. Flickor skattar sin matematiska förmåga lägre än pojkar trots att de prestationsmässigt skulle vara på samma nivå som pojkarna (Manger 1997).



Figur 4. Resultat delområdesvis i självuppfattningstest (itemmedeltal) för pojkar och flickor i åk 8, kohort B, N=274.

Både i årskurs 5 och i årskurs 8 noterades högre poäng för flickorna än för pojkarna inom akademisk självuppfattning. Könsskillnaderna i akademisk självuppfattning förklaras nästan helt av de skillnader som noterades inom det emotionellt relaterade delområdet av den akademiska självuppfattningen. Motsvarande könsskillnader noterades även inom grupperna med negativ självuppfattning. På basen av dessa resultat kan konstateras att flickor överlag har en mera positiv akademisk självbild än pojkarna. Redan i årskurs 2 noterades detta i och med att flickorna hade högre poäng på de skolanknutna delområdena i testet för årskurs 2.

Sambanden mellan resultaten i självuppfattningstesten från årskurs 2 till årskurs 5 var synnerligen svaga. Endast 3,5% av resultaten i årskurs 5 kunde prediceras på basen av totalpoängen i årskurs 2. Elevernas kamratrelationer i årskurs 2 tenderade dock inverka på resultaten, ett svagt samband ($r = .13$; $p < .1$) noterades.

De svaga sambanden mellan resultaten från årskurs 2 till årskurs 5 överensstämmer med tidigare forskningsresultat (Harter 1996, 1990). Självuppfattningen är ej ännu differentierad hos unga elever och förändringar sker snabbare och kraftigare än hos äldre elever (Marsh m fl 1991). Resultaten stöder även antagandet att självuppfattningen, åtminstone till vissa delar, redan är grundlagd i årskurs 2 och att den blir mera stabil i högre årskurser. En annan orsak till svårigheten att förutse utvecklingen är dessutom, specifikt gällande denna undersökning, att två helt olika mätinstrument användes.

De elever som hade negativ självuppfattning i årskurs 2 ($N=41$) förbättrade sina resultat från årskurs 2 till årskurs 5 från -1.88 standardpoäng till -0.18 standardpoäng i årskurs 5. Den positiva utvecklingen var mycket betydande ($p < .001$). Endast 9 av de totalt 41 eleverna (22%) i kategorin elever med negativ självuppfattning kunde hänföras till motsvarande kategori i årskurs 5. För 25 elever (61%) noterades en positionsförskjutning till kategorin neutral självuppfattning. För 7 elever (17%) noterades en positionsförskjutning från kategorin negativ självuppfattning i årskurs 2 till kategorin positiv självuppfattning i årskurs 5.

Även inom kohort B noterades mycket positiv utveckling för eleverna med negativ självuppfattning ($p < .001$), från 98 poäng i årskurs 5 till 110 poäng i årskurs 8. Av de totalt 49 eleverna som kategoriserades som elever med negativ självuppfattning i årskurs 5 återfanns 31 elever (63%) i kategorin elever med neutral självuppfattning i årskurs 8. Andelen elever som även tre år senare hänfördes till kategorin negativ självuppfattning var större i kohort B än i kohort A. (18 elever, 37%). I bägge kohorten var sambanden mellan resultaten från de två mätningarna obetydliga för eleverna med negativ självuppfattning.

Sålunda kan konstateras att prediktionen av utvecklingen av självuppfattningen hos elever med negativ självuppfattning överlag är relativt otillförlitlig. Förändringsbenägenheten är större hos yngre elever (kohort A) än hos äldre elever (kohort B). Eftersom resultaten för eleverna med negativ självuppfattning representerar den negativa ytterligheten i poängfördelningen, innebär förändring i resultaten nästan i samtliga fall att utvecklingen är positiv. Att sambanden mellan resultaten från de båda mätningarna för denna grupp var obetydliga medför även att man inte kan anta att negativ självuppfattning kan ses som något bestående hos eleverna. Resultaten tyder istället på att förändringsbenägenheten är stor för denna grupp.

SAMBAND MELLAN SJÄLVUPPFATTNING OCH MATEMATIKPRESTATIONER

Sambanden mellan resultaten i MAKEKO-proven och självuppfattningstesten var obetydliga i årskurs 2 (r=.08), moderata i årskurs 5 (r=.47) och starka i årskurs 8 (r=.59). Som en följd av de successivt starkare sambanden i de högre årskurserna var antalet elever som hade svaga prestationer och positiv självuppfattning eller goda prestationer och negativ självuppfattning mycket sällsynta i de högre årskurserna (tabell 3).

Tabell 3. Fördelning av elever (antal och procent per årskurs) i prestations- och självuppfattningskategorier i årskurserna 2 (N=301), 5 (N=583) och 8 (N=573).

GRUPP C Högpresterande & negativ självuppf.	**GRUPP F Högpresterande & neutral självuppf.**	**GRUPP A Högpresterande & positiv självuppf.**
åk 2: - åk 5: 0 (0 %) åk 8: 2 (0.0 %)	åk 2: - åk 5: 34 (5.8 %) åk 8: 58 (10.1 %)	åk 2: - åk 5: 23 (3.9 %) åk 8: 41 (7.1 %)
GRUPP I Medelpresterande & negativ självuppf.	**GRUPP E Medelpresterande & neutral självuppf.**	**GRUPP G Medelpresterande & positiv självuppf.**
åk 2: 37 (12.3 %) åk 5: 61 (10.5 %) åk 8: 57 (9.9 %)	åk 2: 200 (66.4 %) åk 5: 308 (52.8 %) åk 8: 262 (45.6 %)	åk 2: 25 (8.3 %) åk 5: 82 (14.1 %) åk 8: 52 (9.1 %)
GRUPP D Lågpresterande & negativ självuppf.	**GRUPP H Lågpresterande & neutral självuppf.**	**GRUPP B Lågpresterande & positiv självuppf.**
åk 2: 8 (2.7 %) åk 5: 32 (5.5 %) åk 8: 39 (6.8 %)	åk 2: 27 (9.0 %) åk 5: 43 (7.4 %) åk 8: 62 (10.8 %)	åk 2: 4 (1.3 %) åk 5: 0 (0 %) åk 8: 0 (0 %)

På grund av takeffekten i MAKEKO-provet i årskurs 2 (inga elever med prestationer som var mer än 1 standardavvikelse över årskursens medeltal) finns ingen kategori med högpresterande elever i årskurs 2. Däremot fanns 4 elever i årskurs 2 som var lågpresterande och hade positiv självuppfattning (grupp B, 3 svenskspråkiga pojkar och en svenskspråkig flicka). I årskurserna 5 och 8 fanns däremot inga lågpresterande elever med positiv självuppfattning. Kombinationen negativ självuppfattning och högpresterande i matematik (grupp C) var mycket sällsynt, endast 2 elever fanns i denna grupp. Dessa båda elever var flickor i årskurs 8 (en svenskspråkig och en finskspråkig flicka från kohort C som testades år 1991). Som en följd av de starkare sambanden i de högre årskurserna var även andelen lågpresterande elever med negativ självuppfattning (grupp D) och antalet högpresterande elever med positiv självuppfattning (grupp A) större i årskurs 8 än i årskurs 5.

Att sambanden mellan prestationerna i matematik och självuppfattningen skulle vara starkare i de högre årskurserna var väntat eftersom detta påvisats även tidigare forskning (bl a Reuterberg 1996). Oväntat var däremot att nästan inga högpresterande elever med negativ självuppfattning (grupp C) eller lågpresterande elever med positiv självuppfattning (grupp B) kunde identifieras trots det stora antalet deltagande elever. Scheinin (1990, s 168–169) identifierade i en undersökning om samband mellan skolprestationer och självuppfattning med totalt 212 elever i årskurs 9, elever som representerade samtliga ytterlighetsgrupper (grupperna A, B, C och D). De motstridiga resultaten kan förklaras dels av att Scheinin använde sig av ett annat mätinstrument för självuppfattningen, som innehöll flera delområden, samt dels av att sambanden mellan skolprestationer överlag och självuppfattning var föremål för undersökning. Att elever i ytterlighetsgrupperna inte kunde identifieras i denna undersökning stöder antagandet som påvisats tidigare av bl a Skaalvik (1986) att sambandet mellan akademisk eller ämnesspecifik självuppfattning och prestationer är starkare än sambanden mellan global självuppfattning och prestationer.

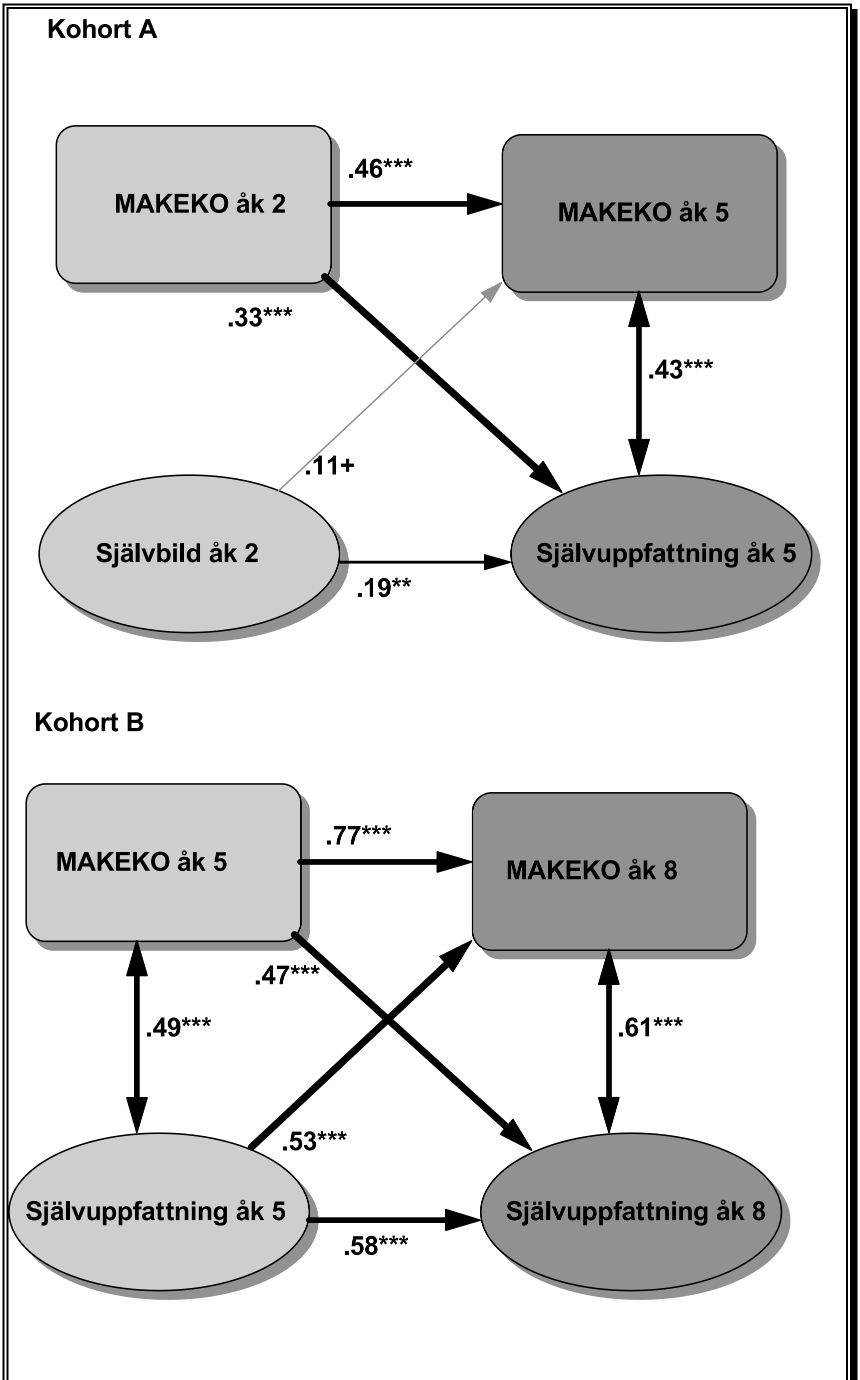
Korrelationerna mellan resultaten i MAKEKO-proven och självuppfattningstesten från de två mätningarna (år 1991 och år 1994) var svagare i kohort A än i kohort B. Vissa likheter i sambanden kunde dock skönjas i båda kohorten. Sambanden mellan matematikprestationerna och självuppfattningen var starkare vid det andra mätillfället (1994) än vi det första mättillfället (1991) i båda kohorten. Vidare kunde starkare samband mellan resultaten i MAKEKO-proven från de två mätningarna än mellan resultaten i självuppfattningstesten påvisas i båda kohorten. Dessa resultat tyder på att förändringsbenägenheten gällande både matematikprestationer och självuppfattning är större hos de yngre eleverna. Resultaten tyder även på större förändringsbenägenhet i utvecklingen av självuppfattningen än i utvecklingen av prestationsnivån i matematik.

När sambanden mellan självuppfattningen vid mättillfälle 1 och matematikprestationerna vid mättillfälle 2 jämförs med sambanden mellan matematikprestationerna vid mättillfälle 1 och självuppfattningen vid mättillfälle 2 kan vissa antaganden om kausaliteten i utvecklingen av matematikprestationerna och självuppfattningen göras. I dessa samband noterades olikheter mellan kohorten (figur 5).

I kohort A påvisades att sambanden mellan resultaten i MAKEKO-provet i årskurs 2 och självuppfattningen i årskurs 5 var starkare än sambanden mellan självuppfattningen i årskurs 2 och resultaten i MAKEKO-provet i årskurs 5. Jämförelsen av styrkan i dessa båda samband visar att matematikprestationerna har starkare effekt på självuppfattningen än vad självuppfattningen har på prestationerna. Resultaten finner stöd i tidigare forskning om kausalitet i utvecklingen av självuppfattning och prestationer hos unga elever (bl a Byrne 1996, Shavelson & Bolus 1982, Skaalvik & Hagtvet 1990). Anmärkningsvärt är att matematikprestationerna i årskurs 2 har starkare samband än självuppfattningen i årskurs 2 med självuppfattningen i årskurs 5.

När sambandsmönstret jämfördes mellan flickor och pojkar kunde vissa skillnader påvisas. Resultaten i MAKEKO-provet i årskurs 2 hade starkare samband med självuppfattningen i årskurs 5 hos pojkarna än hos flickorna. Analyser av skillnader i sambanden på delområdesnivå visade att huvudräkningen i årskurs 2 hos pojkar men inte hos flickor hade samband med självuppfattningen i årskurs 5. Vidare noterades samband mellan självuppfattning i årskurs 2 och MAKEKO-provet i årskurs 5 hos pojkarna men inte hos flickorna. Delområdesvisa analyser visade sambanden gällde kamratrelationer i årskurs 2 och matematikprestationer i årskurs 5.

I kohort B kunde starka korrelationer mellan samtliga variabler (totalpoäng i MAKEKO-prov och självuppfattningstest i årskurs 5 och årskurs 8) påvisas. Sambanden mellan matematikprestationerna i årskurs 5 och självuppfattningen i årskurs 8 och sambanden mellan självuppfattningen i årskurs 5 och matematikprestationerna var ungefär lika starka. Resultaten tyder på att utvecklingen av självuppfattningen och matematikprestationerna från årskurs 5 till årskurs 8 ömsesidigt påverkar varandra. Även detta resultat finner stöd i tidigare forskning (bl a Byrne 1996, Shavelson & Bolus 1982, Skaalvik & Hagtvet 1990).



Figur 5. Samband mellan resultat i MAKEKO-prov och självuppfattningstest vid mätillfälle 1 och 2 (cross-lagged correlations), kohort A (N=281) och kohort B (N=273).

Sammanfattande synpunkter

Att skolan inverkar positivt på utvecklingen av självuppfattningen hos eleverna sker naturligtvis i mycket hög grad men det kan vara svårt att påvisa. Detta kan förklaras med att skolan stärker självuppfattningen hos de elever som redan vid skolstarten har en positiv självuppfattning. Dessa barn är motiverade, flexibla och har goda sociala relationer. Vanligen lyckas de med det mesta de tar sig an och skolan är endast en av många faktorer som stöder utvecklingen hos dessa elever. Den så kallade Matteuseffekten är synnerligen tydlig när det gäller självuppfattning.

Att stödja en positiv utveckling av självuppfattningen hos barn och ungdomar som har en negativ självuppfattning är inte lätt. Dessa barn är ofta oförmögna att ta emot beröm, eftersom de upplever att de inte är värda det. Trots detta har de hela tiden ett desperat behov att få vara nära någon, som hjälper dem att bättre acceptera sig själva. Den medvetenhet om sig själv som du kan ge barnen är kritisk eftersom den fungerar som utgångspunkt för utveckling och omformning av självuppfattning (Harter 1996).

Att undervisningen har samband med elevers prestationer i matematik är en självklarhet. Lika självklart torde det vara att elevers självuppfattning påverkas av undervisningen. Eftersom matematikprestationerna och självuppfattningen dessutom starkt korrelerar, speciellt i de högre årskurserna, inverkar undervisningen i matematik direkt och indirekt både på utvecklingen av prestationerna i matematik och på utvecklingen av självuppfattningen hos eleven.

Referenser

Bracken, B. A. (1996): Clinical applicatons of context-dependent, multidimensional model of self-concept. I B. A. Bracken, red: *Handbook of Self-Concept. Developmental, Social and Clinical Considerations*, s 463–503. New York: John Wiley & Sons.

Byrne, B. M. (1996). *Measuring Self-Concept Across Life Span*. Washington (DC): American Psychological Association.

Crain, R. M. (1996): The influence of age, race, and gender on child and adolescent multidimensional self-concept. I B. A. Bracken, red: *Handbook of Self-Concept. Developmental, Social and Clinical Considerations,* s 395–420. New York: John Wiley & Sons.

Harter, S. (1990): Self and identity development. I S. S. Feldman & G. R. Elliot, red: *At the Threshold. The Developing Adolescent*, s 352–387. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Harter, S. (1996): Historical roots of contemporary issues involving self-concept. I B. A. Bracken, red: *Handbook of Self-Concept. Developmental, Social and Clinical Considerations*, s 1–37. New York: John Wiley & Sons.

Ikäheimo, H., Putkonen, H. & Voutilainen, E. (1988): *MAKEKO. Matematiikan keskeisen oppiaineksen kokeet luokille 1-9*. Helsinki: Opperi.

Keltikangas-Järvinen, L. (1994): *Hyvä itsetunto*. Juva: WSOY.

Kupari, P. (1993): Matematiken i den finländska grundskolan. attityder och kunskaper. *Nordisk matematikkdidaktikk*, *1*(2), s 30–58.

Linnanmäki, K. (1995): *Matematikprestationer och självuppfattning hos flickor och pojkar i grundskolan*. Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi. [Licentiatavhandling i specialpedagogik.]

Linnanmäki, K. (2002): *Matematikprestatationer och självuppfattning. En uppföljningsstudie i relation till skolspråk och kön*. Åbo: Åbo Akademis förlag.

Manger, T. (1997): *Gender Differences in Mathematical Achievement Among Norwigian Elementary School Students. Mean Differences, Subskill Differences and Relationshios to Mathematics Self-Concept and Spatial Visualization*. Department of Psychosocial Science, Faculty of Psychology, University of Bergen.

Marsh, H. W. (1989): Age and sex in multiple dimensions of self-concept: Preadolescence to early adulthood. *Journal of Educational Psychology*, *8*(3), s 417–430.

Marsh, H. W., Craven, R. G. & Debus, R. (1991): Self-concepts of young children 5 to 8 years of age: Measurement and multidimensional Structure. *Journal of Educational Psychology*, *81*(3), s 57–69.

Pajares, F. & Miller, M. D. (1995): Mathematics self-efficacy and mathematics performances: The need for specifity of assessment. *Journal of Counseling Psychology*, *42*, s 190–198.

Scheinin, P. (1990): *Oppilaiden minäkäsitys ja itsetunto. Vertailututkimus peruskoulussa ja steinerkoulussa*. Helsingin yliopiston opettajan-koulutuslaitos Tutkimuksia 77.

Shavelson, R. J. & Bolus, R (1982): Self-concept: The interplay of theory and methods. *Journal of Educational Psychology*, *74*(1), s 3–17.

Skaalvik, E. M. (1986): Sex differences in global self-esteem. A research review. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *30*(3), s 167–179.
Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (1988): *Barns selvoppfatning – skolens ansvar*. Oslo: Tano.
Skaalvik, E. M. & Hagtvet, K. A. (1990): Academic achievement and self-concept: An analysis of causal predominance in a developmental perspective. *Journal of Personality and Social Psychology*, *58*(2), s 292-307.
Taube, K., Tornéus, M. & Lundberg, I. (1984): *Umesol, Självbild*. Stockholm: Psykologiförlaget.

Pedagogisk-psykologisk arbeid med matematikkvansker

Problemstillinger for videre forsknings- og utviklingsarbeid innen feltet

Olav Lunde

Sörlandet Resource Centre/Forum
for Learning Difficulties in Mathematics, Norway

Abstract

Despite that the amount of learning difficulties in mathematics is approximately the same as for difficulties with reading and writing (incl. dyslexia), the Educational-Psychological Service Agencies (EPSA) in Norway receive few referrals with this problem. The agencies report of unclear use of definitions, differences in methods of assessment and diagnostic work, lack of competence and very general advices about teaching mathematics to children with learning difficulties. This again makes it unclear concerning the students' right to special needs education and to join secondary schools, colleges and universities. The EPSA say explicitly that there is a great need for building up competence about learning difficulties in mathematics, especially concerning such difficulties in connection with other difficulties the student has. It is now initiated a program for developing knowledge about learning difficulties in mathematics at eight Governmental Resource Centres for complex learning difficulties in Norway (The Norwegian Support System for SEN), and the Forum for Learning Difficulties in Mathematics at Sørlandet Resource Centre has got the mandate to co-ordinate the program. This research is the foundation for the design of the program.

INNLEDNING

Den pedagogisk-psykologiske tjenesten (PPT) i Norge arbeider blant annet som sakkyndig instans med utredning av og tilrådinger om tiltak for elever med matematikkvansker. Tjenesten arbeider både *systemrettet* med å legge opplæringen bedre til rette for elever med særlige behov, og den arbeider *individrettet* ved å utarbeide sakkyndig vurderinger ved ulike former for lærevansker. Disse danner grunnlaget for utformingen av det spesialpedagogiske tilbudet eleven får (Lov om opplæring, §5–6).

Statlig spesialpedagogisk støttesystem består av 40 spesialpedagogiske enheter spredd over hele Norge. Åtte av disse er kompetansesentra for *sammensatte lærevansker*. Dette er en betegnelse på ulike fagvansker (innen norsk og matematikk), sosio-emosjonelle vansker, konsentrasjonsvansker og kognitive vansker hvor en forsøker å se disse i sammenheng. Kompetansesentra skal ha spisskompetanse innen feltet og yte tjeneste til PPT og skoler både innen systemarbeid (inkludert forebygging) og individuelt arbeid med enkeltelever. De skal også drive forsknings- og utviklingsarbeid i samarbeid med høgskoler og universiteter.

Som grunnlag for kompetanseoppbyggingen innen disse sentra, ble det i januar 2003 foretatt en omfattende spørreundersøkelse ved PPT-kontorene. Vi ønsket å få et bilde av hvordan dette arbeidet er utformet i praksis, hvordan PPT møter behovene i skolen og hva de selv ser som forutsetninger for å kunne øke kvaliteten på dette arbeidet – og hvordan støttesystemet kan bidra til det.

GJENNOMFØRING AV UNDERSØKELSEN

Januar er en meget travel periode i PPT. I denne perioden mottok de fra oss et spørreskjema som var omfattende og hadde mange åpne svar. Selv om vi visste at disse forhold ville redusere svarprosenten, mente vi at vi hadde behov for informasjonen nå og at synspunkter og innspill var viktigere enn statistisk nøyaktighet.

Vi sendte skjema til 265 PPT-kontorer og fikk svar fra ca 155 kontorer (noe uklart med hensyn til avdelingskontorer). (Svarprosent ca 60). Mange hadde lagt mye arbeid i å svare – og skrev at svarene var basert på diskusjoner på kontoret!

Det er et problem ved vurderingen av svarene at kontorene er svært ulike i størrelse og bemanning: 5% har under 25 nye henvisninger pr år, mens ca 5% har over 400, samtidig som ca 30% også betjener videregående skole. Antall fagpersoner er også svært ulikt og deres faglige bakgrunn varierer fra sosionomutdannelse til embetseksamen i psykologi/pedagogikk.

Det har ikke vært tid i høst til å foreta en grundig statistisk bearbeiding av hele materialet, men alle besvarelser er gjennomgått, alle frie svar er nedskrevet og systematisert i kategorier (som er beskrevet i eget notat) og disse kategoriene brukes her som grunnlag for de foreløpige oversiktene. Dette har dannet basis for en kvalitativ vurdering som ble lagt til grunn for utformingen av støttesystemets arbeid med matematikkvansker på en konferanse i Trondheim våren 2003.

Denne artikkelen er i hovedsak basert på den kvalitative bearbeidingen av materialet. Det konkluderes med 6 problemstillinger som bør stå sentralt i det videre arbeidet med matematikkvansker. På det nivå vi nå befinner oss innen dette fagfeltet, tror jeg noe av det viktigste er å stille de ”rette spørsmålene”.

ET ”TYPISK” PPT-KONTOR

Ut fra de mottatte svarene, kan vi beskrive dette slik: Et kommunalt kontor (ca 30% har også betjening av videregående skoler) med 6 fagpersoner hvor der er 3 med embetseksamen eller hovedfag i psykologi/pedagogikk. De øvrige er spesialpedagoger, lærere, førskolelærere eller sosionomer.

Dette gjennomsnittskontoret har rundt 120 nye henvisninger pr år, derav bare 6 ”rene” matematikkvansker. Samtidig oppgir dette ”typiske” kontoret at det årlig får over 20 nye saker hvor ”matematikkvansker utgjør en vesentlig del av problemfeltet”, men hvor det er andre vansker som oppgis som primær henvisningsgrunn.

Vi vet at omfanget av lese- og skrivevansker og matematikkvansker er omtrent like stort (Ostad 1996, Magne 1998, Knudsen 1999). Henvisninger til PPT innen disse områdene, angis ofte som ”fagvansker” og/eller ”generelle lærevansker”. Matematikkvansker er klart underrepresentert ved henvisningene. Det kan skyldes at skolene er lite observante på problemet. Matematikkvansker har blitt betegnet som ”lærevansken skolen glemte” (Lunde 2000a).

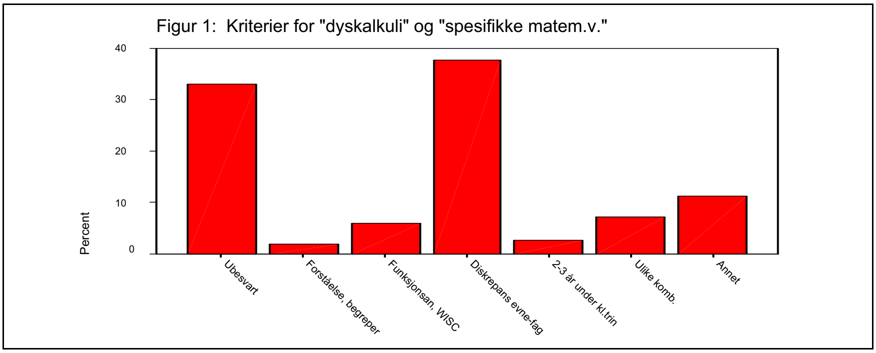
Det er også interessant at langt flere elever henvises med vansker hvor matematikkfaget utgjør en vesentlig del av vanskene, for eksempel ved nedsatt evnefunksjon. Betegnelsen ”sammensatte lærevansker” dekker denne kombinasjonen.

TERMINOLOGI

PP-tjenesten synes å være forsiktige med å bruke betegnelsene ”dyskalkuli” og ”spesifikke matematikkvansker”. Bare 20% har i 2002 brukt ”dyskalkuli”, mens 40% har brukt ”spesifikke matematikkvansker”. Om lag 10% sier direkte at de ikke bruker slike betegnelser fordi de ikke stiller diagnoser.

Kanskje kommer dette av at de er usikre på betydningen av disse begrepene: Om lag 55% av kontorene som besvarer dette spørsmålet, mener at betegnelsene har samme betydning. Om lag 30% betrakter ”dyskalkuli” som mer alvorlig og at ”dyskalkuli” er knyttet til bestemte årsaksforhold. Dette medfører bl a at sakkyndige uttalelser fra ulike kontorer vanskelig kan sammenlignes. Det er også et problem at enkelte kontorer vegrer seg for å bruke slike betegnelser, da regelverket henviser til slike som grunnlag for rettigheter til spesialpedagogiske tiltak, fritak fra eksamen og/eller individuell vurdering ved opptak.

Det ble også spurt om det teoretiske grunnlaget for utredningsarbeidet. Målt IQ i forhold til faglig nivå og/eller diskrepans mellom matematikk/andre fag dominerte. Hele 65% av kontorene baserte diagnosene på dette. Da de ble spurt om hvilke kriterier de mente burde legges til grunn for sakkyndig utredning av matematikkvansker, var slike forslag helt dominerende, se figur 1. Se ellers Siegel (2003) om diskrepansdefinisjoner ved lærevansker).



Figur 1. Kriterier for ”dyskalkuli”.

Generelt synes det å være liten teoretisk forståelse av matematikkvansker som en lærevanske med klare kriterier, da bare 10% krysset for dette (se Geary 1993, Ginsburg 1997). Både DSM-IV og ICD-10 gir visse holdepunkt for definisjon og kriterier. Men ett av problemene er hva som menes med betegnelser som ”that falls substantially below that expected”. Skal dette tolkes kvantitativt (som f eks 2 SD) eller kvalitativt (spesifikke grunnleggende ferdigheter som mangler, f eks innen feltet numeralitet) (Østergaard Johansen 2001)? DSM-IV lister opp en del kjennetegn.

Problemstilling 1: Det bør drøftes om vi har behov for en felles terminologi, definisjoner som beskriver klare kriterier, samt en teoretisk modell for spesialpedagogisk arbeid innen feltet, – og i så fall foreslå slike.

UTREDNINGSARBEIDET

Ved undersøkelsene er det PP-tjenestens ”M-prøver” (en enkel, kvantitativ screenings-test, ett testhefte for hvert klassetrinn 2–7) som dominerer sammen med WISC/WAIS. Omtrent 85% bruker WISC/WAIS i utredningen av matematikkvansker og nesten 80% M-prøvene. Ofte tas M-prøvene på skolen av læreren, mens IQ undersøkes på PPT. Få andre tester brukes. Hvis det da er stor diskrepans mellom IQ/matematikk, betegnes dette som ”spesifikke matematikkvansker”. Ellers er det ”generelle matematikkvansker”.

Jeg er usikker på om dette kan betegnes som en faglig forsvarlig sakkyndig utredning av en elevs matematikkvansker (Price & Youé 2000). Samtidig opplyste om lag halvparten av kontorene at de brukte Lundes dynamiske kartlegging som ikke bygger på diskrepanstenking (Lunde 1997, Birkemo 1996).

Skjemaet hadde et åpent spørsmål hvor en kunne beskrive kontorets utredningspraksis. Ofte kombineres ulike tester med observasjon, funksjonsanalyse og som ett kontor sier: ”… enkle prøver, samtaler, vett og forstand, men våre teorier er ikke helt på topp.” – ”Det varierer fra PP-rådgiver til PP-rådgiver”.

En slik situasjon er neppe faglig forsvarlig, selv om det er et meget vanskelig felt. Fra forskningshold er det er også rimelig tvil om tradisjonelle tester som M-prøvene og WISC gir grunnlag for forståelse av matematikkvansker hos elevene (D’Angiulli & Siegel 2003, Ginsburg 1997, van den Heuvel-Panhuizen 1994). I hvor stor grad en funksjonsanalyse av kognitiv fungering, basert på for eksempel WISC, kan gi holdepunkter for didaktiske tiltak ved matematikkvansker, synes for meg noe uklart (Johnsen 1999).

Problemstilling 2: Det er en utfordring å utvikle mer presise verktøy (”tester”) og utredningsmodeller til bruk både i PPT og ved den enkelte skole.

SYSTEMRETTET ARBEID

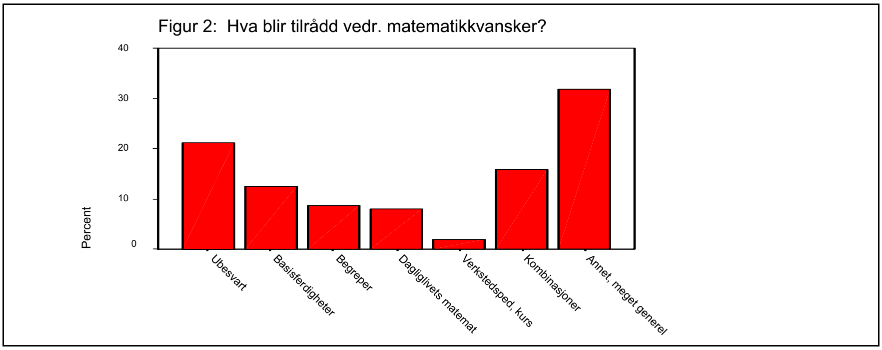
Det systemrettede arbeidet dreier seg om kompetanse- og organisasjonsutvikling i skolen for å legge opplæringen best mulig til rette for elever med særlige behov. Men det dreier seg også om å forebygge lærevansker og sette inn tiltak så hurtig som mulig. Stortingsmelding nr 23 (1997–98, s 10) påpeker dette.

Bare 30% av kontorene har deltatt i systemrettet arbeid med hensyn til matematikkvansker, selv om de anser behovet som stort. De mener de mangler kompetanse til slikt arbeid, og i hovedsak dreier det seg om deltagelse sammen med skolene ved kurs. Samtak (et stort kompetansehevingsprogram for PPT og skolene) hadde i liten grad med matematikkvansker. Bare 17% av kontorene sier at matematikkvansker var emne der.

TILRÅDINGER

Tilrådingene som kontorene gir, synes å sprike mye: fra generelle tilrådinger om å styrke basisferdighetene til didaktiske råd om vekt på f eks dagliglivets matematikk. Dette utsagnet fra ett kontor er faktisk ganske betegnende: "Lite gjennomtenkt. Dette trenger vi en intern drøfting av." Eller som et annet kontor skrev: "Øve på det de ikke kan, – dessverre...." – Slike oppfatninger av matematikkfaget synes å være langt mer utbredd enn vi liker å tro (Waldermo 1999).

Ausubel (1958) sier at det viktigste for ny læring er hva eleven kan fra før. Hvis dette er riktig, blir det sentrale spørsmålet hva eleven kan, ikke hva han *ikke* kan. Når en ser på innholdet i de forslag til tiltak som PPT nevner (figur 2), synes ikke disse å være valgt ut fra slik tenking. (Diskrepanstenking basert på M-prøvene og evnetest, gir neppe grunnlag for utforming av opplæringen, ifølge Ausubel.)



Figur 2. Hva blir tillrådd vedr. matematikk.

Figuren viser at det er en klar overvekt av arbeid med basisferdigheter, inkludert de 4 regningsartene, operasjoner og med et forenklet innhold. Det er uklart hva som menes med "basisferdigheter". Ingen kontorer spesifiserte dette utover kommentarer som "de fire regningsartene", "operasjoner" og "forenklet innhold". De fleste kontorer som er registrert her, hadde bare skrevet "basisferdigheter".

Ellers er det Ubesvart (20%) og Annet (meget generelle beskrivelser) som dominerer. Som et eksempel på det siste: "Spesialundervisning" – "Tilrådingane våre er lite spesifikke, mest generelle tilrådingar".

Det er også påfallende at praktisk talt ingen kontorer nevner bruk av kognitive strategier i opplæringen for disse elevene (Montague 1997). Heller ikke bruk av tilpassede læremidler nevnes, f eks multifunksjonelle læremidler (Lunde 2000b).

Det synes å være et klart behov for å øke PP-tjenestens kjennskap til velegnet læremateriell og metoder til bruk for elever med matematikkvansker. Det å "øve mer på det en ikke kan", gir neppe resultater … (Magne 1998).

Problemstilling 3: Vi bør rette fokus mot a) forebygging av matematikkvansker innen systemrettet arbeid, og b) praktisk utforming av tilrettelagt opplæring/spesialpedagogiske tiltak for elever som har matematikkvansker. (Se artikkel her av Tone Dalvang.)

KOMPETANSEOPPBYGGING INNEN PPT

Faktisk synes dette arbeidet å ha begynt! Over 40% av kontorene sier at det er en eller flere fagpersoner som spesielt har fått ansvar for matematikkvansker. Oftest er dette en spesialpedagog.

Nesten alle kontorene sier "ja" på spørsmål om de har behov for økt kompetanse på dette feltet. Rundt 30% av kontorene sier at de i 2002 fikk forespørsler fra skolene om systemarbeid vedrørende matematikkvansker. Selv anser de sin egen kompetanse å være dårlig til slikt arbeid. De ønsker spesielt å øke egen kompetanse innen diagnostisering/utredning samt teoretisk grunnlag for arbeidet. Svært mange er opptatt av sammenhengen (og tiltakene) mellom matematikkvansker og konsentrasjonsvansker (ADHD) og lese- og skrivevansker (Vetrhus 2003, Miles & Miles 1992, Lunde et al 1999).

Matematikkvansker er lagt inn under sammensatte lærevansker. Faktisk synes det nettopp på dette feltet at utfordringene er størst, noe som vil kreve et tett samarbeid mellom ulike faggrupper innen spesialpedagogikken. Komorbiditetsproblemet er viktig ved forståelsen av elevens vansker i matematikk og ved utformingen av tiltak. Dette vet vi foreløpig lite om (Light & De Fries 1995, Kaplan et al 2001).

Det er sentralt i denne problemstillingen at PPT har et *helhetssyn* på elevens situasjon. Mange vansker eleven kan ha i sin skole- og/ eller hjemmesituasjon, kan være svært ødeleggende for tilegnelsen av matematikk. Det blir da galt å se dette som en lærevanske i matematikk. Bare 5% av kontorene nevner dette aspektet i forbindelse med kommentarer til kriterier/definisjon på matematikkvansker. Noe av den grunnleggende ideen med PPT var at ulike faggrupper skulle arbeide sammen, slik at en fikk denne helhetsvurderingen av elevens situasjon og mulighet til å sette inn tiltak over et bredt felt (Apter 1983, Lunde 1996).

De fleste PPT-kontorene ønsker å få økt sin kompetanse via kurs, gjerne kombinert med veiledning/cases. Mange kontorer kom med detaljerte ønsker i denne sammenheng.

Problemstilling 4: Fokus bør i fremtiden rettes mer mot matematikkvansker som "primær vs sekundær vanske", og mindre mot den tradisjonelle problemstillingen "spesifikke vs generelle matematikkvansker".

Vi må da utforske sammenhengen mellom matematikkvansker og andre vansker elevene har, både mht årsaker, utredningsform og tiltak.

"Operativ tjenesteyting" fra Statlig Støttesystem

Målet med kompetanseoppbyggingen innen det spesialpedagogiske støttesystemet er å tilby "operativ tjenesteyting" vedrørende matematikkvansker. Det ble spurt hva PPT-kontorene la i dette, dvs hvilken form for tjenesteyting de ønsket fra kompetansesentra.

Inntrykket fra svarene er en kombinasjon av bistand i enkeltsaker, veiledning av mer generell karakter og hjelp med systemarbeid. Dette siste tolkes i stor grad som kurstilbud. Mange av kontorene kom med relativt detaljerte beskrivelser av ønsker de har, trolig ut fra følt behov i eget arbeid og overfor skolene.

Vi fikk en rekke gode beskrivelser av hva PP-tjenesten forventer fra kompetansesentra utover tradisjonelle kurstilbud, og dette vil bli lagt til grunn for det videre arbeidet med å bygge opp kompetansen innen støttesystemet, slik at en god, operativ tjenesteyting kan være i funksjon fra 2005.

Problemstilling 5: Vi må drøfte hvordan en effektiv "tiltakskjede" for matematikkvansker kan bygges opp fra eleven i klasserommet, via PP-tjenesten og til kompetansesentra, der informasjonen går begge veier.

VIDERE ANALYSE AV MATERIALET

Det vil i tillegg til den kvalitative bearbeidingen, bli foretatt en noe mer omfattende statistisk bearbeiding, spesielt med tanke på en utdypning av disse fem problemstillingene. Resultatene av denne bearbeidingen vil, etter avtale, bli presentert som artikkel i det norske tidsskriftet "Skolepsykologi".

Den videre analysen vil bl a ta opp sammenhengen mellom arbeidets utforming, nåværende kompetanse og ønskene PP-tjenesten har om egen kompetanse vedrørende utredning og tiltak for elever med matematikkvansker både i grunnskolen, videregående skole og overfor voksne.

Vi ser i alle de nordiske landene at fokus nå rettes mot matematikkfaget og forebygging av at en stor gruppe elever får store vansker i faget (se f eks "Hög tid för matematik" 2001).

Problemstilling 6: Vi trenger mer kunnskap om hva som er de viktigste forutsetningene for å bygge opp kompetanse om matematikkvansker i skolen og i PPT, og hvordan dette best kan gjøres.

FORELØPIGE RESULTATER AV UNDERSØKELSEN

Forum for Matematikkvansker har i samarbeid med grupper innen Statlig spesialpedagogisk støttesystem, nå satt i gang arbeid med:

- Definisjon av og kriterier for matematikkvansker som PPT kan bruke i sitt arbeid med sakkyndige uttalelser.
- Utvikling av nye tester (basert på nasjonale prøver) for PPT og for den enkelte lærer. Målet vil være å få til en fokusering på hva eleven kan mestre.
- Utredningsmodell for matematikkvansker til bruk for PPT.
- Kompetanseoppbygging innen kommuner, inkludert PPT.
- Samarbeid med lærerutdanningen om spesialpedagogisk kompetanse om matematikkvansker.

Forum for Matematikkvansker arbeider selv med:

- Kompetanseoppbygging hos lærere og PPT ("EMIL – Etterutdanning i matematikk i Lillesand" og "Regn med Kristiansand"), 3-årige prosjekter i samarbeid med kommunene. Begge prosjektene blir evaluert eksternt. I tilknytning til Kristiansandsprosjektet blir det også gjennomført et forskningsprosjekt om resultatene av denne kompetanseoppbyggingen hos lærere, elever og foreldre.

- Oppbygging av "spisskompetanse" innen Kristiansand PPT, over 3 år.
- Utvikling av elevaktivt, multifunksjonelt materiell både ved forebygging og ved "etablerte vansker" i samarbeid med flere forlag i Norge.
- Redskap for tidlig registrering og forebygging av risiko for utvikling av matematikkvansker. Dette er tett knyttet til begrepslæring og språk i førskolealder (Lunde 2002).
- Matematikkvansker ved bl.a. Downs syndrome, konsentrasjonsvansker, språk og atferd. I første rekke prøver en å finne og prøve ut materiell som kan være til hjelp for disse elevene.
- Utvikling av "tiltakskjede" ved matematikkvansker ("Hva gjøres" og "Hva kan gjøres?", se Dalvang 2001).

OPPSUMMERING

Spørreskjemaet hadde plass til utfyllende kommentarer. Dette utsagnet fra et større PP-kontor kan tjene som et oppsummerende bilde:

> Dette er et viktig tema! Mitt inntrykk er at matematikkvansker er nesten like omfattende som lese- og skrivevansker, men vi har ikke erfaringer på dette. For 2001/2002 hadde vi 871 henviste saker totalt, derav 228 nye. 122 gutter og 48 jenter hadde "fagvansker" som henvisningsgrunn, og 281 gutter og 92 jenter "generelle lærevansker". Hvor mange av disse som hadde matematikkvansker, blir ren tipping, kanskje 30%.

REFERANSER

Apter, S.J. (1983): *Troubled Children – Troubled Systems*. New York, NY: Pergamon.

Ausubel, D.P. (1958): *Theory and Problems of Child's Development*. New York, NY: Grune & Stratton.

Birkemo, A. (1996): Dynamisk testing som metodisk tilnærming i pedagogisk-psykologisk utredningsarbeid. *Skolepsykologi*, (3), s 21–30.

Dalvang, T. (2001): Kartleggingsundersøkelse om matematikkvansker. Forum for Matematikkvansker, red: *En matematikk for alle i en skole for alle. Rapport fra 1. nordiske forskerseminar om matematikkvansker*, s 145–158. Kristiansand: InfoVest Forlag.

D'Angiulli, A. & Siegel, L.S. (2003): Cognitive functioning as measured by the WISC-R: Do children with learning disabilities have distinctive patterns of performance? *Journal of Learning Disabilities, 36*(1), s 48–58.

Geary, D.C. (1993): Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, *114*(2), s 345–362.

Ginsburg, H. (1997): Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(1), s 20–33.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (1994): New chances for paper-and-pencil tests in mathematical education. I J. Van Luit, red: *Research on Learning and Instruction of Mathematics in Kindergarten and Primary School*, s 24–34. Doetinchem: Graviant Pub.

Johnsen, F. (1999): Noen kognitive aspekter ved matematikkvansker. *Spesialpedagogikk*, (5), s 21–30.

Kaplan, B.J., Dewey, D.M., Crawford, S.G. & Wilson, B.N. (2001): The term comorbidity is of questionable value in reference to developmental disorders: Data and theory. *Journal of Learning Disabilities*, *34*(6), s 555–565.

Knudsen, G. (1999): *Kartlegging av grunnkurselevers manglende matematikkferdighet og holdninger til matematikk*. Universitetet i Oslo. [Hovedfagsoppgave i spesialpedagogikk.]

Light, J.G. & DeFries, J.C. (1995): Comorbidity of reading and mathematics disabilities: Genetic and environmental etiologies. *Journal of Learning Disabilities*, *28*(2), s 96–106.

Lunde, O. (1996): *Forslag til Pedagogiske Tiltak i skole og barnehage.* Klepp st: Info Vest Forlag.

Lunde, O. (1997): *Kartlegging og undervisning ved lærevansker i matematikk*. Klepp st: InfoVest Forlag.
Lunde, O. (2000a): En matematikk for alle i en skole for alle. *Statped*, (1), s 8–9.
Lunde, O. (2000b): Det multifunksjonelle læremidlet – en utopi eller en mulighet for elever med matematikkvansker? *Spesialpedagogikk*, (9), s 26–34.
Lunde, O. (2003): Språket som fundament for matematikkmestring. *Spesialpedagogikk*, (1), s 38–44.
Lunde, O., Hole, K. & Hansen, A. (1999): Lærevansker i norsk og matematikk. *Refleksjoner om likheter og ulikheter som grunnlag for spesialpedagogiske tiltak*. PP-tjenestens Materialservice. Monografi, 24.
Magne, O. (1998): *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.
Miles, T.R. & Miles, E., red. (1997): *Dyslexia and Mathematics*. London: Routledge.
Montague, M. (1997): Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 30*(2), s 164–177.
NCM. (2001): *Hög tid för matematik*. Rapport, 1. NCM, Göteborg universitet.
Ostad, S. (1999): *Elever med matematikkvansker. Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv*. Oslo: UNIPUB Forlag.
Price, N. & Youé, S. (2000): The problems of diagnosis and remediation of dyscalculia. *For the Learning of Mathematics*, *20*(3), s 23–28.
Siegel, L.S. (2003): IQ-discrepancy definitions and the diagnosis of LD. Introduction to the special issue. *Journal of Learning Disabilities, 36*(1), s 2–3.
Vetrhus, B. (2002): Matematikk og AD/HD. Kartlegging av vansker og tiltak. *Spesialpedagogikk*, (8), s 34–45.
Waldermo. G. (1999): Skolematematikk - for hvem? *Skolefokus*, (2), s 8–10.
Østergaard Johansen, L. (2001): FVU-matematik. Det nye matematikfag for voksne – med numeralitet som omdreiningspunkt!”. I Forum for Matematikkvansker, red: *En matematikk for alle i en skole for alle. Rapport etter 1. nordiske forskerkonferanse om matematikkvansker*, s 49–52. Klepp st: Info Vest Forlag.

Läsförmågans betydelse i samband med problemlösning

Gudrun Malmer

Lund, Sweden

Abstract

This article discusses the relationship between reading ability and problem solving in mathematics. Lack of sufficient language ability often gives rise to problems in learning mathematics. A special test for analyzing students' reading abilities in problem solving in mathematics is presented.

INLEDNING

Professor Mats Myrberg gjorde för några år sedan en brett upplagd undersökning om läsförmågan i Sverige. Enligt denna skulle en fjärdedel av befolkningen inte nå upp till den läsförmåga som krävs för skolår 6 i grundskolan. Detta måste anses alarmerande, inte minst med tanke på att vi lever i ett informationssamhälle som ställer stora krav på läsförmåga.

BRISTER I LÄSFÖRMÅGAN

Brister i läsförmågan kan dels gälla själva *avkodningen*, dels *förståelsen* av ord och uttryck. Ofta är det en kombination av båda dessa faktorer. Att detta medför ett stort handikapp i all undervisning är en självklarhet, men att det också utgör ett dominerande hinder i matematikinlärningen, och då speciellt i arbetet med textuppgifter, har tyvärr inte varit tillräckligt uppmärksammat.

Förväxlingar och *omkastningar* både vad gäller bokstäver, siffror och andra matematiska symboler är andra svagheter som kan ge upphov till problem. Eftersom jag själv har egna erfarenheter av just detta har jag ägnat mycket tid och stort intresse åt att försöka förebygga onödiga sifferförflyttningar, till exempel i samband med den konventionella algoritmräkningen. Där förekommer många svårmemorerade rutiner, som till exempel hanterandet av minnessiffror och markering av växling eller ”lån”, många ibland helt onödiga avskrivningar av tal. Detta kan medföra feltyper av ett slag som kräver orimligt stora insatser för att korrigera och undvika.

För att nå upp till de mål som våra styrdokument anger för matematikundervisningen, bland annat förmåga ”att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer”, krävs ökade insatser för att utveckla det logiska tänkandet. Grundförutsättningarna är då *en kombination av språklig kompetens och matematisk kompetens.*

Tyvärr är det många elever som har eller får svårigheter i matematik. Flera undersökningar pekar på att det är *fler* elever som misslyckas med problemlösning på grund av bristande språklig kompetens än på grund av bristande räknefärdighet. Det finns starka skäl att göra sådana prioriteringar i undervisningen att mera tid ägnas åt de språkliga momenten. Det gäller självklart såväl det talade som det skrivna ordet.

Viktiga moment i läsprocessen är bland annat följande:

- förmåga att avkoda symbolerna, bokstäverna, och forma dem till ord,
- förmåga att känna igen orden och veta vad de betyder,
- förmåga att sätta in orden i sammanhang, vilket kräver att eleven redan har erfarenhet av sådana situationer som beskrivs. I annat fall sker ingen interaktion mellan textens innehåll och elevens möjlighet att dra några logiska slutsatser.

KARTLÄGGNING AV ELEVERNAS LÄSFÖRMÅGA GENOM ALP-MATERIALET

För att på bästa sätt anpassa undervisningen är det värdefullt att så tidigt som möjligt ta reda på elevernas varierande utgångsläge. För att underlätta för läraren att få en uppfattning om elevers förmåga att tolka och tyda text och dra logiska slutsatser har jag sammanställt ett material med titeln **A**nalys av **L**äsförståelse i **P**roblemlösning (förkortas **ALP**).

Materialet innehåller 8 olika övningar med stigande svårighetsgrad. Den första övningen kan användas så snart eleverna beräknas kunna läsa enklare text. De senare övningarna kan användas även i vuxenundervisning.

Till varje uppgift med angivna fakta ställs tre frågor, A, B och C. Som exempel kan vi utgå från följande uppgifter, där den första är hämtad från Övning 1 och den andra från Övning 8:

1. Lotta är 8 år och dubbelt så gammal som Peter.
Hur gammal är Lotta? _____ år
Hur gammal är Peter? _____ år
Hur gammal blir Peter om 4 år? _____ år

2. En banan väger 150 g. Enbart skalet väger 60 g.
A. Hur mycket väger skalet? _____ gram
B. Hur mycket väger den skalade bananen? _____ gram
C. Hur många procent av bananens vikt är skal? _____ %

Svaret på A-frågan kan man finna direkt i texten. För B-frågan krävs en enklare matematisk operation medan svaret på C-frågan är mera logiskt krävande. Läraren kan på så sätt ganska snabbt få en överblick över hur elevernas utgångsläge ser ut. Det är nämligen viktigt att veta om det är problem med själva läsningen eller med de matematiska begreppen.

Om eleverna inte kan besvara A-frågan bör man *läsa* exemplet för dem. Kan de då svara på frågan/frågorna kan orsaken till de svaga resultaten i matematik bero på någon form av dyslektiska problem och då måste dessa åtgärdas. Kan de inte heller vid hjälp med textläsningen besvara A-frågan ger detta alarmerande signaler. Hjälpåtgärderna måste ju i varje fall anpassas efter de individuella behoven och då måste dessa utredas så tidigt som möjligt.

Lösningsfrekvensen på B-frågorna avslöjar elevernas *ordkunskap*. I många fall saknar eleverna innehållsuppfattning av till och med mycket ”enkla” ord. Felaktiga lösningar kan då bero på dessa brister och inte direkt på brister i den matematiska processen.

Lösningsfrekvensen på C-frågorna ger ett mycket tydligt utslag på elevernas förmåga till *logiskt och konstruktivt tänkande*. Sådana elever bör också få förutsättningar att arbeta på sin kompetensnivå. Det är inte helt ovanligt att en del elever tycker att matematik faktiskt kan vara tråkigt, trots att de i själva verket är duktiga. De upplever att deras förmåga inte tas i anspråk och de får helt enkelt inte tillräcklig stimulans.

Materialet innehåller, förutom läraranvisningar och facit också listor över ord och uttryck som förekommer i uppgifterna, och som kan ge lärarna viss hjälp att uppmärksamma dessa. Det finns också underlag för protokoll och svarsblanketter.

How are Special Education Teachers Prepared to Teach Mathematics?

Edda Óskarsdóttir

&

Hafdís Gudjónsdóttir

Iceland University of Education

Abstract

The purpose of the study was to analyze and evaluate the structure and content of a course on learning disabilities in mathematics taught by the authors at the Icelandic University of Education. The authors of this paper have taught the course at the Iceland University of Education for some years and found that many of the students, who are practising teachers and many who have been teaching special education for some years, are not sufficiently prepared to teach math and appear to have limited knowledge of mathematics. This led to critical reflections on the content, the teaching approach and our emphasize.

INTRODUCTION

In the year 1999 the two of us were asked to develop graduate courses for the division of special education at the Iceland University of Education (IUE). One of these courses was on learning disabilities in mathematics. In the beginning the subject was only 0.75 credit and was a section of a larger course on learning disabilities in reading. This small portion meant that the discourse on disabilities in mathematics was brief and could only be looked upon as an introduction.

During fall 2001 we applied for re-developing an individual course on learning disabilities in mathematics for graduate students in the division of special education, it was accepted and now it is offered as an alternative course. The new developed course is the main focus of this study.

LITERATURE

The literature on teacher preparation in special education in mathematics is rather meagre. A review of articles on teacher preparation in mathematics in general and special education teacher preparation presented us with some common denominators. Those common features were expressed especially well in an article by Parmar and Cawley (1997) which we chose to use as basis for our literature review. In their article, Parmar and Cawley put forth six professional standards of teaching in accordance with the National Council of Teachers of Mathematics and the Knowledge and Skills Competencies list for teachers of students with learning disabilities compiled by the Division for Learning Disabilities. Following is an extract of those standards.

1. Modelling good mathematics teaching

It is important to use good teaching practices in teaching teacher students. Individuals engaged in teacher preparation need to consider the extent to which their own instructional practices model effective teaching. Therefore it is desirable for the teachers in special education preparation to collaborate with mathematics education teachers.

2. Knowledge of mathematics

The competences a teacher of mathematics in special education must have are very wide. It is more than knowing mathematics; it also involves understanding the meanings, principles, and processes of a wide range of mathematical procedures appropriate to the level of student ability. Teachers need to be able to recognize unusual performance in students and how to adapt their teaching accordingly. Also teachers should know the developmental characteristics of the student to the extent that they can make individualized education plans in accordance with students' performance. In addition teachers must become familiar with their national curriculum guidelines and frameworks to be able to make appropriate decisions regarding content and scope for students with learning disabilities.

3. Knowing students as learners of mathematics

It is important for teachers to understand the students' cognitions in order to design effective instruction in mathematics. Also they need to be able to identify their areas of difficulty through individual assessment and instruct accordingly.

4. Knowing mathematics pedagogy

The literature states that it is important to prepare teachers to effectively teach mathematics to students with learning disabilities. At the first Nordic research seminar on learning disabilities in mathematics Anna Kristjánsdóttir (2001) in her overview of the state of affair in Iceland put forward questions about what the most common learning disabilities in math are and which ones are maintained by special education. Teachers need to be familiar with curriculum, teaching strategies and assessment in mathematics across the school years. The majority of students that enter the IUE have their background in social sciences and language departments of their secondary education that only gives them the basics in math. According to Fridrik Diego (1997), a lector in mathematics at the IUE, the mathematic courses at the IUE are too limited and few to give students in the teacher training program at the Bachelor level a solid knowledge in mathematics.

Parmer and Cawley (1997) suggest that teacher education programs evaluate how they are preparing teachers to meet students' unique needs so students with learning disabilities can be successful in mathematics. According to the literature one of the most common instructional activities for students with LD in mathematics are traditional algorithms for performing the four basic operations (Woodward & Montague 2002). The literature also states that it is important for special educators to become familiar with theories of social constructivism. We therefore asked our self what kind of course we needed to develop.

RESEARCH METHODS

The purpose of this study is to examine in collaboration our reorganization and development of our course on disabilities in mathematics. The study was driven by the desire to enhance the development of the course so we could better meet teachers in their struggle with teaching students who are challenged by mathematics.

According to John Loughran (1999) the questions that are important in teaching and learning environment are the same that are important for research and therefore the appropriate research method is the one helpful in answering the important questions. With this in mind we developed our research. The research questions were the same as the questions we asked as we developed the course:

1. *Who teaches students with disabilities in mathematics?*
   - What is their mathematical knowledge?
   - What is their knowledge on learning disabilities and the reasons for them?
   - What kind of pedagogical knowledge and skills do they have?

2. *How can we most effectively prepare special educators to teach students with learning disabilities in mathematics?*
   - What should the content of the courses be?
   - What kind of teaching strategies should we use?
   - What kind of tasks and projects serve this best?
   - Who should teach the course?

To be better qualified to develop our new course we decided to collect data on the former course and the one we were restructuring using action research approach and especially a self-study approach for our research. We choose to implement a self-study because it draws on the relationship between teaching about teaching and learning about teaching through the developing, planning and teaching the course on disabilities in mathematics. The data was gathered from multiply resources and over extended time period. It includes all the material from the previous courses (readings, projects, presentations, students tasks), the evaluation questionnaire from students on the previous courses as well as the reorganized course. In addition, we documented our critical reflecting and dialogue that took place during the development of the new course and the teaching period.

Guided by Wolcott's (1994) idea on organizing the transformation of the data through description, analyzes and interpretation we began by collecting and writing descriptive notes on the course content, learning material and teaching strategies. Our next step was to analyze students' projects, their discussions on the WebCt format and the questionnaire. The analyzing step and openness to our findings was very important to our purpose of the study because of the emphasize on the course restruction and development.

Through inquiry into our practice as teachers of teachers we discovered dilemmas of the special education practice as it deals with students having difficulties in Mathematics and these we will discuss in this chapter.

COURSE DESCRIPTION

The framework that guided us as we developed the new course were ideas from Parmer and Cawley (1997), but also teaching models from Gudrun Malmer (1998) and Cognitive Guided Instruction (Carpenter & Fenema 1992) and constructivism (Ginsburg 1997). The course on learning disabilities in mathematics is taught as a distance learning course. We meet our students for two whole days of lectures and dialogue, and then we use a program called WebCt that is like a net-based classroom with opportunities to give lectures through overheads, talking overheads, discussions, e-mails and projects online.

The content of the course has for the past few years focused on three main themes:

- Causes of learning disabilities in mathematics,
- Assessing mathematic learning disabilities,
- Teaching mathematics in special education.

As of the fall 2002 the course changed in volume when it became a 2.5-credit course. We didn't change the content of the course, but the depth and volume of the subject matter was increased. The projects the students worked on were as follows:

- choose articles on mathematics (collaborative),
- read and introduce the new Icelandic learning material in mathematics (collaborative),

- look for, evaluate and introduce assessment tools they could find in each of their school (collaborative),
- individual project: assess student's abilities in math and write an individual educational plan.

The projects were on reading journal articles on different types of learning disabilities in math, getting to know the new textbooks in mathematics, looking at assessment material, analyzing a student's performance in math, and writing out an individualized education plan for that same student according to his performance. Much of this was collaborated work as students worked together and then they introduced their work on the WebCt and participated in a dialogue around the subjects.

DISCUSSIONS

By critically reflecting and dialoguing around our course we came to the conclusion that although the course is extended we believe that it is not enough to prepare the teachers for their challenge teaching students with learning disabilities in Mathematics. The content and even more how it is delivered need to be evaluated and reconstructed. As we analyzed the data we grouped our interpretation and analysis into strength and weaknesses of the course.

Strengths:
- overview of the assessment procedures,
- overview of learning disabilities factors.

The students projects and their discussions let us come to the conclusion that these component are either well developed or the students have a strong foundation and knowledge base in assessing children, although it might be in other subjects than mathematics. The interpretation of the data also indicates that the overview of learning disability factors supplied the teacher students with an understanding of the phenomena.

Weaknesses:
- emphasizes on learning disabilities,
- lack of mathematical content and pedagogy,
- connection to research and writing in the field of mathematics.

Although we found that our overview of the learning disability is a strong factor and gave our students an understanding of the phenomena our interpretation is that the time spent on discussing the matter was too great in proportion of the course. We are still in the medical model focusing on student's weaknesses rather than their strengths.

One question that kept coming to us was: Who teaches students with disabilities in mathematic? The students who enter our course come from diverse backgrounds, the majority is from the general education field, some are developmental therapists, others are pre-school teachers and few are from the secondary education. The teachers who enter the graduate program in special education usually have not added courses in mathematics since their undergraduate program. In the past three years we have had three students who are math teachers and few that have attended workshops in math teaching and also some who have hardly any experience in teaching math. This means that most teachers preparing for teaching students with disabilities in mathematics do not have the necessary foundation in math to build on. This information also leads us to the conclusion that it is difficult to discuss disabilities in math in the course. It is even more difficult to discuss reactions, the planning of the individual curriculum and the teaching of the children.

Our interpretation from studying literature on disabilities in mathematics is that the two fields: special education and general education in mathematics are separated. We stumbled upon lack of research and publishing on the matter of learning disabilities in mathematics. The majority of the mathematics intervention research in special education addresses behavioural approaches e.g. direct instruction with emphasis on performing the four basic operations. From this we have found the necessity of going outside of the special education literature to find illustrations and guidelines for planning and teaching mathematics. There has not been much focus on disabilities in mathematics in the field of general mathematic teaching.

CONCLUSIONS

We found that adding information and discussions on the aspect of teaching math in special education wasn't sufficient as many of our students were lacking fundamental knowledge in mathematics, in the curriculum and in the theoretical background in which our curriculum is based.

One of our conclusions is that it is significant at the university level that the mathematics and special education departments collaborate, whereby the techniques and findings of both fields are shared and interrelated. It is essential to create a program in collaboration with the math faculty that addresses the basics of mathematics. A program such as this is most likely a program that increases both our students' knowledge and instructional capabilities.

There is a need to create a course for teachers that will emphasize on the subject, mathematics. Knowledge of mathematics is more than simply being good at mathematics; it includes understanding the meanings, principles and processes of wide range of mathematics appropriate to students needs. Developing the course we will shift the emphases to the following:

The teacher
- encourage professional development,
- model good teaching practises.

The student
- understanding the development of student thinking in mathematics,
- knowing the students as learners.

The mathematics
- collaborate with math teachers,
- emphasize mathematical pedagogy,
- strengthen the understanding of theory and practice in mathematics,
- teach *about* mathematics rather than how to do mathematics.

Find appropriate reading material!

Through the self-study approach and critical reflection we have managed to evaluate our course and redevelop it. Next time it will be taught at IUE it will be done in collaboration with Mathematics educators.

References

Carpenter, T. & Fenema, E. (1992): Cognitively guided instruction: Building on a knowledge of students and teachers. *International Journal of Educational Research*, 17, p 457–470.

Diego, F. A. (1997): Hugleiðing um stærðfræðilegan undirbúning grunnskólakennara. *Uppeldi og menntun: Tímarit Kennaraháskóla Íslands*, 6 árg., p 123–130.

Ginsburg, H. P. (1997): Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(1), p 20–33.

Kristjánsdóttir, A. (2001): Situation og problemstillinger i Island vedrörende matematikvanskeligheder. Forum for Matematikkvansker, ed: *En matematikk for alle i en skole for alle*, p 59–61.

Loughran, J. (1999): Researching teaching for understanding. In J. Lougran, ed: *Researching Teaching: Methodologies and Practices for Understanding Pedagogy*, p 1–10. London: Falmer Press.

Malmer, G. (1998): Matematik för alla. *Norrænt tímarit um sérkennslu*, *76*(3), p 140–145.

Parmar, R. S., & Cawley, J. F. (1997): Preparing teachers to teach mathematics to students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(2), p 188–197.

Wolcott, H. (1994): *Transforming Qualitative Data: Description, Analysis, and Interpretation*. Thousands Oks: SAGE Publisher.

Woodward, J., & Montague, M. (2002): Meeting the challenge of mathematics reform for students with LD. *The Journal of Special Education*, *36*(2), p 89–101.

Sammenhenger mellom matematikkvansker og lesevansker sett i et longitudinelt perspektiv

En sammenligning av elever med og uten matematikkvansker og/eller lesevansker

Elin Reikerås

Stavanger University College, Norway

Abstract

This study attempts to shed light over the links between difficulties in mathematics and difficulties in reading. The study, still going on, is longitudinal and involves 1240 pupils. At the start of the project period the pupils were aged 8,10 and 13. The pupils' performance in mathematics and reading will be examined over a period of three years. They will be classified into four groups: those with difficulties in mathematics but not in reading (MD-only), those with difficulties in both mathematics and reading (MDRD), those with difficulties in reading but not in mathematics (RD-only) and those without difficulties in either of the areas (NMRD). The pupils' mathematical skills will be analysed, and the groups of pupils will be compared to try to identify differences and similarities between the groups. Early analysis shows that there are differences between the four groups in some areas of mathematics.

INNLEDNING

Selv om mange elever i skolen strever med matematikkfaget har det vært lite oppmerksomhet i forskningslitteraturen rundt området matematikkvansker (Ginsburg 1997). Spesielt hvis vi sammenligner med området lesevansker som har fått stor oppmerksomhet, og som i løpet av de siste 30 årene har hatt stor forskningsmessig framgang (Geary & Hoard 2003).

Prosessen med å lære matematikk har en del til felles med det å lære å lese og skrive. Allerede for 60 år siden fokuserte Fernald på forholdet mellom vansker på disse to fagområdene (Fernald 1943). Forskning i de senere årene har vist at gruppen av elever med matematikkvansker består av to undergrupper av tilnærmet lik størrelse med hensyn på om de har eller ikke har vansker med lesing/skriving i tillegg (Ostad 1998).

Inntil relativt nylig har det vært lite forskning på om og eventuelt hvordan disse elevgruppene skiller seg fra hverandre i forhold til matematikklæring (Geary & Hoard 2002). Slik forskning kan muligens gi mer kunnskaper om sammenhengene mellom matematikkvansker og lese/skrivevansker, noe det er et stort behov for (Ostad 1998, Jordan & Hanich 2000, Geary & Hoard 2002).

Forskningsprosjektet jeg vil presentere i det følgende har fokus på hvilke sammenhenger det er mellom det å lære matematikk og leseferdigheter. Jeg vil i det følgende redegjøre for hva vi vet om sammenhengene mellom fagområdene, hvordan jeg angriper problematikken og hvilke områder som peker seg ut som interessante i forhold til tidlige analyser jeg hittil er kommet fram til.

FELLES TREKK MELLOM MATEMATIKK OG LESING

Selv om matematikkfaget har sin egenart har det også en del felles trekk med norskfaget:

Begge skolefagene bygger på at barna har utviklet gode språklige begreper før skolestart. Forskning viser at barn som har vansker med lesing også har vansker med språklige begreper (Elbro, Borstrøm et al 1998). Analyser av hvilke språklige begreper som er nødvendige på ulike områder av matematikken viser den viktige rollen disse har også i den matematiske utviklingen (Solem & Reikerås 2001).

Barn tar ofte i bruk det muntlige språket som støtte når de møter utfordringer knyttet til matematikk (Reikerås 1997, Høines 1998).

Stimulering og videreutvikling av barnas muntlige språk har en sentral plass i skolens språkfag og det ser ut til at dess bedre en er i stand til å gi matematikkfaget et språklig innhold, dess mer funksjonelt vil det bli for barnet (Ostad 1978, Høines 1998).

Både i matematikk og norsk er det viktig å mestre skriftspråk. Det å mestre lesing av og bruk av det matematiske symbolspråket er sentralt for om elevene lykkes med matematikkfaget i skolen, og vansker i matematikk er ofte knyttet til dette formelle matematikkspråket (Hughes 1986, Reikerås 1994, Høines 1998, Solem & Reikerås 2001).

Skriftspråket på de to fagområdene har også en del felles: På mange måter kan ord (for eksempel eplekake) sammenlignes med aritmetiske basisenheter (for eksempel 2+3=5). Begge språkrepresentasjonene består av enkeltsymboler satt sammen til en større enhet.

I nyere litteratur er avkoding av enkeltord forårsaket av en feil i det fonolgiske systemet blitt identifisert som en viktig faktor i lesevansker (Share & Stanovich 1995). Høien og Lundberg peker på at gode lesere gjenkjenner ordbildet og avkoder ordet direkte (ortografisk strategi), mens begynnere og svake lesere må bruke staving som er en fonologisk strategi (Høien & Lundberg 2000). Fonologiske strategier er ofte kalt back-up strategier, og gode lesere bruker denne type strategier når de avkoder ukjente ord.

Prosessen med å avkode aritmetiske basisenheter har fellestrekk med avkoding i lesing. Overgangen fra å bruke prosedyremessige strategier til automatisert framhenting av aritmetiske basisenheter kan sammenlignes med overgangen fra fonemisk analyse til visuell ordgjenkjenning (Kulak 1993). Vanligvis er barns regneutvikling karakterisert ved at barnet gradvis utvikler seg fra å bygge all regning på telling til automatisk framhenting av aritmetiske basisenheter (Cooney, Swanson et al 1988, Siegler 1988). Barn med vansker i matematikk bruker tellestrategier som dekodingsstrategi (Ostad 1997). Tellestrategier er ressurskrevende backup strategier, mens automatisk framhenting kan sees på som ortografisk strategi der eleven "ser svaret" uten å bruke telling.

Vedvarende bruk av rigide strategier på høyere klassetrinn er det som karakteriserer elever med vansker på hvert av områdene: Staving i lesing (Høien & Lundberg 2000) og fingertelling i matematikk (Ostad 1997). Begge er tidskrevende prosesser slik at eleven bruker mye mer energi på avkoding sammenlignet med elever som har automatisert framhentingen. På begge områder vil en økende grad av automatisering minke ressursbruken slik at eleven vil ha flere ressurser til andre formål (Gaddes 1985). I lesing trengs det ressurser til å forstå meningsinnholdet i teksten, til å reflektere å dra konklusjoner.

I matematikk er avkoding av aritmetiske basisenheter en viktig brikke i komplekse utregninger, problemløsing også videre.

Undersøkelser viser at språklyder blir aktivisert også når eleven løser matematikkoppgaver (Geary 1993). Siden fonologiske vansker er sentralt innenfor lesing er det kanskje derfor ikke så rart at en del leseforskere ser på matematikkvansker bare som en følgevanske av lesevansker (Miles & Miles 1992, Chinn & Ashcroft 1993, Høien & Lundberg 2000). Dette kan ikke være hele sannheten, fordi halvparten av elevene med matematikkvansker har ikke vansker med lesing, og mange med lesevansker har ikke vansker innenfor matematikken (Ostad 1998).

Jordan og Hanich har studert 8–9 åringers matematikkunnskaper med hensyn på om barnet har eller ikke har lærevansker i matematikk og/eller lesing (Jordan & Hanich 2000, Hanich, Jordan et al 2001, Jordan, Kaplan et al 2002, Jordan, Hanich et al 2003). De fant at gruppen av elever med vansker i matematikk, men ikke lesing, hadde vansker på noen områder i matematikken, mens de elevene som hadde vansker på begge områder hadde grunnleggende vansker i forhold til matematisk tenkning. De to gruppene av elever med matematikkvansker skilte seg ikke fra hverandre på områdene: overslagmatematikk, forståelse av plassverdi og regning med flersifrede verdier. På disse områdene var begge MD-gruppene signifikant svakere enn gruppene uten matematikkvansker. Gruppene av elever uten matematikkvansker, men med og uten lesevansker, skilte seg ikke fra hverandre på disse områdene.

BESKRIVELSE AV UNDERSØKELSEN

Hovedformålet med dette studiet er å undersøke om, og eventuelt hvordan vansker med matematikk og vansker med lesing påvirker hverandre gjensidig.

Forskningsspørsmålene jeg prøver å finne svar på er som følgende:

1. Er det slik at de matematikkvanskene vi finner hos elever som i tillegg har lese - og skrivevansker er annerledes enn de vanskene i matematikk som elever uten lese- og skrivevansker har, og eventuelt på hvilke områder innenfor matematikken skiller de to gruppene seg fra hverandre?

2. Er det slik at matematikkferdighetene til elever med lese- og skrivevansker, men ikke matematikkvansker, skiller seg fra gruppen av elever uten noen av de to typene vansker, og eventuelt på hvilke områder innenfor matematikken skiller de to gruppene seg fra hverandre?

DELTAGERE

Studiet startet i mai 2001 med tillatelse til å kartlegge 1271 elever. Disse elevene kom fra 7 ulike grunnskoler i en vestnorsk kommune, det vil si alle grunnskoler i kommunen med småskole og mellomtrinn. Elever med alvorlige mentale, adferdsmessige eller sensoriske vansker ble ekskludert fra undersøkelsen, det ble også elevene fra det lokale asylmottaket. Elever som ikke var på skolen på testdagene, og de elevene som flyttet fra kommunen under prosjektperioden ble også tatt bort fra utvalget. Tilbake var det da 1240 elever som deltok i prosjektet fordelt på 6 utvalg kalt A, B, C, D, E og F som vist i Tabell 1:

Tabell 1. Undersokningsutvalget.

			Klassetrinn	Klassetrinn	Klassetrinn	Klassetrinn
Utv.	Født	N	2000/2001	2001/2002	2002/2003	2003/2004
A	1993	230	2	3	4	5
B	1991	212	4	5	6	7
C	1988	216	7	8	9	10
D	1994	227	1	2	3	4
E	1992	176	3	4	5	6
F	1989	179	6	7	8	9

PROSEDYRE

For å kartlegge elevenes kunnskaper i matematikk og norsk ble standardiserte tester tilpasset ulike klassetrinn tatt i bruk (Hammervoll & Ostad 1999, Solheim & Engen 2001). I kommunen der prosjektet foregår blir elevene testet på det alderstrinn testene er anbefalt for: I matematikk blir elevene testet i 2., 4. og 7. klasse, og norsktestene blir tatt i 2., 3., 5. og 7. klasse.

Disse standardiserte testene er tilpasset gjeldene læreplaner på de to fagområdene. Matematikktesten har blitt utviklet for å måle ferdigheter på et bredt spekter av emner som språklige ferdigheter, tall, form, vinkler, regning, tekstoppgaver, måling også videre. I lesetestene blir ordavkoding, setningslesing, tekstforståelse, dekoding fra ord til bilde også videre testet.

Noen av oppgavene er gitt muntlig og andre skriftlig. Alle oppgavene gjør bruk av papir og blyant. Testmaterialet for hvert klassetrinn består av to deler som det tar ca en skoletime å gjennomføre.

Det er avtalt at både matematikktestene og lesetestene skal gjennomføres på aktuelle alderstrinnene i kommunen de neste årene. Dette betyr at en del av elevgruppene vil bli testet flere ganger på begge fagområdene i prosjektperioden som vist i tabell 2:

Tabell 2. Fordelning av tester.

Utv.	Født	Testet i matematikk:	Testet i lesing:
A	1993	2001 og 2003	2001, 2002 og 2004
B	1991	2001 og 2004	2002 og 2004
C	1988	2001	2001
D	1994	2002 og 2004	2002 og 2003
E	1992	2002	2001 og 2003
F	1989	2002	2002

Elevens ordinære lærer har ansvar for å gjennomføre testene klassevis. Alle de involverte lærerne er blitt informert om framgangsmåter og generelt om prosjektet både gjennom skriftlig materiale og gjennom informasjonsmøter på skolene. Det er også lærerne som retter prøvene og skolen videresende resultatene som blir anonymisert og lagret i en database i SPSS. Dataene fra disse kartleggingsprøvene utgjør grunnmaterialet i prosjektet mitt.

Resultatene fra kartleggingsprøvene gir både informasjon om elevens ferdighet innenfor et bestemt emne, men viser også elevens profilnivå. Siden studiet er longitudinelt vil det også være mulig å bruke materiellet til å belyse elevenes faglige utvikling.

Etter hvert som prosjektet pågikk ble det klart at disse kartleggingstestene måtte suppleres i forhold til områder som i spesiell grad så ut til å være sentrale i forhold til forskningsspørsmålene som var stilt. Det ble derfor utarbeidet en tilleggsprøve med tema hoderegning/overslagregning som elevene i alle utvalgene gjennomførte i 2003. Disse tilleggsprøvene består av både skriftlig gitte og muntlig gitte oppgaver, med og uten tekst, og elevene bruker ikke blyant, men klistremerker for å gi svarene.

INNDELING AV ELEVENE I GRUPPER

Forskningsspørsmålene gjør det naturlig å gruppere elevene inn i 4 grupper[1]:

- elever med vansker både i matematikk og lesing (MDRD),
- elever med vansker i matematikk, men ikke i lesing (MD-only),

- elever med vansker i lesing, men ikke i matematikk (RD-only),
- elever uten vansker på noen av områdene (NMRD[2]).

I denne undersøkelsen defineres vansker i matematikk som å skåre blant de 12% svakeste i utvalget. Jordan og hennes kollegaer hadde færre deltagere i deres studier, og brukte derfor høyere "cut-off" for å sikre adekvat utvalgsstørrelse (se for eksempel Jordan & Hanich 2000). Mitt valg av "cut-off" er basert på norsk forskning som viser at gruppen av elever med stabile matematikkvansker utgjør omtrent 10% (truly mathematical disabled), mens omtrent 2% har en forsinket utvikling (Ostad 1999). Gruppen av elever som har en forsinket utvikling vil gjøre det dårlig på en test et år, men skåre middels eller over middels noen år etter.

Denne undersøkelsen er longitudinal og vil følge elevene over flere år. Det betyr at noen av elevene vil flytte mellom gruppene. Dette justeres etter at studiet har vart noen år.

Solheim og Engen som er ansvarlige for utviklingen av lesetesten som blir brukt, har en grense ved 20% for at elevene er i risikosonen for å utvikle vansker i lesing (Solheim & Engen 2001). Jeg velger likevel å definere vansker i lesing som å være blant de 12% svakeste på lesetesten (som for matematikk) for å gjøre sammenligningen av grupper enklere.

På begge områder vil det selvsagt være elever i gråsonen, i fare for å utvikle vansker, men ikke definert som å ha vansker. Siden studiet er longitudinalt vil også disse elevene bli fanget opp, og gruppene justert.

RESULTATER FRA TIDLIGE ANALYSER

De fleste av undersøkelser av ulike grupper av elever med matematikkvansker involverer bare en aldersgruppe. Denne undersøkelsen vil bruke både tverrsnittsdata og longitudinelle data slik at analysene i tillegg til å studere de ulike aldersgruppene også kan fokusere på utvikling.

Til nå har jeg registrert og begynt analysen av dataene fra de to første årene av datainnsamlingen. Det er ennå en del data som ikke er systematisert, og det gjenstår mye analysearbeid. Grundige statistiske analyser, resultatoversikter, diskusjoner og drøftinger er fortsatt under bearbeiding og vil bli publisert etter hvert som arbeidet går framover. Derfor er det jeg presenterer her noen interessante tendenser jeg ser i materialet, men de bør ikke oppfattes som endelige resultater.

Tendens 1:
De elevene som har svak poengsum både i matematikk og lesing (MDRD gruppen) er jevnt over svakere enn elevene i MD-only gruppen.

Tendens 2:
I forhold til grunnleggende antallsforståelse, kobling mellom tallord og tallsymbol og lesing av tallsymbol ser det ut for at MD-only gruppen ikke skiller seg fra RD-only og NMRD gruppen, mens MDRD gruppen er signifikant svakere enn de andre gruppene.

Tendens 3:
De områdene begge MD gruppene skårer lavest, sett i forhold til NMRD gruppen, er på oppgaver knyttet til ordning av tall, forståelse av posisjonssystemet, oppstilte regnestykker gitt skriftlig, skriftlig gitte tekstoppgaver og muntlig gitte oppgaver (både med og uten tekst).

Tendens 4:
Elevene i RD-only gruppen skårer litt lavere enn elevene i NMRD gruppen på skriftlige oppstilte oppgaver, men langt bedre enn elevene i MD gruppene.

På muntlige hoderegningsoppgaver ser det ut til å ikke være noen signifikante forskjeller mellom resultatene i RD-only gruppen og NMRD gruppen (gjelder både med og uten tekst).

I forhold til stabilitet av gruppestørrelser viser det seg at halvparten av MD elevene og halvparten av RD elevene har vansker på begge fagområder i de to yngste elevutvalgene. I de eldre aldersgruppene ser tendensen litt annerledes ut: Den gruppen som har vansker på begge områder ser ut til å være mindre enn for de yngste. Ikke alle data er på plass her, så dette kan jeg ennå ikke bekrefte absolutt. Jeg får også fortsettelsesdata inn på den yngste aldersgruppen i løpet av høsten 03, og da vil jeg kunne si noe mer om stabilitet av gruppene.

VIDERE FOKUS

De tidlige analysene har hjulpet meg til å sette fokus på de områdene som det ser ut til å være viktig å undersøke grundigere. Spesielt har det framkommet at det trengs nærmere undersøkelser av hvilken betydning det har for elevene i de ulike gruppene om oppgaver blir gitt skriftlig eller muntlig, med eller uten tekst. Ordning av tallene knyttet mot forståelse av posisjonssystemet ser også ut til å være et sentralt område.

Noen av disse områdene (tekstoppgaver gitt muntlig, skriftlig og muntlig gitte oppstilte oppgaver, posisjonssystemet) er de samme som Jordan og Hanich fant interessante å undersøke blant elever i aldersgruppen 8–9 år (Jordan & Hanich 2000, Hanich, Jordan et al 2001). Min undersøkelse dekker et mye større aldersspenn i undersøkelsesgruppen og innbefatter et langt større antall elever. Derfor bør det være mulig å undersøke om funnene til Jordan og Hanich er gjeldene for elever i andre aldersgrupper, og om funnene er stabile over tid.

Jordan og Hanich kartla også 8–9 åringene i forhold til overslagregning (Hanich, Jordan et al 2001). De standardiserte kartleggingsprøvene som er tatt i bruk i mitt prosjekt ivaretar i liten grad dette området. Derfor ble det utarbeidet et supplerende prøvemateriale for dette formålet.[3]

HVILKE DELER AV MATEMATIKKEN ER SPRÅKAVHENGIGE?

Arbeidet med hvilke konsekvenser leseferdigheter har for matematikklæringen og hvilke konsekvenser vansker i matematikk har for leseferdighet, vil kunne avdekke kunnskaper om hvilke områder i matematikken som er mest influert av språk.

Dehaene fant indikasjoner på at eksakt tallbehandling er av språkbasert format, mens overslagsmatematikk er uavhengig av muntlig og skrevet språk men avhengig av spatiale ferdigheter (Dehaene & Cohen 1991, Dehaene, Spelke et al 1999).

Hanich og hennes kollegaer antyder at evnen til å gjøre aritmetiske overslag kan være en kjernevanske for elever med matematikkvansker, noe som også får støtte fra andre forskere (Hanich, Jordan et al 2001, Miles, Haslum et al 2001).

Det er grundig dokumentert at en sentral faktor i lesevansker er knyttet til fonetiske prosessering og verbalt arbeidsminne (Høien & Lundberg 2000). Den andre hovedkomponenten i arbeidsminnet er den visuo-spatiale skisseblokk (Baddeley 1997). Blant annet er den ”skisseblokken” i bruk knyttet til både ordning av tall og overslag: Eleven må bruke en ”mental tallinje” for å se for seg hvor et tall er i tallrekken, og på samme måte må eleven i overslag finne nærliggende tall (Dehaene & Cohen 1991). På samme måte må også den visuo-spatiale skisseblokk tas i bruk på utregninger der eleven ikke har støtte i skriftlig oppsett, som for eksempel i oppgaver som er gitt muntlig og blyant ikke er tilgjengelig for å finne resultatet.

Helland fant at elever med lesevansker hadde vansker med verbalt arbeidsminne, og at gruppen av elever som hadde matematikkvansker i tillegg også hadde vansker med visuospatial koding (Helland 2002).

Det gjenstår å se om de fire gruppene av elever skiller seg fra hverandre på de valgte områdene slik teorien ser ut til å forutsi. Hvis det er slik, kan dette muligens indikere at MD-only elever er overlegne MDRD elevene på de områdene som er mest influert av språk, men ikke på områder der de er avhengige av å vurdere tallmessige størrelser, visuo-spatial prosessering og automatisering.

Noter

1. Dette er den samme inndeling av elever som Jordan/Hanich bruker i sine undersøkelser.

2. Jordan og Hanich kaller denne gr. for NA = normal achievement, men jeg foretrekker NMRD = neither MD nor RD.

3. Se beskrivelse under prosedyre.

REFERANSER

Baddeley, A. D. (1997): *Human Memory. Theory and Practice*. Hove: Psychology Press.

Chinn, S. J. and J. R. Ashcroft (1993): *Mathematics for Dyslexics. A Teaching Handbook*. London: Wurr Publishers Ltd.

Cooney, J. B., H. L. Swanson, et al. (1988): Accquistion of mental multiplication skill: Evidence for the transition between counting and retrieval strategies. *Cognition and Instruction*, *5*, s 323–345.

Dehaene, S. and L. Cohen (1991): Two mental calculation systems: A case of study of severeacalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, *29*, s 1045–1054.

Dehaene, S., E. Spelke, et al. (1999): Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence. *Science*, (284), s 970–974.

Elbro, C., I. Borstrøm, et al. (1998). Predicting dyslexia from kindergarten. The importance of distictness of phonological representaions of lexical items. *Reading Research Quarterly*.

Fernald, G. M. (1943): *Remedial Techniques in Basic School Subjects*. New York, NY: McGraw Hill.

Gaddes, W. H. (1985): The neuropsychological bases of problems in writing, reading, and spelling. I W. H. Gaddes, red: *Learning Disabilities and Brain Function. A Neuropsychological Approach,* s 328–369. New York, NY: Springer-Verlag.

Geary, D. (1993): Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, *114*(2), s 345–362.

Geary, D. & M. Hoard (2002): Learning disabilities in basic mathematics. Deficits in memory and cognition. I J. M. Royer, red: *Mathematical Cognition,* s 93–115. Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Ginsburg, H. P. (1997): Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities, 30*, s 20–33.

Hammervoll, T. & S. Ostad (1999): *Basiskunnskaper i matematikk. Prøveserie for grunnskolen.* Oslo: Universitetsforlaget.

Hanich, L., N. Jordan, et al. (2001): Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *93*(3), s 615–626.

Helland, T. (2002): *Neurocognitive Functions in Dyslexia: Variations According to Language Comprehension and Mathematics Skills*. Oslo: University in Oslo.

Hughes, M. (1986): *Children and Number*. Oxford, Basis Backwell.

Høien, T. & I. Lundberg (2000): *Dysleksi. Fra teori til praksis*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Høines, M. J. (1998): *Begynneropplæring i matematikk*. Bergen: Caspar forlag.

Jordan, N. & L. Hanich (2000): Mathematical thinking in second grade children with different forms of LD. *Journal of Learning Disabilities, 33*(6), s 567–578.

Jordan, N., L. Hanich, et al (2003): A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, *74*(3), s 834–850.

Jordan, N., D. Kaplan, et al (2002): Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, *94*(3), s 586–597.

Kulak, A. G. (1993): Parallells between math and reading disability: Common issues and approaches. *Journal of Learning Disabilities, 26*, s 96–106.
Miles, T. R., M. N. Haslum, et al (2001): The mathematical abilities of dyslexic 10-year-olds. *Annals of Dyslexia*, (51), s 299–321.
Miles, T. R. and E. Miles (1992): *Dyslexia and Mathematics*. London: Routledge.
Ostad, S. (1978): Matematikklæring og matematikkvansker – Ulike forskningsstrategier. *Norsk pedagogisk tidskrift*, *7*, s 257–268.
Ostad, S. (1997): Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology*, *67*, s 345–357.
Ostad, S. (1998): Comorbidity between mathematics and spelling difficulties. *Logopedics Phoniatrics Vocology*, *23*(4), s 145–154.
Ostad, S. (1999): Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, *14*, s 21–36.
Reikerås, E. (1994): *Møtet med den formelle matematikken. 6-åringen et grunnskolebarn*. M. Lea. Stavanger: Høgskolen i Stavanger.
Reikerås, E. (1997): *Barns eventyrlige matematikkverden*. En prosjektrapport fra en feltstudie gjennomført i en 3–7 års avdeling høsten 96. Høgskolen i Stavanger.
Share, D. and K. Stanovich (1995): Has the phonologial recording model of reading acquisition and reading disability led us astray? *Issues in Education*, *1*, s 1–57.
Siegler, R. S. (1988): Individual differences in strategy choices: Good students, not-so-good students, and perfectionists. *Child Development, 59*, s 833–851.
Solem, I. H. & E. Reikerås (2001): *Det matematiske barnet*. Bergen: Caspar.
Solheim, R. G. & L. Engen (2001): *Kartlegging av leseferdighet*. Oslo: Læringssenteret.

Dyskalkyli, skolans största pedagogiska problem?

En granskning av forskningslitteraturen mellan 1993–2003

Gunnar Sjöberg

Umeå University, Sweden

Abstract

One purpose of this study is to review and critically examine research literature that deals with the term *dyscalculia*. Dyscalculia seems to be an established concept not only in Sweden and the other Nordic countries, but internationally as well, and thus another purpose of this study is to describe the fundamental ideas and methods that are frequently used to diagnose dyscalculia. Learning difficulty in mathematics is, however, a complicated problem that can very rarely be traced to a single specific cause. A study of the current research literature not only reveals that there is considerable confusion of ideas about learning difficulty in mathematics, but that there is an absence of generally recognized diagnostic criteria as well as. A number of different circumstances indicate that the diagnosis *dyscalculia* should be used with great caution. One should also be critical about the high percentage of cases that are given this diagnosis. It is also imperative that the problem area should not only be reviewed from a medical/neurological perspective, which is the dominating perspective today, but that pedagogic, psychological and sociological interpretations are also taken into consideration.

INLEDNING

Kraven på godkända betyg i matematik, svenska och engelska för att kunna fortsätta studera på gymnasiet infördes i samband med att de målrelaterade betygen för första gången delades ut 1998. Därmed tydliggjordes också på ett helt annat sätt än tidigare det stora antalet elever som inte lyckades uppnå godkända betyg från grundskolan, ett problem som därefter fått mycket utrymme i den skolpolitiska debatten (Skolverket 2001a). År 2000 saknade 11% av de svenska niondeklassarna behörighet för gymnasiestudier och de största problemen hade eleverna med matematikämnet. Var sjunde elev upplevde skolmatematiken som ett stort misslyckande (Magne 1998) och mer än var tionde elev började läsa på gymnasieskolans *individuella program (IV),* ett program där de elever som saknar grundbehörighet kan studera (Skolverket 2001b). IV blev snabbt gymnasieskolans tredje största nationella program (Engström 1999) och när sedan drygt hälften av dessa elever avbryter utbildningen (Lärarnas Riksförbund 1999) innebär det att tusentals ungdomar lämnar gymnasieskolan med en bristfällig utbildning. Även i de övriga nordiska länderna förefaller mönstret vara detsamma. Exempelvis riskerar 7000 norska elever årligen att lämna den norska grundskolan utan att ens behärska de fyra räknesätten (Ostad, citerad/refererad i Lunde 2001, s 13). I den norska motsvarigheten till den svenska gymnasieskolan, *videregående skole,* hade 20% av eleverna så dåliga matematikkunskaper att de knappast kunde tillgodogöra sig undervisningen. Går man sedan till de mer yrkesinriktade programmen var motsvarande procenttal så högt som 50% (Knudsen 1999). Även från länder utanför Norden kan motsvarande uppgifter hämtas i stor omfattning. Matematikämnets karaktär av högstatusämne i kombination med de allt större kraven som ställs på samhällsmedborgarnas matematikkunskaper, gör de människor som saknar dessa kunskaper utsatta. Den utsattheten blir än tydligare om man väger in att en så central faktor som pengar och ekonomi utgör hela 90% av alla matematiska situationer i livet (Magne 1998). Den ekonomiska kopplingen till matematiken kan vara en förklaring till att vuxna människor oroas eller ibland rent av plågas av att inte klara av ”vardagsmatematik” (Rivera 1997), en oro som i vissa fall kan övergå till så kallad matematikångest.

Det stora antalet elever i matematikproblem[1], och pedagogens önskemål om en avgränsad och tydlig diagnos, kan vara en förklaring till att begreppet *dyskalkyli* nu verkar vara ett mer eller mindre vedertaget begrepp i svenska skolan (Sjöberg 2000, Sjöberg personlig kommunikation under april–maj 2003 med ett 20-tal specialpedagogiska centra och logopedmottagningar i Sverige). En annan förklaring kan vara det stora utrymmet begreppet *dyslexi* haft under den senaste tioårsperioden. Resultaten från dyslexiforskningen har med stor säkerhet inspirerat till forskning om dyskalkyli. Inlärning i matematik och språk är dock i grunden vitt skilda områden och tyvärr har nog allt för stor paralleller dragit mellan dessa områden. En tredje förklaring till begreppets utbredning kan vara att artiklar om dyskalkyli har fått stort utrymme i populärpedagogisk press (77% av dessa är publicerade i tidskrifter som primärt vänder sig till skolpersonal)[2]. Att även Sveriges näst största dagstidning på sin förstasida publicerar en helsidesartikel där man konstaterar att ”100 000-tals svenskar lider av dyskalkyli” (Qviström 2000) är en ytterligare indikation på att dyskalkylibegreppet etablerats i Sverige. Även i Norge används numer begreppet flitigt (Lunde, Hole & Hansen 1999), och mycket tyder på att detta även är en internationell trend.

Syftet med detta paper är att granska och ge en kortfattad sammanställning över forskningslitteraturen[3] kring dyskalkylibegreppet under tidsperioden 1993–2003[4]. Syftet är också att kritiskt granska på vilka grunder diagnosen dyskalkyli ställs och relatera detta till svenska förhållanden.

BEGREPPET DYSKALKYLI

En modell som tydliggör komplexiteten kring eleven i matematikproblem presenteras av Ahlberg (2001). Hon utgår från en förklaringsmodell där orsakerna till problemen i matematik kan vara, *pedagogisk/didaktiska*, *psykologiska*, *sociologiska* och/eller *medicinsk/neurologiska*. Rivera (1998) delar å sin sida in problemfältet *mathematic learning disabilities* i tre områden, *developmental, neurological/neuropsychological,* och *educational.* Områden som samtliga måste vägas in för att förstå eleven i matematikproblem. Oavsett vilken modell man väljer kan man klart konstatera att nästan all forskningslitteratur om dyskalkyli kan härledas till det *medicinskt/neurologiska* och *neuropsykologiska* området. Man kan därmed säga att det dominerande synsättet i den aktuella litteraturen på eleven som misslyckas är ett *kategoriskt*[5] perspektiv till skillnad från ett *relationellt*[6] (Emanuelsson, Persson & Rosenqvist 2001). Den klassiska neuropsykologin utvecklades enligt Tempel (1997) i första hand genom att ”patients with brain lesions could provide data of considerable interest for testing theories of normal cognition” (s 27). Forskningen på området har också enligt Rivera (1997) sitt ursprung från ett stort antal fallstudier av hjärnskadade vuxna, och hon pekar på svårigheterna att överföra den forskningen som finns om begreppet dyskalkyli från vuxna till barn. Studier av hjärnskador bland vuxna verkar alltså vara en viktig utgångspunkt för forskning kring eleven i matematikproblem. Ett illustrerande exempel på ensidig forskning på området utgörs av Magnes *Bibliography of literature on dysmathematics,* en sammanställning som omfattar inte mindre än 3000 titlar. Magne (1998) menar att litteraturen är mycket ensidig och ofta enbart inriktad på de fyra räknesätten, och skolstudier gäller oftast elever med banala ”räknestörningar”.

Dyskalkyli anses vara en undergrupp till det övergripande *learning disabilities* (Rourke & Conway 1997) eller *learning difficulties*. Ramaa och Gowramma (2002) hänvisar till The Learning Disabilities Association of Canada där det slås fast att svårigheter med räkning kan anses vara en *learning disorder* eller *learning disabilitiy*. Detta område beskrivs av Siegel (1999) som ”kaotiskt” vid en granskning av begreppet *learning difficulties*. Motsvarande problem tycks gälla begreppet dyskalkyli där Sharma (1986) menar att det råder en stor begreppsförvirring. En förklaring kan vara att området intresserar och engagerar många olika yrkesgrupper. Där finns läkare och neuropsykologer, där finns pedagoger och elevvårdspersonal och där finns inte minst föräldrar till de barn som inte lyckas med skolmatematiken (Selikowitz 1998). Ginsburg (1997) menar att många barn idag får en diagnos, utan att de som ställer diagnosen har tillräckliga kunskaper om problemområdet. Försök har gjorts att dra paralleller till *dyslexin,* där forskningen är betydligt mer omfattande. Visserligen råder inte heller på det området total konsensus vad gäller orsakerna till problemet, men en relativt stor samstämmighet förefaller råda om att brister i det fonologiska systemet är orsaken till dyslexi och att dessa brister troligen kan hänföras till felutveckling i det centrala nervsystemet, en utveckling som i sin tur bestäms av ett komplicerat samspel mellan arv och miljö (Høien & Lundblad 1992). Men trots den synbara släktskapen mellan begreppen, bland annat i form av samma förled[7], är jämförelsen inte självklar. Evans och Goodman (1995) pekar bland annat på svårigheterna att lyckas väga in olika kriterier som elevens karaktär, värdering av den pedagogiska metoden men även övervägande av matematikämnets karaktär. Den relativa samstämmigheten kring dyslexibegreppet saknas kring begreppet dyskalkyli. Avsaknaden av allmänt accepterade kriterier för problemområdet, något som Rourke och Conway (1997) samt Shalev, Auerbach, Manor och Gross-Tsur (2000) efterlyser, kanske kan förklara den förvirrande tolkningen av dyskalkylibegreppet som återspeglas i litteraturen.

Ett flertal författare har exempelvis valt att sätta ett likhetstecken mellan dyskalkyli och *Arithmetic learning disabilities* (Case, Harris & Graham 1992, Sokol, Macaruso & Gollan 1994, Rourke & Conway 1998, Macaruso & Sokol 1998, González & Espinel 2002). Andra är *Mathematical disabilitiy/difficulties (MD)* (Lyytinen, Ahonen & Räsänen 1994, Alarcon, DeFries, Light & Pennington 1997, Jordan & Mantani 1997), *Specific arithmetic disabilities* (Badian 1983, White, Moffitt & Silva 1992), *Learning disabilities in mathematics* (Bryant, Bryant & Hammill 2000, Geary 2001), *Mathematics disorder*[8] (Taír, Brezner & Arielf 1997, Ramaa & Gowramma 2002), begrepp som alla används mer eller mindre synonymt med dyskalkyli. Det finns till och med forskningsrapporter där akalkyli, 'oförmåga att räkna', används synonymt med dyskalkyli (Levy, Levy Reis & Grafman 1999, Ardila & Rosselli 2002) samt forskning där *dyskalkyli* enbart används med avseende på hjärnskadade vuxna (Selikowiz 1998). Det är inte heller ovanligt att forskarna helt underlåter att kommentera vilka kriterier eller urvalsmetoder de använt sig av för att välja ut sina undersökningspersoner med diagnosen dyskalkyli (McNeil & Warrington 1994, Hittmair-Delazer, Sailer & Benke 1995, Sullivan, Macaruso & Sokol 1996, Levin m fl 1996, Stanescu-Cosson, Pinel, van de Moortele, Le Bihan & Dehaene 2000, Grafman & Romero 2001).

I det stora klassifikationssystemet för sjukdomstillstånd ICD-10[9] och det för psykiatrisk ohälsa DSM-IV[10] nämns inte begreppet dyskalkyli. I ICD-10 används istället begreppet *specifika räknesvårigheter* och är placerat under huvudrubriken *specifika utvecklingsstörningar av inlärningsfärdigheter* där bland annat även diagnoserna *specifika lässvårigheter, specifika stavningssvårigheter* och *blandad inlärningsstörning* finns placerade. På motsvarande sätt kallas problemområdet *räknesvårigheter* i DSM-IV och är där placerat under huvudrubriken *inlärningsstörningar* tillsammans med *läs-, skriv- och inlärningsstörningar*. Trots detta använder, enligt Neumärker (2000), ett flertal forskare termen *developmental dyscalculia* (DD). Han pekar bl a på den israeliska forskargruppen kring Shalev och Gross-Tsur som regelbundet använder DD och definierar detta enligt kriterierna i DSM-IV:s föregångare DSM-III som "a primary cognitive disorder affecting the ability otherwise normal child to learn arithmetic". Ardila och Rosselli (2002) pekar på att just *developmental dyskalkyli (DD)* visserligen ändrades till *mathematics disorder* i DSM-IV men att begreppet DD trots detta kvarstår i den neuropsykologiska litteraturen. Developmental dyskalkyli är dock inte någon entydig definition från Shalev och Gross-Tsurs sida utan Neumärker visar på att gruppen använder sig av ett antal olika definitioner på developmental dyskalkyli, dock ingen som är generellt accepterad i forskarvälden. Han pekar också på avsaknaden av generellt accepterade definitioner av begreppen *developmental* och *specific*, termer som flitigt används i samband med inlärningssvårigheter i matematik.

Om begreppsvärlden vad gäller dyskalkyli synes förvirrad i den aktuella litteraturen råder dock en stor samstämmighet vad gäller omfattningen av dyskalkyli. 4–6% av befolkningen är drabbad, och dessa siffror refereras vanligtvis från forskning av Kosc, Badian eller Shalev och Gross-Tsur. Huruvida dyskalkyli också skulle kunna vara ärftlig finns det ingen enighet om i forskningslitteraturen, och antalet publikationer i frågan är få. Magne (1992, 1998) menar att matematikproblem inte tycks vara ärftliga. En skattning visar nämligen att högst en femtedel av elever med dessa problem har neurologiska symtom och att de genetiska orsakerna är tvivelaktiga. Shalev med flera (1998) har dock funnit att problem i aritmetik hos syskon är en signifikant faktor för *persistent dyscalculia*. I en av de få tvillingstudier som finns redovisade har Alarcon med flera (1997) funnit att *mathematics disability* (MD) kan vara ärftlig. Shalev med flera (2001) har på motsvarande sätt funnit att ungefär hälften av alla syskon till barn med *developmental dyscalculia* också har dyskalkyli.

Att könsfördelningen är en kontroversiell fråga där resultaten pekar åt olika håll framhålls av Ardila (2002). En jämn fördelning mellan könen rapporteras av Gross-Tsur med flera (1993, 1996) och av Lewis, Hitch och Walker (1994). Evens och Goodman (1995) menar att fördelningen förefaller jämn, åtminstone upp till femtonårsåldern. Därefter får flickorna större problem än pojkar. Författarna anser dock inte att detta är bevis för att pojkar skulle ha lättare för matematik än flickor. Däremot menar de att mycket tyder på att pojkar och flickor närmar sig matematiken med olika erfarenheter och förväntningar. Till exempel har man funnit att flickor är mer osäkra i matematik. De överskattar svårigheterna och hänvisar i högre grad till tur när de lyckas i matematik än vad pojkar gör. En betydligt ojämnare fördelning rapporteras av bland andra Badian (1983) som menar att 70% av elever med dyskalkyli är pojkar. Även Ramaa och Gowramma (2002) har i sin forskning funnit motsvarande förhållande. Fördelningen mellan pojkar och flickor med dyskalkyli hade proportionerna 1,7 till 1,0 och författarna menar även att det i ett flertal studier har kunnat beläggas att det är fler pojkar än flickor som har dyskalkyli. Von Aster (2000) menar däremot att forskningslitteraturen oftast rapporterar att flickor i större omfattning skulle ha dyskalkyli än pojkar. Han menar också att könsskillnaderna skiftar mellan länder och att den har minskat under de senaste decennierna, vilket indikerar att det inte är troligt att den enbart kan förklaras av kön.

Om forskarna är oeniga om i vilken omfattning dyskalkyli kan vara ärftlig eller hur könsfördelningen ser ut så är samstämmigheten i fråga om vikten av en väl utvecklad minnesfunktionen för att klara skolans matematikundervisning betydligt större. En nedsatt minnesfunktion lyfts också fram av flera forskare som en förklaring till att vissa elever hamnar i matematikproblem (Gordon 1991, Sokol m fl 1994, Shafrir & Siegel 1994, Ashcraft 1995, Ostad 1999, Geary & Hoard 2001). Macaruso och Sokol (1998) menar dock att man bör tolka denna forskning med viss försiktighet då man inte lyckats kartlägga hur arbetsminnet direkt relaterar till förmågan att lösa algoritmer.

Att matematik belastar minnesfunktionerna i stor omfattning illustreras väl av att det krävs inte mindre än 33 steg för att lösa uppgiften 73 x 96 och att många av dessa steg fordrar insatser av arbetsminnet (Peterson & Mercer 1998). Elever i problem, med sina nedsatta minnesfunktioner, belastar sitt arbetsminne i större omfattning än andra elever (Ashcraft 1995) något som också gör att tidsåtgången ökar markant vid ”svårare” uppgifter (Kaufman 2002). Dessa elevers utsatthet framstår som allt tydligare då man vet att ju mer arbetsminne som måste användas ju större blir matematikångesten vid ett misslyckande (Faust, Ashcraft & Fleck 1996). Denna brist i arbetsminnet tillsammans med att den verkar vara bestående och därmed följer eleven genom hela skolgången (och vuxenlivet) har också en negativ inverkan på dessa individer.

I ett antal rapporter uppmärksammas den starka kopplingen mellan koncentrationsproblem och inlärningsproblem i matematik (Badian 1983, Lindsay, Tomazic, Levine & Accord 2001, Ardila & Rosselli 2002), och i ett antal rapporter studeras elever i matematikproblem och den koppling till ADHD som verkar finnas (Marshall, Schafer, O'Donnell, Elliott & Handwerk 1999, Lindsay, Tomazic, Levine & Accardo 1999, Gross-Tsur m fl 1996).

I en lång rad forskningsrapporter diskuteras kopplingen mellan dyskalkyli och dyslexi eller snarare ett samband mellan läs- och skrivproblem och problem i matematik (Sharma, 1986, Evans & Goodman 1995, Rourke & Conway 1998, Selikowitz 1998, Geary & Hoard 2001). Gross-Tsur (1996) fann exempelvis att 17% av eleverna med diagnosen dyskalkyli också hade dyslexi. Gränsdragningen mellan de bägge områdena är dock svår. Vad är exempelvis huvudorsaken till att eleven misslyckas med en benämnd uppgift? Är det språket eller de aritmetiska uträkningarna som är elevens huvudproblem? Tempel (1994) är till exempel tveksam till möjligheten att dela upp problemområdena i två distinkta fält och menar att fälten påverkar varandra. Ytterligare ett steg längre går Miles och Miles (1992) som menar att dyslexi är ett ”genuint” syndrom, där problemen manifesteras i elevens fonologiska svårigheter. I fallet med dyskalkyli finns inga sådana motsvarande ”bevis” något som enligt Miles t o m gör termen onödig. Att både dyskalkyli och dyslexi borde finnas i ett kontinuum mellan lätt medel-medel-svår slår Price och Youé (2000) fast och pekar därmed på svårigheterna att avgöra var cut-off för en ”normal” hjärna ligger.

Central forskning om dyskalkyli

Två forskare/forskargrupper har vid denna litteraturgranskning varit mer framträdande än andra. De citeras ofta i den förhållandevis knappa forskningslitteraturen[11], och deras arbete har i Sverige i stor omfattning påverkat synen på dyskalkylibegreppet (Sjöberg personlig kommunikation under april–maj 2003 med ett 20-tal specialpedagogiska centra och logopedmottagningar i Sverige). Den första källan är professor Ladislav Kosc som verkade i Bratislava i Tjeckoslovakien under 1960-talet (1974, 1986) och den andra är den israeliska forskargruppen kring neurologerna Ruth Shalev och Varda Gross-Tsur. Kosc omfattande arbete från 1960-talet (hans ursprungliga rapport på slovenska omfattade över 500 sidor) framstår som grundläggande, och många forskare har tagit Koscs sexpunkters karakterisering av dyskalkyli som utgångspunkt för vidare forskning. Han var enligt Magne (2001) en skicklig experimentpsykolog som studerade hur de skolbarn tänker som har svårigheter med matematikundervisningen. Enligt Magne drabbades Koscs dock av den rådande politiska regimen. Räknesvårigheter existerade inte i Sovjetunionen enligt den leninistiska ”defektologin” och följaktligen inte heller i Tjeckoslovakien. Han tvingades arbeta enligt den sovjetinspirerade defektologin, det vill säga att bara ”defekter” godkändes. Först sedan Kosc fått uppslaget att kalla defekterna *developmental dyscalculia*, *pseudodyscalculia*, etc, godkände censuren i Tjeckoslovakien hans arbete. Lösningen var alltså enligt Magne att ge matematiksvårigheter en diffus neurologisk orsak. Hans etiskt diskutabla uppslag blev därmed en kompromiss mellan systemets krav och Koscs otvivelaktigt hederliga forskning.

Om Koscs arbete är grundläggande så måste Shalev och Gross-Tsur arbeten tillsammans med sina många medarbetare betecknas som mångfasetterat och mycket omfattande. Gruppen står tillsammans för mer än 25% av forskningslitteraturen om dyskalkyli (Shalev, Weirtman & Amir 1988, Shalev & Gross-Tsur 1993, 2001, Shalev, Manor, Amir & Gross-Tsur 1993, , Gross-Tsur, Manor & Shalev 1993, 1996, Shalev, Manor, Amir, Wertman-Elad & Gross-Tsur 1995, Shalev, Auerbach & Gross-Tsur 1995, Gross-Tsur, Shalev, Manor & Amir 1995, Shalev, Manor Auerbach & Gross-Tsur 1998, 2000, Shalev m fl 2001).

Forskargruppen har studerat dyskalkyli (DC) ur ett antal olika aspekter, exempelvis DC and Brain Laterality, DC and Medical Assessment, DC Gender and the Brain, DC Behavioral and Attentional Aspects, Right-hemisphere Syndrome, DC Prevalenceand Demograhic Features, Persistens of DC, Prevalence and Prognosis samt Dc is a Familial Learning Disabilitie.

Hur diagnostiseras eleven i matematikproblem

Det finns starka skäl till att titta närmare på just Shalev och Gross-Tsurs forskning om dyskalkyli, framförallt för den stora omfattningen och den därmed framträdande plats deras arbeten fått. Deras forskning utgör en viktig referenskälla för andra forskare och härifrån hämtas bland annat uppgifterna om att 6% av alla elever skulle ha dyskalkyli. Dessutom är gruppen ensam om att redovisa resultat från en större longitudinell studie, vilket gör dem unika i det här sammanhanget. Ytterligare en viktig anledning är att deras arbete inspirerats av Koscs och Badians tidigare kartläggningar och att Shalev och Gross-Tsurs arbete utgör en viktig inspirationskälla för efterföljande arbeten.

Avsikten är här inte att analysera Shalev och Gross-Tsurs omfattande arbete. Fokus skall istället sättas på de diagnosrutiner de använder sig av för att fastställa om en elev har dyskalkyli samt ge några kommentarer kring detta (För en djupare analys av diagnosmaterialet hänvisas till Sjöberg 2000). Som exempel tas här deras longitudinella uppföljning av elever med dyskalkyli från 1998 (Shalev m fl) som på ett tydligt sätt speglar arbetsgången. I ett första steg valdes slumpmässigt en elevpopulation ut bestående av 3029 fjärdeklassare (10 till 11 år). Undersökningsgruppens storlek samt den relativt höga åldern på barnen valdes för att minimera feldiagnostiseringarnas inverkan på resultaten. Även testningsförfarandet i två steg var ett sätt att minska antalet felaktiga diagnoser. Barnen, som alla gick i vanliga israeliska skolor, var huvudsakligen bosatta i städer. Eleverna identifierades genom en 2-stegs screeningprocess. I det första steget genomgick alla fjärdeklassare ett aritmetiskt matematiktest innehållande uppräkning av siffror, kunskap om taluppfattning samt förmåga att lösa komplexa aritmetiska övningar och ”lästal” (benämnda uppgifter) (jfr med en svensk provräkning eller matematikdiagnos). Forskarna valde ut de 20% av eleverna som hade lägst resultat på prov 1 (n=600) och dessa elever gick vidare till det andra teststeget. I detta steg genomgick de ett individuellt administrerat aritmetiktest, utarbetat efter idéer av McCloskey m fl (1985). Eleverna fick diagnosen developmental dyscalculia (DC) om han eller hon vid IQ-test erhöll ett värde på 80 eller mer samtidigt som resultatet på det andra aritmetiktestet var lika eller lägre än medelvärdet för ett två år yngre normaltpresterande barn (diskrepanskriteriet[12]). Eleverna fick även genomgå lästest och test på skrivförmåga, WISC-test, neurologiskt test och föräldrarna fick fylla i en checklista om socioekonomisk status. Dessa tester utnyttjades dock inte till själva diagnostiseringen Vid såväl det första testtillfället som vid uppföljningen efter tre år användes samma testmaterial dock med det tillägget att ett antal decimal- och bråktal tillkommit vid det senare tillfället. Även vid andra tillfället fick barnen diagnosen *developmental dyscalculia* om de presterade inom de 5 lägsta percentilerna på matematiktesten men var normalbegåvade enligt WISC.

Diagnosen dyskalkyli förefaller i praktiken ställas utifrån ett 2-årigt diskrepanskriterie som baseras på resultaten av IQ-test samt några enklare aritmetiktester. Visserligen fördjupas de olika studierna ur en rad olika perspektiv, men detta förefaller inte påverka den ursprungliga dyskalkylidiagnosen. En förklaring till den höga procentsatsen elever med dyskalkyli kan vara att man studerade enbart ett av de fyra förklaringsfälten, nämligen det medicinskt/neurologiska (Ahlberg 2001) och i stort sett exkluderar de övriga tre och därmed inte väger in orsaker som andra forskare lyft fram som viktiga tolkningar till av uppkomna problemen (se nedan). En intressant fråga i detta sammanhang skulle exempelvis vara hur många procent av eleverna som skulle ha fått diagnosen dyskalkyli om man också vägt in socioekonomiska orsaker, strukturella förklaringar, föräldrars utbildningsnivå eller annan etnisk bakgrund. Med tanke på att nästan 70% av den aktuella föräldra- och barngenerationen i Israel har just annan etnisk bakgrund[13] är åtminstone den sista punkten svår att förbigå i detta sammanhang.

DISKREPANSKRITERIET OCH IQ-BEGREPPET

Forskningen kring dyslexi är mer omfattande än forskningen kring dyskalkyli. Debatten kring diskrepanskriteriet vid diagnostisering av dyslexi är därför mer omfattande och man har i allt större utsträckning slutat beakta detta då det inte anses vara relevant i sammanhanget (Samuelsson 2000). Men fortfarande är det dock detta kriterium som är det allt överskuggande när elever får diagnosen dyskalkyli.

Debatt har dock även på detta område börjat föras och kritiken mot synsättet har varit hård, något som till och med den israeliska forskargruppen uppmärksammat och själva pekar på tveksamheter kring användningen av diskrepanskriteriet (Shalev m fl 2000). Ginsburg (1997) är en av kritikerna och han menar att det inte går att spåra barn med matematikproblem utifrån en jämförelse mellan deras IQ och deras matematiska prestation då detta inte exkluderar tillräckligt många. Han menar att det helt enkelt finns så många andra förklaringar till barnens misslyckanden i matematik (bland annat svag motivation, svag självbild, med mera) och vägs dessa förklaringar inte in får för många elever en diagnos, vilket därmed gör diskrepanskriteriet oanvändbar. Andra kritiker ifrågasätter om en tvåårig diskrepans i matematisk förmåga kan användas som ett urvalskriterium eftersom elever i en normalpopulation i *secondary-school* kan ha en spridning på upp till sju år vad gäller denna förmåga (O'Hare, Brown & Aitken 1991). Magne (1998) menar att högst 50% av matematikprestationen förklaras av intelligenskvoten, vilket försvårar användningen. Siegel (1999) pekar på de problem som finns med IQ-mätningar eftersom dessa ofta mäter vad en person har lärt sig, inte vad hon är kapabel att lära sig. Ytterligare ett problem är att IQ-tester ofta innehåller moment som just de aktuella eleverna har problem med, minne, språk eller finmotorik. González och Espinel (2002) anser vidare att diskrepanskriteriet inte kan användas eftersom den kognitiva processen mellan lågpresterande elever i matematik med hög- respektive låg-IQ inte skiljer sig från varandra. I två ingående artiklar tar D'Angiulli och Siegel (2003) och Siegel (2003) upp ett antal argument, exempelvis belastningen av arbetsminnet, problem med öga-hand koordination och visual-spatiala orsaker som talar mot användandet av diskrepanskriteriet vid diagnostisering av elever i problem. De menar till och med att de funnit ”evidence that the IQ-discrepancy formula is not a useful diagnostic tool for learning disabilities but that achievement test scores are” (s 56).

ALTERNATIVA FÖRKLARINGAR TILL INLÄRNINGSPROBLEM I MATEMATIK

Som redan konstaterats hämtas i den aktuella litteraturen en övervägande majoritet av förklaringarna till elevernas svårigheter i matematik i den aktuella litteraturen från det *medicinsk/neurologiska* området. Finns det då andra orsaker till problemen? Ja, speciellt om sökningen i databasen utökas till även andra sökord inom problemområdet. En sådan sökning ger även en annan bild av orsakerna till att en elev hamnar i matematikproblem.

En orsak som ofta lyfts fram är oro eller i svårare fall ångest kopplad till matematikinlärningen (math anxiety). Flickor visar sig påverkas mer än pojkar av stressituationen, vilket i större utsträckning försämrar deras resultat (von Aster 1994). Det finns enligt Ashcraft (1995) ett stort antal forskningsrapporter i ämnet och han rekommenderar Hembrees metaanalys från 1990 som en sammanfattning. Ashcraft menar att *math anxiety* är en ”genuin fobi” eftersom samtliga kriterier för en fobi kan observeras. Han pekar på att denna ångest leder till undvikande beteende, alltså allt mindre matematikträning, en mycket olycklig utveckling för de elever som i själva verket behöver mycket träning. Vidare har man kunnat se att lågpresterande elever gärna byter ”rätt” mot ”fart”, alltså hellre försöker ge intryck av att kunna matematik genom att räkna många uppgifter än att istället sänka farten och räkna rätt. Shalev m fl (2001) menar dock att detta inte är en orsak till elevernas problem utan något som ”förvärrar” dyskalkylin. Andra forskare som lyft fram ångesten som en orsak till elevers misslyckanden är Gordon (1992), Case, Harris och Graham (1992), White m fl (1992), Magne (1998), Peterson och Mercer (1998).

Andra återkommande förklaringar till problemet är sociologiska, som exempelvis hemförhållanden, socioekonomiska status, annan etnisk bakgrund, med mera. Man har till exempel kunnat följa förändringar av testresultat som tydligt visar på hur missgynnade elever från socioekonomiskt försummade hem är, något som också innebär att dessa elever blir mer beroende av sina lärare (Sharma, 1998). Broman, Bien och Shaughnessy (1985), O'Hare, Brown och Aitken (1991), Gordon (1992), Ginsburg (1997) samt Skolverkets longitudinella studie (Skolverket 1996) pekar också på betydelsen av den socioekonomiska nivån i hemmet för att eleven ska lyckas med skolmatematiken. Betydelsen av att studera hela elevens situation, elevens kontext, som förklaring till misslyckanden i matematikämnet understryks av bland annat Geary

(1994), Rivera (1997) och Reusser (2000). Ginsburg (1997) menar till och med att det är omöjligt att diagnostisera utan att ta hänsyn till elevens kontext. Strukturella orsaker, som stora undervisningsgrupper, inadekvat undervisning eller föräldrars låga utbildningsnivå, nämns också ofta som tänkbara orsaker till problemen.

Även den israeliska forskargruppen refererar till flera av dessa alternativa förklaringar men väger, som tidigare konstaterats, in dessa förklaringar i mycket begränsad omfattning vid diagnostisering av dyskalkyli (Gross-Tsur m fl 1996, Shalev m fl 2001).

DISKUSSION

Att utföra räkneoperationer är en extremt komplicerad kognitiv process som kräver ett stort antal utvecklade färdigheter (Ardila & Rosselli 2002). Därför blir också inlärningsproblem i matematik ett komplext och mångfacetterat problemområde där det sällan går att visa på en specifik orsak till uppkomsten av svårigheterna (Gordon 1992, Geary 1994, Hughes & Kolstad 1994, Taìr, Brezer & Arielf 1997, Ginsburg 1997). Vi är ännu långt ifrån att förstå den matematiska processen och varför vissa har problem med att lära sig detta (Sharma, 1998). Den här litteraturgenomgången visar att vägen till den förståelsen förmodligen är lång och att tvärvetenskaplig forskning på området måste prioriteras. Genomgången visar också att det finns en rad tveksamma och otydliga omständigheter kring dyskalkylibegreppet och diagnostiseringsförfarandet. En slutsats av litteraturgenomgången är att man bör förhålla sig skeptisk till att 6% av befolkningen skulle ha dyskalkyli (dyskalkyli skulle i så fall vara skolans enskilt största problem med uppemot 80 000 drabbade elever). Ytterligare några slutsatser som kan dras är:

Det är problematiskt med definitionen av dyskalkyli. Det råder en stor oenighet vad gäller definitionsfrågan för elever i matematikproblem. Som en följd av detta finns heller inga allmänt accepterade diagnoskriterier. I dagsläget bör därför diagnosen *dyskalkyli* användas med stor försiktighet, varför arbetet med att strukturera upp fältet och enas om terminologi och kriterier för diagnostisering av elever i matematikproblem bör prioriteras.

Sök förklaringar ur ett bredare perspektiv. I dagsläget förefaller neurologer och neuropsykologer ha tolkningsföreträde på ett område som i stor omfattning har en pedagogisk bas. Kravet på att först koppla in ”extern expertis” innan åtgärdsprogram utarbetas på skolorna har ökat. Läraren, som i själva verket är den som har den bästa insikten om elevens problem, har många gånger hamnat i bakgrunden och passiviserats. Kognition är alltid situerad (Ginsburg 1997), därför är det viktigt att elevens hela situation, kontext, vägs in när orsakerna till problem kartläggs. Skolmiljön och lärarens åsikter måste få större utrymme och orsaken bör som Magne framhåller primärt sökas i det sociokulturella fältet (Magne 1998).

Diagnoserna är osäkra. Många frågetecken kan sättas kring diagnostiseringsförfarandet speciellt eftersom uppemot 80% av alla diagnoser kan vara felaktiga (Ginsburg 1997). Hur tillförlitlig är exempelvis resultaten från tester på kliniker och specialpedagogiska mottagningar då man vet att just elever i problem är de som påverkas mest negativt av prov och diagnossituationer? Värdet av en dyskalkylidiagnos i dagsläget måste ifrågasättas, inte bara på grund av tveksamheter kring begreppet dyskalkyli utan även de många svårigheterna som finns kring de existerande diagnoserna. Högt upp på prioriteringslistan står därför ett omfattande tvärvetenskapligt arbete där en brett upplagd diagnostiseringsmodell arbetas fram där elevens problem beaktas utifrån såväl pedagogisk/didaktisk-, psykologisk-, sociologisk- och medicinsk/neurologisk perspektiv.

Noter

1. Begreppet ”eleven i matematiksvårigheter” står för ett *relationellt* perspektiv på problemet. Se fotnot 5 och 6 för en utveckling av *relationellt* respektive *kategoriskt* perspektiv.

2. Siffran är hämtade ur Bibliotekstjänsts (BTJ) artikelsök.

3. Mellan 1500–2000 sidor forskningslitteratur har i ett första steg sammanfattats till 130 sidor. Utifrån detta har sedan ytterligare ett urval måst göras vilket innebar att referenser och citat i denna text inte på något sätt skall ses som heltäckande utan som typiska exempel från den aktuella litteraturen.

4. Aktuell forskningslitteratur på engelska, svenska, norska och danska har hämtats från den nationella Biblioteksdatabasen LIBRIS samt Umeå universitetsbiblioteks databas ALBUM. Dessutom har följande databaser använts: AMED 1985–2003/03, Biological Abstracts 1990–2003/02, CINAHL 1982–2002/12, ERIC 1992–2003/03, LLBA 1973–2003/03, MEDLINE 1993–2003/04, Psycinfo 1993–2003/04, SERFILE 2003 Sociological Abstracts 1986–2003/03. Viss relevant äldre litteratur har också genomgåtts samt även en mindre del andrahandsreferenser till litteratur före 1993. Då kriterier och benämningar av problemområdet varierar och är otydliga används i stor utsträckning forskarnas egna termer, då företrädesvis på engelska.

5. Med kategoriskt menas här inte betydelsen ”dogmatisk” utan närmast i betydelsen ”obetingad, absolut, ovillig”. Svårigheterna benämns och bestäms med hjälp av diagnoser på avvikelser från vad som betraktas som normalt enligt en medicinsk-psykologisk modell. ”Eleven *med* svårigheter”.

6. Förståelsegrunden för elevens handlande står att finna i samspelet eller interaktionen mellan olika aktörer. Grunden för handlandet står inte att finna i en enskild individs beteende förändringar i omgivningen förutsätta kunna påverka elevens möjligheter att uppfylla sina mål. ”Eleven *i* svårigheter”.

7. ”Dys-funktion” är medicinsk term för störd eller rubbad funktion hos ett organ (Nationalencyklopedin, 1991).

8. En beteckning som används av American Psychiatric Association, 1994.

9. WHO:s internationella sjukdomsklassifikation, *International Classification of Diseases (ICD)* från 1990.

10. *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*. Fourth Edition. American Psychiatric Association, 1994.

11. Vid en databassökning bland forskningslitteratur under perioden 1992–2002 fick *dyslexi* 6380 träffar mot 229 för *dyskalkyli*.

12. Definition av diskrepanskriteriet enligt Shalev m fl (2000), ”operative definitions of developmental dyscalculia (DC), like for other learning disabilities, relay on the discrepancy between intellectual potential and achievement, or a discrepancy of at least two years between chronological grade and level of achievement” (s 59).

13. Siffror hämtade från Central Bureau of Statistics i Israel, http://www.cbs.gov.il/engindex.htm.

Referenser

Ahlberg, A. (2001): *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.

Alarcon, M., DeFries, J.C., Gillis Light, J., & Pennington, B.F. (1997): A twin study of mathematics disability. *Journal of Learning Disabilities, 30*(6), s 617–623.

Ardila, A., & Rosselli, M. (2002): Acalculia and dyscalculia. *Neuropsychology Review, 12*(4), s 179–231.

Ashcraft, M.H. (1995): Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognitition, 1*(1), s 3–34.

Aster von, M. (1994): Developmental dyscalculia in children: Review of the literature and clinical validation. *Acta Paedopsychiatrica, 56,* s 169–178.

Aster von, M. (2000): Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: Varieties of developmental dyscalculia. *European Child & Adolescent, 9,* s 41–57.
Badian, N.A. (1983): Dyscalculia and Nonverbal Disorders of Learning. *Progress in Learning Disabilities, 5,* s 235–264.
Broman, S., Bien, E., & Shaughnessy, P. (1985): *Low Achieving Children. The First Seven Years.* New Jersey: Lawrence Erlbaum.
Bryant, D.P., Bryant, B.R., & Hammill, D.D. (2000): Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities, 33*(2), s 168–177.
Case, L.P., Harris, K.R., & Graham, S. (1992): Improving the mathematical problem-solving skills of students with learning disabilities: Self-regulated strategy development. *The Journal of Special Education, 1,* s 1–19.
D'Angiulli, A., & Siegel, L.S. (2003): Cognitive functioning as measured by the WISC-R: Do children with learning disabilities have distinctive patterns of performance? *Journal of Learning Disabilities, 36(1),* s 48–58.
Emanuelsson, I., Persson, B., & Rosenqvist, J. (2001): *Forskning inom det specialpedagogiska området – en kunskapsöversikt.* (Skolverkets monografiserie). Stockholm: Liber.
Engström, A. (1999): *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik.* Arbetsrapporter vid Pedagogiska institutionen, 2. Örebro universitet.
Evans, R. & Goodman, K. (1995): A review of factors associated with young children's difficulties in acquiring age-appropriate mathematical abilities. *Early Child Development and Care, 114,* s 81–95.
Faust, M.W., Ashcraft, M.H. & Fleck, D.E. (1996): Mathematics anxiety effects in simple and complex addition. *Mathematical Cognitition, 2*(1), s 25–62.
Geary, D.C. (1994): *Children's Mathematical Development.* Washington: American Psychological Association.
Geary, D.C., & Hoard, M.K. (2001): Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology, 75*(7), s 635–647.
Ginsburg, H.P. (1997): Mathematics Learning Disabilities: A View from Developmental Psychology. *Journal of Learning Disabilities, 30*(1), s 20–33.
Ginsburg, H.P. (1998): Mathematics education and students with learning disabilities. I D.P. Rivera, red: *Mathematics Learning*

Disabilities: A View from Developmental Psychology, s 33–58. Austin: PRO-ED.

González, J.E.J., & Espinel, A.G.E. (2002): Strategy choice in solving arithmetic word problems: Are there differences between students with learning disabilities, G-V poor performance and typical achievement students? *Learning Disability Quarterly, 25,* s 113–122.

Gordon, N. (1992): Children with developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology, 34*(5), s 459–463.

Grafman, J. & Romero, S. (2001): Appearances may not be deceiving: Calculation deficits due to a brain structure abnormality in neurologically normal children. *Brain, 124*(9), s 1681–1682.

Gross-Tsur, V., Manor, O. & Shalev, R.S. (1993): *Developmental Dyscalculia, Gender, and the Brain, 68,* s 510–512.

Gross-Tsur, V., Manor, R. & Shalev, R.S. (1996): Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology, 38,* s 25–33.

Gross-Tsur, V., Shalev, R.S., Manor, O., &. Amir, N. (1995): Developmental right-hemisphere syndrome: Clinical spectrum of the nonverbal learning disability. *Journal of Learning Disabilities, 28*(2), s 80–86.

Hittmair-Delazer, M., Sailer, U. & Benke, T. (1995): Impaired arithmetic facts but intact conceptual knowledge – a singel-case study of dyscalculia. *Cortex, 3,* s 139–147.

Hughes, S. & Kolstad, R. (1994): Dyscalculia and mathematics achievement. *Journal of Instructional Psychology. 21,* s 1–4.

Høien, T., & Lundberg, I. (1992): *Dyslexi*. Stockholm: Natur och Kultur.

Jordan, N.C., & Montani, T.O. (1997): Cognitive arithmetic and problem solving: A comparison of children with specific and general mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 30,* s 6–12.

Kaufman, L. (2002): More evidence for the role of the central executive in retrieving arithmetic facts – A case study of severe developmental dyscalculia. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology,* s 302–310.

Knudsen, G. (1999): *Kartlegging av grunnkurselevers manglende matematikkferdighet og holdninger till matematikk*. Oslo universitet. [Hovedfagsoppgave i spesialpedagogikk.]

Kosc, L. (1974): Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities, 7*(3), s 46–59.

Kosc, L. (1986): Progress of Dr. Ladislav Kosc's Work on Dyscalculia. *Focus on Learning Problem in Mathematics, 8*(3/4), s 47–119.

Levin, H., Scheller, J., Rickard, T., Grafman, J., Martinkowski, K., Winslow, M., & Mirvis, S. (1996): Dyscalculia and dyslexia after right hemisphere injury in infancy. *Archives Neurology, 53*(1), s 88–96.

Lewis, C., Hitch, G.J, & Walker, P. (1994): The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-year-old Boys and Girls. *Journal of Cognition Psychology and Psychiatry 35,* s 283–292.

Levy, L.M., Levy Ries, I., & Grafman, J. (1999): Metabolic abnormalities detected by 1H-MRS in dyscalculia and dysgraphia. *Neurology, 53,* s 1–5.

Lindsay, R.L., Tomazic, T., Levine, M.D., & Accardo, P.J. (1999): Impact of dysfunction in dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology, 41,* s 639–642.

Lindsay, R.L., Tomazic, T., Levine, M.D., & Accordo, P. J. (2001): Attentional function as measured by a continuous performance task in children with dyscalculia. *Journal of Developmental & Behavioural Pediatrics, 22*(5), s 287–292.

Lunde, O. (2001): *Tilrettelagt opplæring for matematikkmestring.* Klepp st: InfoVest forlag.

Lunde, O., Hole, K., & Hansen, A. (1999): *Lærevansker i norsk og matematikk* (PP-tjenestens materiellservice monografi nr 24). Jaren: PP-tjenestens materiellservice.

Lyytinen, H., Ahonen, T., & Räsänen, P. (1994): Dyslexia and dyscalculia in children – Risks, early precursors, bottlenecks and cognitive mechanisms. *Acta Paedopsychiatrica, 56,* s 179–192.

Lärarnas Riksförbund (1999): *Vitboken. Svart på vitt om skolan.* Stockholm: Lärarnas Riksförbund.

Macaruso, P., & Sokol, S.M. (1998): Cognitive neuropsychology and developmental dyscalculia. I C. Donlan, red: *The Development of Mathematics Skills. Studies in Developmental Psychology*, s 201–225. London: Psychology Press.

Magne, O. (1992): Dysmathematik. Fakta och teorier om matematikinlärning för handikappade elever. *Nordisk Tidskrift för Spesialpedagogikk, 3,* s 131–149.

Magne, O. (1998): *Att lyckas med matematik*. Lund: Studentlitteratur.

Magne, O. (2001): Varför kan Stina räkna men inte Per? *Spesialpedagogik, 3,* s 3–8.

Marshall, R.M., Schafer, V.A., O'DonnelI, L., Elliott, J. & Handwerk, M.L. (1999): Arithmetic disabilities and ADD subtypes: Implications for DSM-IV. *Journal of Learning Disabilities, 32(3),* s 239–247.

McCloskey, M. , Caramazza, A.,& Basili, A. (1985): Cognitive mechanisms in number processing an calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition, 4*, s 171–196.

McNeil, J. E., & Warrington, E. K. (1994): A dissociation between addition and subtraction with written calculation. *Neuropsychologia, 32*(6), s 717–728.

Miles, T.R. (1992): Some theoretical considerations. I T.R. Miles & E. Miles, red: *Dyslexia and Mathematics*. London: Routledge.

Nationalencyklopedin. (1994): Höganäs: Bra Böcker.

Neumärker, K-J. (2000): Mathematics and the brain: Uncharted territory? *European Child & Adolescent Psychiatry*, s 2–10.

O'Hare, A.E., Brown, J.K., & Aitken, K. (1991): Dyscalculia in children. *Developmental Medicine and Child Neurology, 33*(4), s 356–361

Ostad, S.A. (1999): *Elever med matematikkvansker. Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv.* Oslo: Unipub forlag.

Peterson Miller, S. & Mercer, C.C. (1998): Mathematics Education and Students with Learning Disabilities. I D.P. Rivera, red: *Educational Aspects of Mathematics Disabilities*, s 81–96. Austin: PRO-ED.

Price, N., & Youé, S. (2000): The problems of diagnosis and remediation of dyscalculia. *For the Learning of Mathematics, 20*(3), s 23–28.

Qviström, D. (2000, oktober, 1): Malin kan inte klockan. *Expressen,* s 1, 10–11.

Ramaa, S., & Gowramma, I.P. (2002): A systematic procedure for identifying and classifying children within dyscalculia among primary school children in India, *Dyslexia, 8,* s 67–85.

Reusser, K. (2000): Success and failure in school mathematics: Effects of instruction and school environment. *European Child & Adolescent Psychiatry, 9,* s 17–26.

Rivera, D.P. (1998): Mathematics education and students with learning disabilities. I D.P. Rivera, red: *Mathematics Education for Students with Learning Disabilities – Theory to Practice*, s 1–31. Austin: PRO-ED.

Rivera, D.P., red. (1997): Mathematics education and students with learning disabilities: Introduction to the special series. *Journal of Learning Disabilities, 30*(1), s 2–19.

Rourke, B.P. & Conway, J.A. (1997): Mathematics education and students with learning disabilities. I D.P. Rivera, red: *Disabilities of Arithmetic and Mathematical Reasoning Perspectives from Neurology and Neuropsychology,* s 59–79) Austin: PRO-ED.

Samuelsson, S. (2000): Begåvning och läs- och skrivsvårigheter – problem med diskrepans-kriteriet vid definitionen av dyslexi. *Scira, 1*, s 4–6.

Selikowitz, M. (1998): *Dyslexia and Other Learning Difficulties, the facts*. Oxford: Oxford University Press.

Shafrir, U., & Siegel, L.S. (1994): Subtypes of learning disabilities in adolescents and adults. *Journal of Learning Disabilities, 27*(2), s 123–134.

Shalev, R, S., Weirtman, R., & Amir, N. (1988): Developmental dyscalculia. *Cortex, 24,* s 555–561.

Shalev, R.S, & Gross-Tsur, V. (2001): Developmental dyscalculia. *Pediatric Neurology, 24*(5), s 337–342.

Shalev, R.S, Auerbach, J. & Gross-Tsur, V. (1995): Developmental dyscalculia behavioral and attentional aspects: A research note. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines, 36*(7), s 1261–1268.

Shalev, R.S, Auerbach, J. Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2000): Persistence of developmental. Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. *European Child & Adolescent Psychiatry, 9,* s 58–64.

Shalev, R.S, Manor, O., Amir, N., & Gross-Tsur, V. (1993): The acquisition of arithmetic in normal children: Assessment by a cognitive model of dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology, 35*, s 593–601

Shalev, R.S, Manor, O., Amir, R., Wertman-Elad, R., & Gross-Tsur, V. (1995): Developmental dyscalculia and brain laterality. *Cortex, 31,* s 357–365.

Shalev, R.S, Manor, O., Auerbach, J., & Gross-Tsur, V. (1998). Persistence of developmental dyscalculia: What counts? *The Journal of Pediatrics, 133*(3), s 358–362.

Shalev, R.S., & Gross-Tsur, V. (1993): Developmental dyscalculia and medical assessment. *Journal of Learning Disabilities, 26*(2), s 134–137.

Shalev, R.S., Manor, O., Kerem, B., Ayali, M., Badichi, N., Frielander, Y. & Gross-Tsur, V. (2001): Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities, 34*(1), s 59–65.

Share, D.L., Moffitt, T.E. & Silva, P.A. (1988): Factors associated with arithmetic-and-reading disability and specific arithmetic disability. *Journal of Learning Disabilities*, *21*(5), s 313–320.

Sharma, C. M. (1986): Dyscalculia and other learning problems in arithmetic: A historical prospective. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 8*(3 & 4), s 7–44.

Sharma, C. M. (1998): Diagnosis: What is the current agenda? *Focus on Learning Problems in Mathematics, 20*(1), s 26–34.

Siegel, L.S. (1999): Issues in the definition and diagnosis of learning disabilities: A perspective on Guckenberger. *Journal of Learning Disabilities, 32*(4), s 304-319.

Siegel, L.S. (2003): IQ-Discrepancy definitions and the diagnosis of LD: Introduction to the special issue. *Journal of Learning Disabilities, 36*(1), s 2–3.

Sjöberg, G. (2000): *Elever med specifika inlärningsproblem i matematik – Vilken information kan de nationella proven i åk 5 ge om dessa elever.* Umeå universitet, Pedagogiska institutionen. [D-uppsats].

Sjöberg, G. (2003): Bara en termin kvar. *Nämnaren,* 2, s 14–20.

Skolverket (1996): *Vad betyder social bakgrund och kön för resultaten i matematik*. Stockholm: Liber.

Skolverket (2001a): *Beskrivande data om barnomsorg, skola och vuxenutbildning 2001*. Rapport, 195. Stockholm: Liber.

Skolverket (2001b): *Barn, personal, elever och lärare*. Barnomsorg skola och vuxenutbildning i siffror 2001 del 2. Rapport, 198. Stockholm: Liber.

Sokol, S.M., Macaruso, P., & Gollan, T.H. (1994): Developmental dyscalculia and cognitive neuropsychology. *Developmental Neuropsychology, 10*(4), s 413–441.

Stanescu-Cosson, R., Pinel, P., van de Moortele, P-F., Le Bihan, D. & Dehaene, L.C.S. (2000): Understanding dissociations in dyscalculia. A brain imaging study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculation, *Brain, 123*, s 2240–2255.

Sullivan, K.S., Macaruso, P. & Sokol, S.M. (1996): Remediation of Arabic numeral processing in a case of developmental dyscalculia. *Neuropsychological Rehabilitation, 6*(1), s 27–53.

Svenska kommunförbundet. (2001): *Aktuellt om skolan, augusti 2001*. Stockholm: Kommunförbundet.

Taír, J. Brezner, A & Arielf, R. (1997): Profound developmental dyscalculia: Evidence for a cardinal/ordinal skills acquisition device. *Brain and Cognition, 35,* s 184–206.

Temple, C.M. (1994): Developmental and acquired disorders of childhood. In I. Rapin & S.J. Segalowitz, red: *Handbook of Neuropsychology, 6,* s 93–114. Amsterdam: Elsevier.

Temple, C.M. (1997): Cognitive neuropsychology and its application to children. *The Journal of Child Psychology and Psychiatry, 38*(1), s 27–52.

White, J. L., Moffitt, T.E., & Silva, P.A. (1992): Neuropsychological and socio-emotional correlates of specific-arithmetic disability. *Archives of Clinical Neuropsychology, 7,* s 1–16.

Dansk som andetsprog i matematikundervisningen

Michael Wahl Andersen

Center for Higher Education Copenhagen & North Zealand, Denmark

Abstract

The hypothesis for this development work is that the learner's language and communicative competence in Danish as well as in the mother thong language have influence on the quality of the learning of mathematics. It is not often that it is the mathematics there are the problem, but more the meeting with the language and the communication in the classroom that is the problem. The teaching of mathematics is very dependent of the learner's language comprehension, but it often happen that language and communication is separated in the teaching of mathematics. Therefore the learners do not get the opportunities to develop the language and communication skills, which is a necessity for successful learning of mathematics. If language is crucial for the development of higher order thinking in mathematics, is it very important that the learner is given the opportunity to use language and participate in the common classroom communication.

INDLEDNING

> The language used can only be the language we have (Brookes 1971).

I forbindelse med inklusionen af tosprogede elever i grundskolen i Danmark har der overvejende været lagt vægt på kulturmødet. Den faglige undervisning af tosprogede elever har været underprioriteret. Det tog man i Københavns kommune konsekvensen af i foråret 2002. Her igangsatte man – under ledelse af cand. pæd. Ph.d. Helle Laursen – et udviklingsarbejde med fokus på undervisningen af tosprogede elever i matematik, naturfag samt fremmedsprog (Engelsk, tysk og fransk). Udviklingsarbejdet blev afsluttet maj 2003 med rapporten "Dansk som andetsprog i fagene". Det er dele af dette udviklingsarbejde, der er gengivet i denne artikel.

Udviklingsarbejdet og det tilhørende rapportafsnit om matematik er blevet udarbejdet af: Michael Wahl Andersen, Steffen Gormsen, Kirsten Haase, Christina Hagsbro, Jonna Høegh, Susanne G. Larsen, Willy Schneider, Tore Sørensen.

Hypotesen for udviklingsarbejdet var at elevernes sproglige kompetence på dansk såvel som på modersmålet havde indflydelse på kvaliteten af elevernes matematiklæring. Høines (1997) formulerer det på følgende måde "Ofte er det ikke matematikken, der er problemet men mødet med sproget og kommunikationen".

Det sker ofte, at sprog og matematiklæring skilles ad, hvorfor eleverne ikke bibringes de sproglige kompetencer, der er en forudsætning for at lære matematik.

Rönnberg og Rönnberg (2001) problematiserer denne opdeling af matematiklæring og sproglæring. De argumenterer for, at undervisningen i matematik stiller store krav til elevernes sprogbeherskelse. Da sproget har en væsentlig indflydelse på udvikling af elevernes tænkning – også i matematik – er det en indlysende fordel, at eleverne får mulighed for at anvende det sprog, de behersker i matematik. Savignon (1997) argumenterer for, at begrebsdannelsen udvikles ved, at man kobler ny viden til allerede eksisterende viden. De kognitive strukturer der opbygges relaterer sig med andre ord til de lingvistiske input eleven modtager og med elevens allerede eksisterende viden på første og andet sproget.

For at kunne tilrettelægge et undervisningstilbud der inddrager ovenstående problemstillinger kan man for eksempel:

- tilrettelægge undervisningen i matematik således at den sproglige dimension styrkes, tilgodeser alle elever, og at tosprogede elever får mulighed for at deltage aktivt i undervisningen,
- give læreren redskaber til at afgøre hvilke forhold der påvirker kvaliteten af elevernes tilegnelse af viden og kunnen i matematik.

Faldgruppen i denne sammenhæng er, at læreren forsøger at undgå den sproglige dimension for at tilgodese de tosprogede elever; ved kun at stille opgaver uden kontekst eller skrive de bare ligninger i matematisk symbolsprog.

SPROGET

Sprog skal læres i en kontekst og når der er brug for det. Brown (1997) udtrykker relationen mellem sprog og matematiklæring på følgende måde:

> I suggest that since language is so fundamental, to the social formation and the individual construction of mathematical ideas, it conditions all mathematical experience (Brown 1997).

Da der endnu ikke er fuld klarhed over, hvilken betydning sproget har for læring i matematik, argumenterer Dale og Cuevas (1987) for, at sproget spiller en sandsynlig rolle i følgende sammenhænge:

- Der ser ud til at være en høj korrelation mellem tosprogede elevers færdigheder i læsning og deres fremgang i matematik, især når det gælder problemløsningsopgaver der er indlejret i sproglige kontekster.
- Sproget fungerer som formidler for matematisk tænkning og refleksion. Pointen er at matematisk tænkning medieret gennem lingvistiske processer, er en forudsætning for fremgang i matematik.
- Matematiklæring fordrer at eleverne tilegner sig metakognitive kompetencer i matematik for at kunne udtrykke reflekterede matematiske tanker og ideer.
- Sproget, der anvendes i matematik, er en integreret del af de matematiske begreber, processer og applikationer det udtrykker.

Derfor bør undervisning i matematisk sprog ikke adskilles fra matematikundervisning. Eleverne får ofte mulighed for at praktisere læsning og lytning i matematikundervisningen, men mere sjældent får de også mulighed for at tale eller skrive om matematik.

Lærerne bør selv bruge det skrevne og talte sprog som de ønsker at eleverne skal bruge. Hvis tosprogede elever med succes skal inkluderes i skolen, skal læreren have mulighed for at finde frem til, hvilken støtte der skal gives den enkelte. Eleven har nogle forudsætninger men også nogle individuelle potentialer, som kræver støtte. Elevernes sproglige begrebsdannelse skal udfordres. Når eleven skal lære matematik, udfordres de af to sprog – dels dansk og dels matematik, som også fungerer som et fremmedsprog.

HVORDAN HJÆLPES ELEVEN TIL AT UDVIKLE STRATEGIER TIL AT UDVIKLE "TO FREMMEDE SPROG" SAMTIDIG?

Høgmo (1997) argumenterer for at tosprogede elever har problemer når de skal deltage i samarbejde eller klassediskussioner hvor det er en forudsætning, at de skal tolke det andre siger. Mange tosprogede elever har vanskeligt ved at tilegne sig information og reagerer inadækvat i et sprogligt samarbejde.

En konsekvens af dette er stadig ifølge Høgmo at tosprogede elever ofte har store vanskeligheder ved problemløsning i matematik. Høgmo (1997) har fundet at tosprogede elever var på niveau med etsprogede elever når det gjaldt færdigheds- og mekanisk regning, hvorimod der var markante forskelle ved problemløsningsopgaver, der var indlejret i tekst, altså situationer hvor eleverne måtte tolke en tekst og foretage beregninger med udgangspunkt i tolkningen. For at vælge operationer der fører til korrekte løsninger må eleverne være fortrolige med et specialiseret ordforråd. De skal også være i stand til at identificere specielle relationer mellem nøgle ord og andre ordgrupper, der er væsentlige for problemløsningen. Man skal dog være opmærksom på, at læsetræning ikke i sig selv er nok. Knifong (1976) fandt i en undersøgelse, at elevernes læsefærdigheder spillede en mindre rolle, når det gjaldt om, at analysere data og finde løsninger. En konsekvens heraf måtte være, at læsetræning i sig selv ikke nødvendigvis resulterer i en signifikant fremgang, når det gælder læring i matematik.

Vi har arbejdet videre med Nämnarens (1996) model. Vi tænker på denne model, som på et hus. I fase 1 bygges fundamentet. I fase 2 bygges solide bæredygtige vægge og vinduerne ud til verden sættes i. I fase 3 lægges taget på og hele byggeriet evalueres. Der kan efterfølgende bygges nyt, udbygges eller lægges flere etager på.

I hver enkelt fase parallelbygges der både sprogligt og matematisk.

AKTIVITET	HENSIGT
Før problemløsningsaktiviteten (fase 1)	
Plenum, gruppe eller makkerarbejde:	
Læs teksten grundigt Diskuter ord og formuleringer efter behov.	At illustrere betydningen af at læse problemet nøje for at forstå det. Skærpe elevens sproglige opmærksomhed mod andetsproget(læs her det danske sprog og matematiksproget).
Stil åbne spørgsmål som relaterer til forståelsen af problemet. Fokuser på, hvad der spørges om, og hvilke data der behøves for at løse problemet.	Skærpe elevernes opmærksom på, at det er vigtigt at afgøre om de forskellige data i opgaven er betydningsfulde eller ej. Give eleverne mod og strategier til at angribe tekster/problemer, der synes vanskelige.
Eleverne foreslår (skriftligt eller mundtligt) mulige løsningsstrategier. Censurer ikke og vurder ikke idéerne på dette tidspunkt.	Eleverne skal ende med at få tillid til, at de er i stand til at opstille løsningsstrategier. Læg op til fleksibilitet og opdagelse. Sammenfattende skal fase 1 sikre at eleven ikke vælger reduktionsstrategier (Holm og Laursen 2000, s 79).

Aktivitet under elevernes arbejde med problemet (fase 2)

Plenum, grupper eller makkerpar:

Vær opmærksom på eleverne mens de arbejder. Stil åbne spørgsmål til deres arbejde. Læreren er aktiv, men passer på ikke at lægge eleverne ord i munden.	At læreren danner sig et billede af elevernes styrker og svagheder ved problemløsning. Styrke egen refleksion ved elevarbejde. Give eleverne mulighed for at bruge og udvikle matematiksproget.
Giv ledetråde til elever, der er kørt fast. Stil spørgsmål(lærer eller elev) til eleverne, der hjælper eleverne til at forstå problemet, hvis det behøves. Vær sikker på, at der er hjælp at hente til problemløsningen; materialer, illustrationer, opslagsbøger etc.	Støtte eleverne så der ikke kommer over uoverstigelige forhindringer, der hindrer problemløsningen og giver negative oplevelser. Selvstændiggøre eleverne.
Eleverne skal sammenholde deres svar med de givne forudsætninger.	Udvikle elevernes formåen til at vurdere deres arbejde.
Giv et nyt problem til elever der er tidligt færdige. Evt. af samme slags. Eller lad eleverne formulere tilsvarende opgaver, som de giver til hinanden.	Hjælpe eleverne til at generalisere løsninger. Eleverne opnår en højere grad af forståelse for en opgavetypes opbygning, når de selv producerer dem.

Dialog efter elevernes problemarbejde (fase 3)

I plenum, grupper eller makkerpar:

Diskuter elevernes løsninger på problemet. Vis om muligt forskellige måder at løse problemet på.	Støtte elevernes bevidsthed om hvornår de benytter en bestemt strategi. Stimulere til fleksibilitet.
Sammenlign de forskellige strategier, der er fra forskellige makkerpar, grupper, elever.	Hjælp eleverne til at genkende problemer der påvirker problemarbejdet
Benyt lejligheden til at lade eleverne argumentere for deres valg af strategi i plenum, grupper, makkerpar	Sproglig og matematisk refleksion.
Sammenlign det løste problem med tidligere løste problemer.	Udvikle generaliseringer.
Diskuter specielle indslag i problemet som fx misledende eller overflødig information.	

Det er vigtigt at være opmærksom på at vi også har at gøre med 2. og 3. generationsindvandrere/flygtninge – derfor er det ikke sikkert at de på deres modersmål har begreberne og sproget på plads. Det vigtigste er derfor at handle med forståelse fordi matematikundervisning også er sprogundervisning.

LÆRINGSMILJØ DER MEDTÆNKER TOSPROGEDE ELEVER

I forbindelse med tilrettelæggelsen af en undervisning, der medtænker de tosprogede elever, er der forskellige steder man kan sætte ind. For eksempel i forhold til:

LÆREREN

Læreren skal kunne afgøre om der er tale om et sprogligt, matematisk eller kulturelt problem. Dette kræver at læreren udover faglig og didaktisk kompetence har en forståelse for dansk som andetsprog og interkulturel kompetence.

Der findes ikke deciderede testmaterialer til at afgøre, om der er tale om et sprogligt eller matematisk problem. Læreren må gennem samtalen/dialogen med sin elev afdække karakteren af elevens problem. Det kræver, at læreren generelt tilrettelægger sin undervisning på en sådan måde, at samtalen prioriteres i matematiktimerne såvel mellem elever og lærere som elever indbyrdes.

Kommunikation mellem lærer og elever er en væsentlig del af en effektiv matematikundervisning. I et klasseværelse med mange tosprogede elever er kommunikationsleddet mere skrøbeligt og kan derfor lettere bryde sammen end i en klasse, hvor de flest etsprogede elever. Det er derfor vigtigt at lærere bruger en række forskellige strategier for at maksimere elevernes muligheder for at lære.

Når et nyt emne skal introduceres bør læreren lave en liste med de ord, der kan være nye for nogle eller alle elever. Efterhånden som ordene dukker op i emnet forklares de af elever der har forstået dem eller ved hjælp af tegninger. Læreren giver kun forklaringer hvis ingen i klassen kan.

En anden måde at kontrollere elevernes forståelse af et ord er at bede eleven om at give synonymer til ordet eller sætninger der forklarer ordet.

Alle nye ord og sammenhænge bør relateres til ord eller sammenhænge eleven allerede kender.

Det er vigtigt at læreren skaber en atmosfære hvor alle elever føler sig trygge til at deltage i diskussioner om matematik. Det er langt mere informativt at koncentrere sig om at finde ”gode” løsninger på matematiske problemer end at finde eller rette fejl. Det er ikke en god ide at spørge ”Har du forstået?” – mange elever fra andre kulturer svarer ”ja” bare for at være artige.

Vi mener, at man som lærer kan tydeliggøre sine meninger ved at

- anvende kropssprog,
- anvende visuelle ledetråde så som tegn og symboler, billeder, kort, konkreter, m m,
- tale langsomt i nøglesituationer,
- give ekstra opmærksomhed til vigtige ord,
- knytte kendt til ukendt,
- være opmærksom på at eleverne skal lære nyt på deres andetsprog, derfor skal såvel den faglige som den sproglige forforståelse med i alt hvad der arbejdes med,
- han/hun er opmærksom på brugen af førfaglige udtryk (for en uddybning heraf henvises til afsnittet om førfaglige begreber i herværende rapport).

Men eleverne danner sprog ved at bruge det. Sørg derfor for, at eleverne får mulighed for at anvende sproget i deres arbejde med matematik.

Det er blandt andet i dialogen med eleven, at læreren/lærer-teamet kan få en forestilling om, hvor elevens læringsblokeringen/ frustrationen er. Det er forståelsen for dette ”point of breakdown” der kan danne grundlaget for tilrettelæggelsen af den videre undervisning for den elev, der har brug for, matematikspecialunder-visning, sprogcenterundervisning, eller anden centerundervisning.

TO MÅDER AT STILLE SPØRGSMÅL PÅ

Måden man som lærer stiller spørgsmål på har indflydelse på kvaliteten af de sproglige og faglige overvejelser, eleverne skal gøre sig i forbindelse med undervisningen i matematik.

Hvor lukkede spørgsmål kan føre til en mekanisk spørgsmål/svar procedure, lægger åbne spørgsmål op til, at eleverne kan byde ind med deres aktuelle viden om et givent emne uden at skulle ligge under for en rigtig/forkert tænkning.

For at støtte eleverne i at sprogliggøre deres matematiske indsigt bør læreren anvende "åbne" spørgsmål. Eleverne bør vænnes til at finde løsninger selv eller sammen med andre. Læreren skal ikke komme med løsningen, men stille afklarende spørgsmål til eleven/eleverne som gør, at de kan "se" en vej til en løsning (for eksempel kontrollere elevernes opfattelse af hvad opgaven handler om, spørge hvilke strategier de kunne bruge). Arbejdet i små grupper fremmer kommunikationen om matematik.

Herunder følger to eksempler på henholdsvis et lukket og et åbent spørgsmål (Nämnaren 1996):

Lukket spørgsmål

"Se her børn, jeg holder en boks i hånden. Den har seks lige store sider, hver af dem er et kvadrat, vi kalder sådan en form for en … Hvem kan fortælle mig, hvad det er jeg holder i hånden?"

Åbent spørgsmål

"Se nøje på den boks jeg holder i hånden. Jeg sender den rundt, så I alle kan prøve at have den mellem hænderne …
Hvad kan I fortælle mig om denne boks?"

Spørgsmål der lægger op til, at eleven skal forholde sig beskrivende, argumenterende og reflekterende understøtter såvel den matematiske som den sproglige hypotese og begrebsdannelse.

Herunder følger en række eksempler (inspireret af Nämnaren 1996) på hvilke typer af spørgs-mål, der kan lægge op til samtale og diskussion.

Spørgsmål der kan indlede en diskussion

- Prøv at forklare hvorfor du tror det?
- Hvordan er du kommet til det resultat? Hvordan kan man vide det?
- Overbevis resten af os om at det stemmer?
- Er der andre der har samme svar men en anden forklaring?
- Hvilke ligheder er der på jeres forklaringer?

- Hvilke forskelle er der på jeres forklaringer?
- Er det sandt i alle sammenhænge? Hvordan vil du vise det?
- Hvad ved du? Hvilke antagelser vil du gøre?
- Hvordan kan man vise det ved hjælp af en model?

Spørgsmål der kan støtte eleverne i at formulere og løse problemer

- Hvad tror du er problemet?
- Mangler du noget for at kunne løse problemet?
- Er der oplysninger der er overflødige?
- Har du et forslag? Tør du gætte?
- Er det muligt at formulere problemet på en anden måde?
- Kan du finde et mønster?
- Hvad nu hvis …?
- Er det muligt at ændre på problemet for at få andre løsninger?
- Kan du komme i tanke om noget fra tidligere vi kan tage i anvendelse?
- Kan du finde nogen sammenhænge?
- Har du før arbejdet med lignende problemer?

ELEVEN

Et af de forhold, der har stor betydning for tosprogede elevers manglende læringsmuligheder, er, at de – som tidligere beskrevet – ikke besidder en tilstrækkelig sproglig kompetence for at deltage aktivt i undervisningen i matematik. Eleverne anvender derfor i stor udstrækning en eller flere af følgende strategier, når de skal arbejde selvstændigt:

- Eleverne anvender ”overfladeregning”. De ser på tallene i en opgave uden at reflektere over indholdet. Overvejelser af følgende type inddrages ”Hvis det største tal står først skal jeg nok trække fra. Hvis det mindste tal står først lægger jeg til”.

- Eleverne kopierer andre elevers arbejder.

- Eleverne svarer ”ja” til forståelsesspørgsmål fra læreren fordi det er frustrerende altid at skulle sige ”det forstår jeg ikke.

- Eleverne ”gemmer sig” i undervisningen.

- Eleverne udvikler procedurestrategier i matematik, hvor de ikke opbygger forståelse for det faglige indhold.
- Når eleverne arbejder med tekststykker i matematik hvor afkodningen af teksten skaber problemer, søger de efter de tal, der findes i opgaven "og gør et eller andet" uden reelt at have forstået problemstillingen i opgaven.

Der er med andre ord tale om læringsstrategier, hvori der ikke indgår faglig og sproglig tænkning. Disse læringsstrategier udvikler ikke elevernes faglige og sproglige kompetence – i værste fald fastholder de eleverne i deres eventuelle fejltænkning på en sådan måde at andre og mere hensigtsmæssige strategier udelukkes (Werthheimer 1945).

Der er forskellige forhold man kan være opmærksom på i forbindelse med elevernes læringsarbejde:

- Giv eleverne god tid til at observere og lytte.
- Lad eleverne anvende dansk når de synes, de er parat til det. Der er mange måder at vise viden og indsigt på.
- Det er vigtigt at eleverne arbejder med mange forskellige repræsentationsformer for at knytte an til kendte begreber eller læring af nye.

Ligeledes er der forskellige muligheder i forbindelse med gruppering af eleverne

- Hvis det er muligt så arbejd i makkerpar hvor eleverne har samme 1-sprog.
- Integrer etsprogede og tosprogede makkerpar.
- Vær opmærksom på at tosprogede elever kender fraser som: Det forstår jeg ikke, hvad betyder det, sig det igen o.a.

Det kan også være hensigtsmæssigt – om muligt – at lærerne tilegner sig indsigt i elevernes baggrund

- Hvis det er muligt, så tag kontakt til en modersmålslærer der kan give dig indsigt i de respektive landes læseplaner og mulige aktiviteter der kan støtte elevernes læring.
- Benyt ressourcepersoner og sprogcenter.
- Skoler uden sprogcenter – kan benytte tosprogskonsulenten.

Klasseværelset

Indret klasseværelset således, at der altid er materiale til at afprøve strategier. Udarbejd plancher (eleverne) således at de matematiske begreber er synlige i klassen.

Sæt mærkater på de forskellige materialer du anvender i matematik hvor materialet er benævnt på de sprog der tales i klassen og peg på mærkaterne når man refererer til materialet. Man kan ligeledes skrive ord og begreber der anvendes i undervisningen på de sprog der tales i klassen.

Elever lærer forskelligt (rent fagligt) og er mange forskellige steder i deres andetsprogstilegnelse, så derfor skal der naturligvis være mulighed for alle på alle niveauer (fagligt som sprogligt) at hente hjælp i klasserummet.

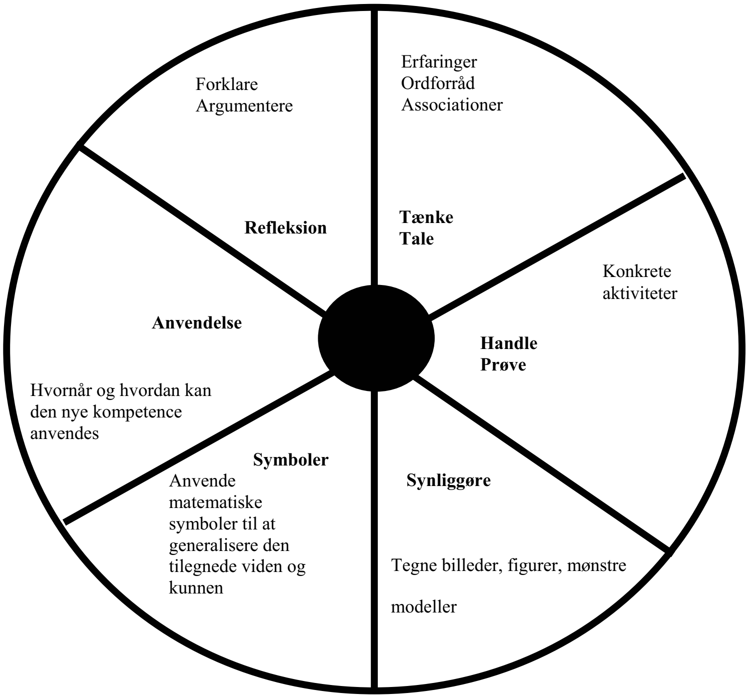
Der skal derfor skabes et matematikmiljø i klassen (ment rent konkret) – således at klasseværelset også er ”pyntet” med matematikplancher osv (og ikke kun dansklærerens plancher!!).

Faget

Når eleverne skal til at lære noget nyt, er det vigtigt, at de kan se et formål med, hvad de foretager sig. Tilfældige problemløsningsopgaver fra en tilfældig lærebog er måske ikke altid lige sagen.

Hvis udgangspunktet tages i en konkret, vedkommende problemstilling (for eksempel arrangement af en skolegårdsfest eller andet), vil det give eleverne en meget større indsigt for matematikkens anvendelighed, end hvis det bare var en problemløsningsopgave.

Inspiret af Malmer (1999) giver vi nogle bud på hvad man kan være opmærksom på i forbindelse med undervisningen af tosprogede elever. Vi tolker Malmers læringscirkel ud fra en systemteoretisk synsvinkel. Den systemiske forståelse gør det muligt at gå ind forskellige steder i cirklen for at understøtte elevernes læring, fordi tosprogede elever ikke er forudsætningsløse, når de starter i skolen.



Figur. Læringscirkel.

Erfaringer, ordforråd, associationer

Undervisningen må tage sit udgangspunkt i elevernes virkelighed og tilpasses efter deres varierede forudsætninger. Det er specielt vigtigt at skabe kontakt til de erfaringer eleverne allerede har. I relation til tosprogede elever er det vigtigt at afklare hvilke ord og begreber eleverne mestrer og på hvilket sprog disse ord og begreber er forankrede. Her kan det for eksempel være vigtigt at anvende tegninger konkreter som oversættelsesled fra det/de sprog hvor eventuelle begreber er forankrede, til det sprog der undervises på .

Det kan også være nødvendigt at skabe situationer, hvor eleverne kan tilegne sig de nødvendige faglige og sproglige erfaringer, der er forudsætning for at få noget ud af det undervisningsforløb, der skal til at løbe af stabelen.

Det er vigtigt at elevernes nysgerrighed stimuleres. De skal træne deres formåen til selv at undersøge, opdage, systematisere og opleve.

Handle, prøve

Konkrete handlinger er hjernens forlængede redskab, skriver Malmer. De elever, der kan arbejde kreativt og konkret, har væsentligt større forudsætninger for at få udbytte af den pågående proces som læring indebærer. Jo flere perceptuelle tilgange der anvendes jo bedre. Da ordene ifølge Dale og Cuevas (1987) betegner begrebet og samtidig med er en væsentlig del af begrebet, er det vigtigt, at eleverne får mulighed for at sprogliggøre deres handlinger som udgangspunkt for dannelsen af faglige begreber.

Synliggøre

På vej mod en abstraktion, kan det hjælpe mange elever med at strukturere deres tanker, at de anvender en repræsentationsform, som de selv vælger – tegninger, modeller m.m. Det bliver på den måde deres forståelse og begrebsliggørelse, der synliggøres. Anvend disse synliggørelser i det videre undervisningsforløb, som det for eksempel er foreslået i afsnittet om læreren.

Symboler

Det er vigtigt,at eleverne tilegner sig indsigt i de matematiske symbolers funktion og anvendelse.

Tosprogede elever kan have tilegnet sig denne viden på modersmålet, hvorfor symbolsproget kan virke som oversættelsesled til de ord og betegnelser der anvendes i undervisningen.

For eksempel ”Dette symbol ”½” hedder på engelsk *fraction*, på Islandsk *brot* på dansk kalder vi det for en *brøk*.”

Men man skal være opmærksom på, at nogle elever tror, at de mestrer matematikken, hvis de mekanisk kan reproducere diverse standardalgoritmer. Denne forståelse, af hvad det vil sige at kunne matematik, kan resultere i, at blandt andet tosprogede elever får vanskeligheder med problemløsningsopgaver i matematik, der er indlejret i sproglige kontekster.

Anvendelse

Læring er en proces, hvor resultatet resulterer i en omstrukturering af en persons viden og kunnen. Det er vigtigt at man i undervisningen fokuserer på matematikkens anvendelser for at understrege meningen med faget.

Refleksion

På dette niveau er eleverne i stand til at vurdere hvor og i hvilke situationer man med fordel kan anvende matematik. Matematik kan vel betragtes som et redskabsfag der indgår i mange forskellige sammenhænge. Den refleksive tænkning går igen både i sproget der benyttes samt de matematiske begreber der anvendes. Aktiviteter som de nedenstående kan være muligheder for at understøtte dette arbejde.

FAGLIGE AKTIVITETER

Benyt så vidt muligt undervisningssituationer hvor der er fokus på *samtal*e og *samarbejde*. Ved at arbejde i mindre grupper kan man etablere et mere trygt læringsmiljø, som bevirker at man tør udtrykke sig på andetsproget. Man skal dog være opmærksom på at aktiviteterne ikke kommer til at blokere for den sproglige udvikling, som jo netop var selve intentionen med aktiviteterne. I de efterfølgende eksempler er der vist, hvorledes forskellige klasser har arbejdet med nogle af disse faglige aktiviteter. Det drejer sig om at anvende metoder, der har sprogtilegnelsen i fokus samt skabe nogle undervisningsformer, som frigør læreren til både at have fokus på sprog- og matematiktilegnelse i klassen jævnfør afsnittet om læreraktiviteter før, under og efter elevernes problemarbejde.

Man skal som lærer gøre sig overvejelser over, hvorledes man kan udvikle metoder til at styrke elevernes sprogtilegnelse. Her vil det være vigtigt, at eleverne udvikler deres læringsstrategier med fokus på begrebsafklaring gennem skriftlig aktiviteter. Eleverne kan anvende faglig skrivning, problemløsningsark og begrebskort som et integreret hjælpemiddel, når de i samarbejdssituationer skal tilegne sig matematisk viden gennem deres andetsprog.

De spørgsmål, som læreren anvender for at lukke op til en samtale, må være åbne spørgsmål, så eleven får mulighed for at kunne komme på banen. Spørgsmål kan let udvikle sig til spørgsmål med kun ét svar eller ”en gæt hvad læreren tænker”. Eleverne skal opleve den tryghed det er, det er tilladt at fejle, da ethvert svar jo er elevens bedste bud også sprogligt på det pågældende tidspunkt. Andre spørgsmål skal være målrettet, når det drejer sig om at hjælpe eleven med at formulere og løse matematiske problemer. Her lægger lærer og elev sammen en struktur ned over opgave. Hvad ved du, hvilke oplysninger kan du forstå, hvilke kan du ikke forstå?

Læreren skal således have mange tilgange til sit stof. Den måde man stiller spørgsmål på i matematik er ofte meget abstrakt. Det kræver meget sprogligt overskud og stor sproglig indsigt, når matematiske begreber skal forklares samtidig med at de sproglige ord, begreber og talemåder skal tilegnes.

AFRUNDING

Det er vores erfaring at de undervisningsprincipper, -former og -metoder, man med fordel kan anvende i undervisningen, sætter fokus på forståelsen af de faglige begreber og principper samtidig med, at det sproglige register, der anvendes, udvikles og ekspliciteres gennem undervisningen.

Med de aktiviteter og øvelser, vi har valgt som eksempler i rapporten (Laursen 2003) og som ligeledes er anvendt i undervisningsforløbene, har vi søgt at integrere indhold og sprog på en sådan måde, at eleverne tilegner sig matematikken ud fra en grundlæggende forståelse af de underlæggende matematiske principper samtidig med, at de får mulighed for at udvikle deres sproglige kompetence, så de kan udtrykke deres faglige viden og kunnen på deres andetsprog.

REFERENSER

Adler, J. (2001): *Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms*. London: Kluwer Academic Publishers.

Brookes, B. (1971): What is education. I K. Calthrop & G. Owens, red: *Teachers for Tomorrow*, s 159–172. Portsmouth, NH: Heinermann.

Brown, T. (1997): *Mathematics Edudation and Language*. London: Kluwer Academic Publishers.

Dale, T.C. og G. J. Cuevas, (1987): Integrating Language and Mathematics Learning. I J. Crandall, red: *ESL through Content-Area Instruction*. Engelwood Cliffs, NJ: Prentice Hall Regents.

Dysthe, O. (1997): *Det flerstemmige klasserum*. Klim.

Erickson, E. (1989): *Get it Togther*. CA: University of California.

Ginsburg H.P., m.fl. (1993): Assesing mathematical thinking and learning potential in primary grade children. I M. Niss, red: *Investigations Into Assesment in Mathematical Education*. Dordrecht: Kluwer.

Hansen, V.R. m. fl., (1998): *Lærerprocesser potentialer og undervisningsdifferentiering*. Danmarks Pædagogiske Institut, København.
Holm, L. & Laursen, H. P. (2000): *Andetssprogsdidaktik*. Dansklærerforeningen, Clementtrykkeriet.
Høgmo, A. (1997): Læring fra monolog til dialog. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, (5).
Høines, M. J. (1998): *Begynneropplæringen*. Bergen: Caspar forlag.
Lund, K. (1996): *Andetsprogspædagogik*, s 48.
Lunde, O. (2001): Lære matte på to språk. *Specialpedagogik*, (3), s 69–75.
Lunde, O. (2002): *Rummelighed i matematik – bog B*. Viborg: Forlag Malling Beck.
MacGregor, M. & Moore, R. (1991): *Teaching Mathematics in the Multicultural Classroom. A Resource for Teachers and Teacher Educators*. Institute of Education, Melbourne University.
Malmer, G. (1999): *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.
Nämnaren tema (1996): *Matematik – ett kommunikationsämne*. Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.
Rönnberg, I. & L. Rönnberg (2001): *Minoriteselever och matematikutbilding – en litteraturöversikt*. Stockholm: Skolverket.
Savignon, S.J., (1997): *Communicative Competence. Theory and Classroom Practice. Texts and Contexts in Second Language Learning*. New York, NY:McGraw-Hill.
Wertheimer, M. (1945): *Productive thinking*. New York, NY: Harper and Row
Wood, D. (2002): *Hvordan børn tænker og lærer*. København: Hans Reitzelz forlag.

Voksnes regnefærdigheder/numeralitet – hvordan testes det?

Lene Østergaard Johansen

Aalborg University, Denmark

Abstract

How is it possible to evaluate adult's functional numeracy skills? In 2000 the results of the Second International Adult Literacy Survey (SIALS) was published. The Danish results were dramatic, 46 per cent of the adult population lack basic reading skills, and 28 per cent lack basic mathematical skills. The same year the New National Adult Numeracy Curriculum and the new education Preparatory Adult Education were introduced in Denmark. The participants in the new numeracy courses are offered a national test in the end of the course, and therefore a part of the curriculum development process has been to develop a kind of standard tasks for the New National Numeracy Tests. Both SIALS and the New National Numeracy Tests evaluate functional skills, but the two tests have a lot of differences. In this paper, I will develop an analytical tool to analyse tasks used to evaluate functional mathematical skills. I will use this tool to analyse both the tasks used in SIALS and some of the tasks used in the New National Numeracy Tests. On this basis I will discuss different ways of evaluating adult's numeracy skills.

INDLEDNING

Vi befinder os i en evalueringsbølge. Børn og voksnes viden og færdigheder bliver i disse år evalueret gang på gang, og resultaterne bliver sammenlignet og diskuteret nationalt og internationalt. Når et lands befolkning klarer sig dårligt i forhold til andre landes befolkninger, bliver resultaterne af undersøgelsen offentliggjort i dagspressen med store overskrifter. I Danmark har vi blandt andet set dette i forbindelse med OECD-undersøgelserne (TIMMS, PISA og SIALS). Politikerne bliver i pressen stillet til regnskab for dårlige resultater, og ofte sender politikerne regnskabet videre til uddannelsessystemet.

I foråret 2000 blev resultaterne af OECD-undersøgelsen "Second International Literacy Survey" (OECD 2000), kaldet SIALS, offentliggjort. SIALS-undersøgelsen undersøgte den voksne befolknings læse- og regnefærdigheder. De danske resultater var opsigtsvækkende. Undersøgelsen viste at 46% af den voksne danske befolkning (mellem 16 og 66 år) havde utilstrækkelige læsefærdigheder og 28%[1] af befolkningen havde utilstrækkelige regnefærdigheder i forhold til at kunne klare de komplekse krav, der stilles på arbejdsmarkedet og i dagligdagen (Jensen & Holm 2000).

De danske politikere handlede på disse resultater og i foråret 2000 fremlagde regeringen en reform af voksen efter- og videreuddannelsessystemet. I reformen var der en helt ny grundlæggende uddannelse for voksne, Forberedende voksenundervisning (FVU), der er det nederste led i voksenuddannelsessystemet. FVU består af to fag: FVU-læsning og FVU-matematik.

SIALS-undersøgelsen var den første større undersøgelse af voksnes regnefærdigheder i Danmark, derfor var det oplagt at bruge datasættet fra SIALS-undersøgelsen til, at få mere at vide om de potentielle målgrupper for FVU-matematik. Som et led i undervisningsministeriet FVU-udviklingsprojekt fik jeg derfor til opgave at undersøge, hvad de danske SIALS-data kunne sige om den eller de potentielle målgrupper for FVU-matematik. Resultatet af denne undersøgelse kan læses i rapporten "Målgruppeanalyse – en undersøgelse af resultaterne fra SIALS" (Johansen 2002).

Lena Lindenskov, Danmarks Pædagogiske Universitet, og Tine Wedege, Roskilde Universitetscenter, blev hyret af det danske undervisningsministerium i 2000 til at udvikle den nye uddannelse FVU-matematik og den nye fagbeskrivelse til faget. I fagbeskrivelsen for FVU-matematik opstiller Lindenskov og Wedege følgende mål for undervisningen:

> **Undervisningens mål** er, at deltagerne udvikler de funktionelle matematikfærdigheder og -forståelser, alle voksne i samfundet principielt har brug for at have (numeralitet) (Undervisningsministeriet 2001).

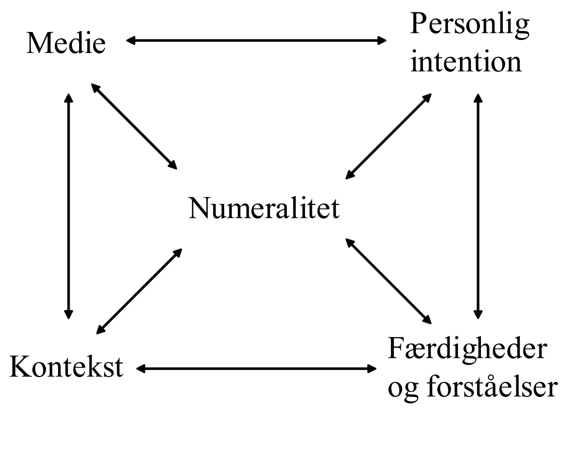
FVU-matematik består af to trin og hvert trin kan afsluttes med en centralt stillet prøve. Prøverne i FVU-matematik tester deltagernes numeralitet. Numeralitet er et nyt dansk begreb som Lindenskov og Wedege har indført i det danske sprog. Wedege definerer numeralitet således (Wedege 1998, s 9):

- *Numeralitet* er funktionelle matematikfærdigheder og -forståelser som alle mennesker i samfundet har brug for at have.
- Samfundets behov for numeralitet ændrer sig med tid og sted: samfundsudviklingen og den teknologiske udvikling.

Jeg vil i denne artikel beskrive, hvorledes jeg har udviklet et analyseværktøj, der kan anvendes til analyse af tests, der tester for numeralitet og funktionelle færdigheder. Jeg vil anvende analyseværktøjet til at sammenligne SIALS-opgaverne med de nye FVU-prøver, og derigennem finde svar på spørgsmålet: Hvorledes testes voksnes regnefærdigheder/numeralitet?

UDVIKLING AF ANALYSEVÆRKTØJ

Til udviklingen af mit analyseværktøj har jeg ladet mig inspirere af den arbejdsmodel som Lena Lindenskov og Tine Wedege har udviklet i forbindelse med projekt FAGMAT (Wedege 1998). Arbejdsmodellen er udviklet til at analysere numeraliteten i ufaglærtes jobfunktioner. Arbejdsmodellen for numeralitet omfatter fire dimensioner: kontekst, medie, personlig hensigt samt færdigheder og forståelser.



Figur 1. Arbejdsmodel for numeralitet (Lindenskov & Wedege 2001).

Tine Wedege skelner mellem to typer af kontekst: *Situationskonteksten* – der beskriver konteksten for brugen af matematikfærdigheder, matematiklæringen eller matematikundervisningen – og *opgavekonteksten* – der beskriver den virkelighed som opgaven repræsenterer (Wedege 2000). Situationskonteksten har indflydelse på subjektets hensigt. Det, jeg fokuserer på, er større undersøgelser og skriftlige tests. I undersøgelser og tests er situationskonteksten en "prøvekontekst". Det vil sige, at deltagerens personlige hensigt er begrænset til et ønske om at besvare opgaverne korrekt. Jeg kan derfor i mit analyseværktøj se bort fra prøvedeltagernes personlige hensigt. Opgavekonteksten henviser til den virkelighed, som opgaven repræsenterer, i en undersøgelse som SIALS er opgavekonteksten defineret af det dokument, der ligger til grund for opgaven.

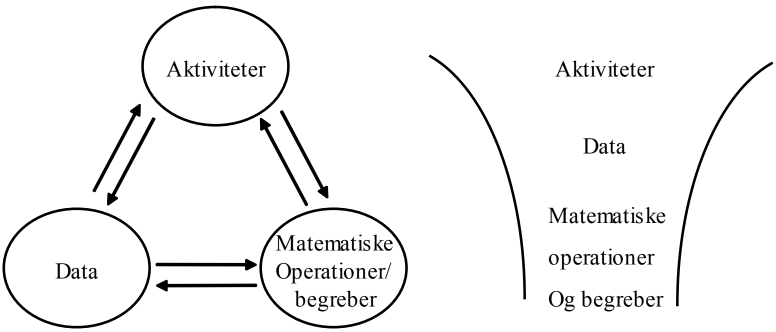
Når en prøvedeltagers matematikviden og -forståelse skal testes i en sammenhæng, hvor matematikken indgår i en kontekst, opstår der et problem. Det kan være vanskeligt at skelne mellem prøvedeltagerens matematiske formåen, og deltagerens evne til at afkode den kontekst, som problemstillingen er indvævet i. Med dette i baghovedet, har jeg valgt at skelne mellem tre typer af opgavekontekst: hverdagsliv, uddannelsesliv og arbejdsliv. *Hverdagsliv* angiver, at dokumentet er et dokument voksne møder i hverdagen. *Arbejdsliv* indikerer, at dokumentet er en type, voksne kan møde i forbindelse med arbejdslivet. I den sidste kategori *uddannelsesliv* har jeg valgt at placere opgaver, hvor dokumentet er af en sådan karakter, at hvis voksne møder det, vil det højst sandsynligt være i skolesammenhæng.

Wedege skelner i arbejdsmodellen mellem tre forskellige typer af medier: (1) skriftlig information, (2) mundtlig information og (3) konkrete materialer, processer og tid (Wedege 1998, s 10). Som nævnt baserer større undersøgelser sig oftest på skriftlige prøver, den eneste type medie, der indgår i en undersøgelse som SIALS er skriftlig information. Wedege har opdelt skriftlig information i tre teksttyper: (1a) Informerende eller instruerende tekster, (1b) opslagstekster og (1c) udfyldningstekster (Wedege 1998, s 10–11). Forskellen mellem 1a og 1b er, at i 1a skal der læses, i 1b skal der aflæses. En anden væsentlig forskel er, at 1b kræver kontekstkendskab for at kunne aflæse dokumentet, hvor 1a kun kræver almindelige læsefærdigheder. Jeg har i mit analyseværktøj valgt at anvende Wedeges opdeling af den skriftlige information.

Fra arbejdsmodellen har jeg valgt at anvende begrebet kontekst – specifikt opgavekonteksten, som jeg har udspecificeret i tre forskellige typer af opgavekontekst. Derudover har jeg valgt at anvende begrebet Medie, specifikt Wedeges opdeling af skriftlig information i tre typer af tekster. Jeg ser bort fra Personlig hensigt, og i stedet for at bruge arbejdsmodellens begreb om Færdigheder og forståelser, har jeg valgt at lade mig inspirere af et element fra FVU-matematiks fagbeskrivelse:

> **Undervisningens indhold** beskrives ved et dynamisk samspil mellem en række *aktiviteter*, forskellige typer *data og medier* samt udvalgte *matematiske begreber og operationer* (Undervisningsministeriet 2001).

Samspillet kan illustreres på mindst to forskellige måder:



Figur 2. Det dynamiske samspil mellem aktiviteter, data og matematiske begreber (Johansen 2002b).

Figuren til højre kan tolkes på følgende måde, undervisningen tager udgangspunkt i en aktivitet (fx en hverdagsaktivitet), i forbindelse med udførelsen af aktiviteten fremkommer forskellige data, for at behandle disse data, må deltagerne anvende forskellige matematiske operationer og begreber.

Lindenskov og Wedege har i deres udvikling af fagbeskrivelsen for FVU-matematik været inspireret af den engelske matematikdidaktikker Alan Bishop. Bishop har identificeret seks typer af matematiske hverdagsaktiviterer, som indgår i alle typer af kulturer: at tælle, at lokalisere, at måle og at designe/konstruere, at lege/spille og at forklare (Bishop 1988). Jeg har valgt at supplere opgavekonteksten med at analysere, hvilken type af aktivitet, der er tale om, hvad er det prøvedeltageren skal gøre. Jeg har ligeledes valgt at analysere opgaverne for hvilke typer af data, som prøvedeltageren skal beskæftige sig med i opgaven. Kendskab til datatype, kan på samme måde som kendskab til konteksten have betydning for prøvedeltagerens resultat. Kender prøvedeltageren datatypen, eller er det en helt ny og ukendt datatype, deltageren skal anvende de matematiske operationer og begreber på. Sidst men ikke mindst inddrager jeg de matematiske operationer og begreber, der skal anvendes i opgaverne, i mit analyseværktøj.

SIALS-UNDERSØGELSENS RAMME OG DEFINITIONER

SIALS-undersøgelsen blev gennemført i foråret 1998 (Jensen & Holm 2000). Der indgik 3.026 testpersoner i hovedundersøgelsen. Interviewene blev foretaget af 120 interviewere monitoreret af Socialforskningsinstituttet. Interviewernes rolle var under opgavebesvarelsen at hjælpe med praktiske forhold, fx at udlevere en avis. Interviewerne kendte ikke svarene på opgaverne og måtte ikke hjælpe testpersonerne undervejs men kun opfordre dem til at besvare så mange opgaver som muligt. Det var ikke tilladt for testpersonerne at bruge lommeregner, ordbøger eller andre hjælpemidler. Og det var heller ikke tilladt at modtage hjælp fra familiemedlemmer eller andre. Testpersonerne havde den tid til rådighed til at løse opgaverne, som de havde brug for, der var ingen tidsbegrænsning.

Det samlede testmateriale bestod af syv blokke: blok1 til blok7. Hver blok bestod af mellem 11 og 15 forskellige spørgsmål. I testen indgik syv testhæfter. Til hvert hæfte var der udvalgt tre blokke, således at hver blok var med i tre hæfter, og enhver parvis kombination af to blokke forekom i netop ét hæfte. Testpersonerne fik tilfældigt udvalgt et testhæfte.

I den første internationale undersøgelse af voksnes færdigheder – IALS (OECD 1995), bliver literacy defineret på følgende måde:

> Throughout this report, the term "literacy" is used to refer to a particular mode of behavior – namely the ability to understand and employ printed information in daily activities, at home, at work and in the community – to achieve one's goals, and to develop one's knowledge and potential (OECD 1995, s 3).

Der er altså tale om færdigheder, som kan anvendes i den voksnes liv, såvel hjemme som på arbejdsmarkedet.

Literacy-begrebet er i SIALS-undersøgelsen opdelt i tre underbegreber, Prose literacy (PL) – læse-færdighed; document literacy (DL) – dokumentforståelse; quantitative literacy (QL) – regnefærdigheder. De tre underbegreber dækker over:

- Færdigheder i læsning – den viden og de færdigheder, der er nødvendige for at finde og bruge tekster som for eksempel ledere, nyheder i aviser og blade samt skønlitteratur og digte.
- Færdigheder i dokumentforståelse – den viden og de færdigheder, der er nødvendige for at finde og bruge information indeholdt i forskellige formularer som for eksempel jobansøgning.
- Færdigheder i regning – den viden og de færdigheder, der er nødvendige for at kunne bruge de forskellige regnearter – enten alene eller i sammenhæng – med hensyn til tal indeholdt i skriftligt materiale som fx at afstemme et checkhæfte, regne drikkepenge ud, færdiggøre en ordreformular eller udregne rentesatsen ved et lån (Jensen & Holm 2000, s 15).

Alle tre typer af færdigheder indgår i en læsedimension.

Opdelingen mellem læsefærdigheder og færdigheder i dokumentforståelse er primært foretaget udfra typen af skriftlig information i opgaven, mens opdelingen mellem færdigheder i dokumentforståelse og regnefærdigheder er sket udfra om besvarelsen af opgaven kræver beregninger. I den danske rapport er resultaterne fremstillet som danskernes læse- og regnefærdigheder, hvor læsefærdigheder omfatter de to første underbegreber, ”prose literacy” og ”document literacy”, og regnefærdigheder udelukkende omfatter ”quantitativ literacy”.

Definitionen af regnefærdigheder er i rapporten reduceret til kun at omfatte *viden* og *færdigheder*, der er nødvendig for at kunne bruge de forskellige *regnearter* – enten alene eller i sammenhæng – med hensyn til tal/cifre indeholdt i skriftligt materiale. Så når der tales om ”danskernes regnefærdigheder” omhandler det udelukkende danskernes evne til at anvende de fire regningsarter på tal/cifre, angivet i et skriftligt dokument. Til hver testopgave er der kun et korrekt svar, og oftest også kun en måde at løse opgaven på. Det var ikke tilladt at bruge hjælpemidler til besvarelsen af opgaverne, det vil sige, at SIALS-undersøgelsen tester *deltagernes evne til hovedregning* og måske håndregning.

På baggrund af testpersonernes opgavebesvarelser deler SIALS-undersøgelsen testpersonerne op på fire forskellige niveauer. OECD har defineret niveau 1 og niveau 2 som værende utilstrækkelige i forhold til at klare sig i nutidens og fremtidens samfund. For at blive placeret på de enkelte færdighedsniveauer skal testpersonen med 80% sandsynlighed kunne besvare opgaverne på dette niveau korrekt (OECD 2000, s 94). Det betyder, at personen har mere end 80% sandsynlighed for at besvare opgaverne på de lavere færdighedsniveauer korrekt. Men det betyder ikke, at personen slet ikke kan besvare opgaver på højere niveauer korrekt, men at sandsynligheden for at personen svarer korrekt er relativ lav.

I den danske rapport står der, at alle testopgaverne, der blev benyttet i vurderingen, bestod af materialer, der stammede fra daglige anvendelsessammenhænge (Jensen & Holm 2000, s 16).

I SIALS undersøgelsen indgik der 33 regnefærdighedsopgaver fordelt på fem forskellige færdighedesniveauer. Disse opgavers sværhedsgrad er af OECD defineret ud fra en række forskellige faktorer, herunder: regnearten; antallet af regneoperationer; hvor svært det er at finde de tal, der skal anvendes i dokumentet; hvorvidt der skal drages en slutning for at vælge regneoperation (Jensen & Holm 2000, s 31).

FVU-prøvernes rammer

FVU-prøverne skal teste deltagernes numeralitet. Målet med FVU-matematik er: "At deltagerne udvikler de funktionelle matematikfærdigheder og -forståelser, alle i samfundet principielt har brug for at have (numeralitet)" (Undervisningsministeriet 2001).

I forbindelse med udvikling af de centralt stillede prøver blev der nedsat en gruppe, testgruppen, der havde til ansvar at udvikle forslag til de centralt stillede prøver. Testgruppen udarbejdede i den forbindelse nogle standardkriterier for opgaverne i de centralt stillede prøver. For det første skal opgaverne være autentiske (virkelige dokumenter og virkelige spørgsmål), og opgaven skal ligeledes være relevant, om muligt for alle voksne eller i hvert fald for en stor del af den voksne befolkning. Opgaverne skal kunne løses på flere forskellige måder, og til nogle af opgaverne skal der være mere end et muligt svar. Alle almindelige hjælpemidler skal være tilladte i prøvesituationen.

Eksempel på anvendelse af analyseværktøjet

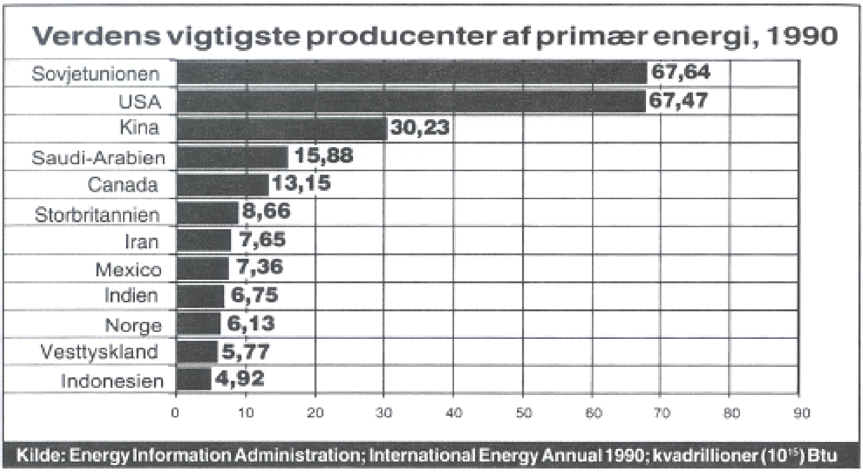
Jeg har valgt at analysere de regnefærdighedsopgaver i SIALS-undersøgelsen, der er defineret som niveau 1, 2 og 3 opgaver. Jeg har valgt at eksemplificere evalueringen af voksnes numeralitet igennem de to prøvesæt, der kan ses på FVU's hjemmeside (http://us.uvm.dk/voksen/fvu/).

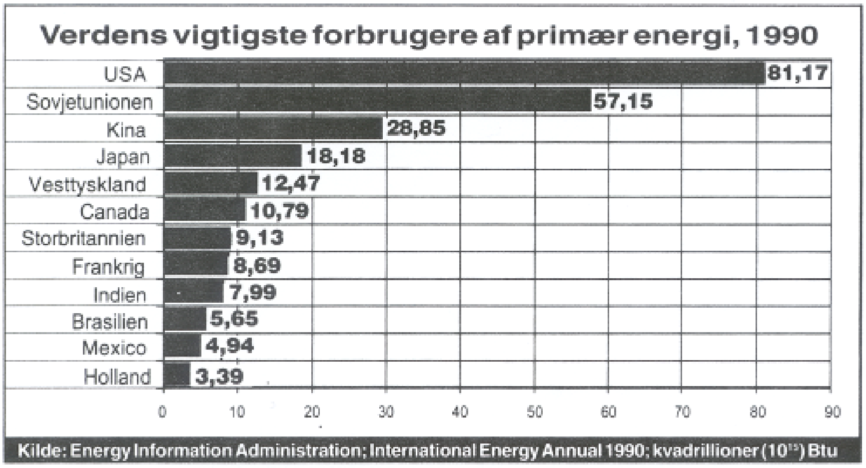
Jeg starter min analyse af SIALS-opgaverne og FVU-prøverne med at undersøge hvilke opgavekontekster der indgår i de to tests.

OPGAVEKONTEKSTEN

Opgavekonteksten kan have betydning for testpersonens evne til at afkode konteksten. Er opgavekonteksten ukendt for testpersonen, kan det betyde at testpersonen ikke er i stand til at udføre selv de simpleste regneoperationer.

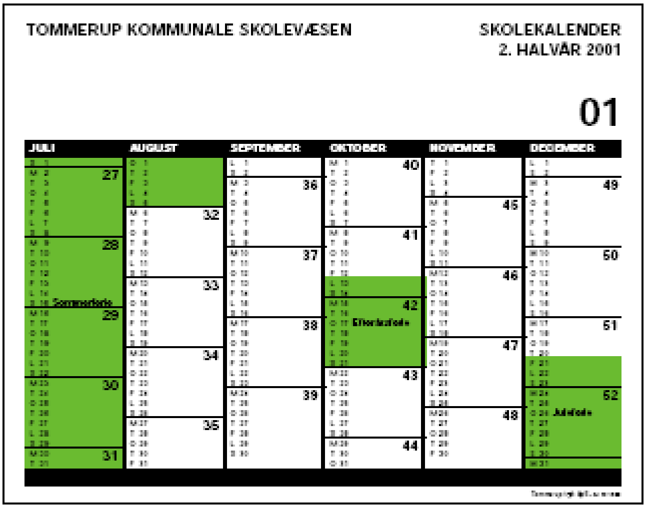
I SIALS-undersøgelsen indgår der alle tre typer af opgavekontekst, og opgaverne er fordelt på følgende måde: 12 opgaver ligger indenfor hverdagsliv, det er for eksempel en bestillingskupon til en teaterforestilling, en prisliste til en svømmehal, 5 opgaver ligger i grænselandet mellem hverdagsliv og uddannelsesliv, se for eksempel figur 3, og 1 opgave ligger indenfor arbejdslivskontekst.





Figur 3. Opgavekontekst der ligger i grænselandet mellem hverdagsliv og uddannelsesliv. Opgaven: Hvor mange kvadrillioner Btu primær energi producere Canada mere end det forbruger? (Jensen & Holm 2000, s 33–34).

For FVU-prøvernes vedkommende gælder, at alle opgaver ligger inden for hverdagslivs-konteksten, hvilket jo også var testgruppens hensigt. Et eksempel ses på figur 4.

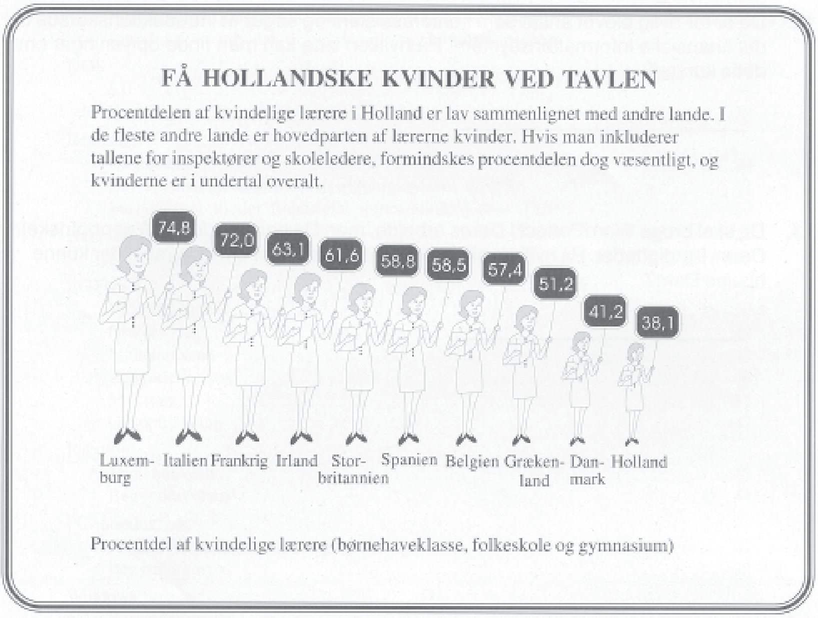


Figur 4. Et eksempel på en hverdagslivskontekst. Opgaven: Hvor mange dage er der i 2. halvår 2001? (Undervisningsministeriet: Eksempler på prøveopgaver i FVU-matematik).

TYPEN AF DOKUMENT (MEDIE)

Der indgår enkelte informerende tekster (et læserbrev, en medicinetikette, en instruktion til medicintilskud) i såvel SIALS-undersøgelsen som FVU-prøverne og enkelte udfyldningstekster i form af bestillingsblanketter. Men langt de fleste af opgavernes dokumenter er opslagstekster, som jeg har valgt at kategorisere i to typer: tabeller og grafiske fremstillinger. Der indgår en række forskellige tabeller, prislister, madopskrifter, vejrudsigter, køreplaner mv.både i SIALS og i FVU. De grafiske fremstillinger består i begge sæt af for eksempel et bjælkediagram og et cirkeldiagram. I FVU-opgaverne indgår der også en række fotos, som erstatning for konkrete materialer, og desuden opgaver, hvor dokumentet er arbejdstegninger.

Dokumenterne i de to prøvesæt adskiller sig fra hinanden ved, at SIALS-opgaverne skal bruges internationalt, mens dokumenterne i FVU-prøverne er danske og autentiske. Det får en del af dokumenterne i SIALS til at virke meget 'konstruerede' til denne bestemte undersøgelse se for eksempel figur 5.



Figur 5. Et eksempel på en opslagstekst, af kategorien grafisk fremstilling. Opgaven: Hvor mange procent af lærestanden i Italien er mænd? (Jensen & Holm 2000, s 26 og 32).

Et eksempel på et fotografi i stedet for konkret materialer der bliver brugt i FVU-prøverne ses på figur 6.

Figur 6. Eksempel på en opslagstekst i FVU-prøverne. Opgave: Hvilken temperatur viser termometret? (Undervisningsministeriet: Eksempler på prøveopgaver i FVU-matematik). Foto: Pernille Pind.

AKTIVITETER, DATA OG MATEMATISKE BEGREBER

I SIALS-opgaverne er aktiviteterne begrænset til, at testpersonerne skal aflæse, sammenligne, opstille regnestykker og beregne. I FVU indgår følgende forskellige aktiviteter, testpersonen skal: aflæse, tælle, måle, afsætte mål, sammenligne, tegne, kopiere, gengive mønstre, angive sted og retning, opstille regnestykke og beregne.

Da det er regnefærdigheder og numeralitet de to prøver tester for, må der nødvendigvis indgå krav om at deltagerne viser, at de behersker et antal matematiske begreber og operationer. For begge prøvers vedkommende skal deltagerne for at løse opgaverne kunne anvende de fire regningsarter. De skal være i stand til at opstille et antal regnestykker i hovedet eller evt. på papir på baggrund af skriftlig information. De skal håndtere heltal, decimaltal og procenttal. De skal aflæse tabeller og forskellige former for grafiske fremstillinger. De skal estimere en værdi ud fra henholdsvis en graf og et søjlediagram. De skal kunne regne med simple procenter.

SIALS-opgaverne tester yderligere for, om deltagerne kan håndtere minuttal, udenlandsk valuta og ukendte måleenheder. Som eksemplet i figur 3.

FVU-opgaverne tester yderligere for, om deltagerne kan foretage arealberegning, regne med simple brøker. Om deltagerne er i stand til at tælle og måle. Om deltagerne kan afsætte mål og indtegne korrekte mål. Om deltagerne kan arbejde med målestoksforhold, både når det er angivet, og når de selv skal vælge det.

Hvor langt er huset?

☐ Ca. 5 m ☐ Ca. 15 m ☐ Ca. 25 m ☐ Ca. 35 m

Figur 7. Et eksemple på en FVU-opgave, der omhandler målestoksforhold. (Undervisningsministeriet: Eksempler på prøveopgaver i FVU-matematik).

Om deltagerne kan afbilde en værdi på et måleinstrument, et eksempel herpå er den anden opgave til figur 6, der lyder således: "Temperaturen stiger 5 grader, indtegn viserens nye stilling". Om deltagerne kan genkende mønstre og systematik, og om deltagerne kan kopiere og færdiggøre et påbegyndt mønster. Endelig om deltagerne er i stand til at bruge forskellige hjælpemidler, for eksempel lommeregner og lineal.

Sværhedsgraden af regnestykkerne og antallet af operationer der indgår i beregningen adskiller sig, idet der i mange af FVU-opgaverne indgår både flere og vanskeligere operationer end i SIALS-opgaverne. Men her er det vigtigt at huske, at hjælpemidler er tilladte i FVU.

OPSAMLING

I denne artikel har jeg beskrevet hvorledes jeg har udviklet et analyseværktøj, der skal anvendes til at analysere tests, der tester for funktionelle færdigheder. Analyseværktøjet tager højde for opgavekonteksten, mediet, samt hvilke aktiviteter, data og matematiske operationer der indgår i opgaverne.

Jeg har i artiklen anvendt analyseværktøjet til at analysere henholdsvis SIALS-opgaverne og prøveopgaverne til FVU-matematik.

Analysen af de to former for evaluering illustrerer to forskellige måder at evaluere henholdsvis voksnes regnefærdigheder og voksnes numeralitet. Til trods for at rammen for begge evalueringer er at teste voksnes funktionelle færdigheder, adskiller de sig fra hinanden ved, at SIALS-opgaverne (set med matematikbriller) tester for meget afgrænsede færdigheder – de fire regningsarter, hvor FVU-prøverne også tester for fire af de seks typer af tværkulturelle matematiske hverdagsaktiviterer, som den engelske matematikdidaktikker Alan Bishop har identificeret, nemlig: at tælle, at lokalisere, at måle og at konstruere (Bishop 1988).

Begge former for evaluering inddrager tekster fra voksnes liv. I FVU-opgaverne er det danske tekster og grafiske fremstillinger hentet fra en dansk virkelighed. I SIALS-opgaverne er teksterne internationale og højst sandsynligt konstrueret med henblik på undersøgelsen. Det kan betyde, at tekster, der i princippet skulle være kendte for prøvedeltageren, alligevel virker fremmede og derfor forvirrer deltageren. I begge prøvesæt indgår der en række forskellige opslagstekster. Ulempen ved at anvende opslagstekster er, at de ofte stiller krav til deltagerens forhåndskendskab til konteksten. For eksempel indgår der i SIALS-opgaverne en afstandstabel og i FVU-prøverne et billede af en bils speedometer. For bilister vil speedometeret være en kendt kontekst, og det vil afstandstabellen højst sandsynligt også. Men for deltagere, som ikke kører bil, vil begge kontekster være ukendte.

Når konteksten er fremmed for prøvedeltageren kan det være svært at afgøre om, det er kendskab til konteksten der testes for eller om det er regnefærdigheder/numeralitet. I "Målgruppeanalysen" (Johansen 2002a) har jeg lavet en lille analyse af besvarelserne af opgaverne. Den antyder, at det for en del af opgaverne i SIALS-undersøgelsen måske nærmer er afkodning af kontekst, der bliver testet for frem for deltagerens regnefærdigheder. Hvordan det forholder sig med FVU-prøverne kan kun en nærmere analyse af besvarelser af prøvesættene afsløre.

Note

1. De tilsvarende tal for Norge, Sverige og Finland var: 33,2% af nordmændene havde utilstrækkelige læsefærdigheder og 29,7% havde utilstrækkelige regnefærdigheder, 27,8% af svenskerne havde utilstrækkelige læsefærdigheder og 25,2% havde utilstrækkelige regnefærdigheder, 36,7% af finnerne havde utilstrækkelige læsefærdigheder og 28,2% havde utilstrækkelige regnefærdigheder.

REFERENCER

Bishop, A. (1988): *Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.

Jensen, T. P. & Holm, A. (2000): *Danskernes læse-regne-færdigheder – i et internationalt lys*. København: AKF forlaget.

Johansen, L. Ø. (2002a): *Målgruppeanalyse – en undersøgelse af resultaterne fra SIALS*. Roskilde: Center for Forskning i Matematiklæring.

Johansen, L. Ø. (2002b): FVU-matematik det nye matematikfag for voksne – med numeralitet som omdrejningspunkt! I Forum for matematikkvansker, red: *En matematik for alle i en skole for alle*, s 79–88. Klepp st.: INFO Vest Forlag & Forum for Matematikkvansker.

Lindenskov, L. & Wedege, T. (2001): *Numeracy as an Analytical Tool in Mathematics Education and Research*. Center for forskning I Matematiklæring, Publikation nr. 31. Roskilde: CRLM, Danmarks Pædagogiske Universitet, Roskilde Universitetscenter, Aalborg Universitet.

OECD (1995): *Literacy, Economy and Society*. Statistics Canada.

OECD (2000): *Literacy in the Information Age*. Paris: OECD.

Undervisningsministeriet (2000): *Lov om forberedende voksenundervisning (FVU-loven) + bemærkninger til loven*. København: Undervisningsministeriet.

Undervisningsministeriet (2001): *Bekendtgørelsen om undervisning m.v. indenfor forberedende voksenundervisning* (FVU-bekendtgørelsen). Fagbeskrivelsen for FVU-matematik. København: Undervisningsministeriet.

Wedege, T. (1998): Virksomhedsundersøgelsen. Delrapport 3. I Lindenskov, L. & Wedege, T.: *Tre rapporter fra FAGMAT – et projekt om tal og faglig matematik i arbejdsmarkedsuddannelserne*. Roskilde: Roskilde Universitetscenter. IMFUFA-publikation nr. 349.

Wedege, T. (2000): *Matematikviden og teknologiske kompetencer hos kortuddannede voksne*. IMFUFA-publikation nr. 381. Roskilde Universitetscenter.

Appendixes

CONTRIBUTORS

Ann Ahlberg – Professor of Education, Jönköping University, Sweden.

Afzal Ahmed – Professor of Mathematics Education and Director of The Mathematics Centre, University College Chichester, United Kingdom.

Holger Böttger – Senior Lecturer of Adult Education, Frederiksberg School of Education, Denmark.

Tone Dalvang – Adviser, Sörlandet Resource Centre/Forum for Learning Difficulties in Mathematics, Norway.

Arne Engström – Senior Lecturer of Education and Chair of the Programme and Organizing Committees, Örebro University, Sweden.

Göta Eriksson – Doctoral Student, Stockholm Institute of Education, Sweden.

Hafdís Gudjónsdóttir – Assistant Professor, Iceland University of Education, Iceland.

Elin Herland – Advisor/Special Educator, Norwegian Support System for Special Education, Norway.

Sinikka Huhtala – Special Education Teacher, Helsinki City College of Social and Health Care, Finland.

Anni Jensen – Associate Professor, Centre for Higher Education South, Denmark.

Grete Kvist-Andersen – Frederiksberg School of Education, Denmark.

Eva-Stina Källgården – The Swedish Institute for Special Needs Education, Sweden.

Anu Laine – University Lecturer in Mathematics Education, University of Helsinki, Finland.

Lena Lindenskov – Associate Professor, Danish University of Education, Denmark.

Karin Linnanmäki – Senior Lecturer of Special Education, Åbo Akademi, Finland.

Olav Lunde – Sörlandet Resource Centre/Forum for Learning Difficulties in Mathematics, Norway.

Olof Magne – Former Professor of Education, Malmö University, Sweden.

Gudrun Malmer – Former Lecturer of Special Education and Honorary Doctor in Education, Lund, Sweden.

Marianne Nolte – Professor of Mathematics Education, University of Hamburg, Germany.

Edda Óskarsdóttir – Assistant Teacher, Iceland University of Education, Iceland.

Elin Reikerås – Doctoral Student, Stavanger University College, Norway.

Petra Scherer – Professor of Mathematics Education, University of Bielefeld, Germany.

Gunnar Sjöberg – Doctoral Student, Umeå university, Sweden.

Ylva Svensson – The Swedish Institute for Special Needs Education, Sweden.

Michael Wahl Andersen – Educational consultant, Center for Higher Education Copenhagen & North Zealand, Denmark.

Peter Weng – Senior Lecturer and Research Assistant, Frederiksberg College of Education and Danish University of Education, Denmark.

Louise Wramner – Teacher of Special Education, The Swedish Institute for Special Needs Education, Sweden.

Lene Østergaard Johansen – Aalborg University, Denmark.

NORDIC RESEARCH NETWORK ON SPECIAL NEEDS EDUCATION IN MATHEMATICS

Vid den andra nordiska forskarkonferensen om matematiksvårigheter den 7–9 oktober 2003 vid Örebro universitet samlades representanter från alla de fem nordiska länderna, varvid beslöts att:

1. Etablera *Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics*.

2. Nätverket skall vara en mötesplats för fackmän (inom matematikdidaktik, specialpedagogik och pedagogik) som arbetar med förebyggande och/eller stödjande arbete för elever i matematiksvårigheter. Nätverket skall arbeta för att teori och praktik i största möjligaste mån integreras (forsknings- och utvecklingsarbete). En av nätverkets centrala uppgifter blir därför att stå som arrangör för de nordiska forskarkonferenserna om matematiksvårigheter.

3. Det enskilda landets nätverk utser vem som ska delta i ledningen/arbetsutskottet och programkommittén, som själv kan adjungera fler ledamöter vid behov.

4. Sekretariatet följer konferenserna, vilket innebär att det land som ansvarar för sekretariatet också arrangerar konferensen.

5. Varje lands representant i ledningen/arbetsutskottet skall i samarbete med sitt eget lands nätverk utse en ny representant för två år från hösten 2004.

6. Ledningen/arbetsutskottet består av de nuvarande representanterna från vart och ett av de nordiska länderna fram till hösten 2004.

7. Det enskilda landet etablerar nationella nätverk som en del av det nordiska nätverket. Varje land organiserar sig på det sätt som det själv finner lämpligast och använder ett namn på nätverket som det själv menar fungerar bäst inom det egna landet och med tanke på det nordiska samarbetet. Det skall uppges att det nationella nätverket är anslutet till *Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics*.

8. Information om denna etablering skickas till alla universitet och högskolor samt fackmiljöer med anknytning till matematikssvårigheter i alla de fem nordiska länderna. Sekretariatet ansvarar för detta.

9. En eventuell revidering av dessa punkter görs på nästa nordiska forskarkonferens 2005 då punkterna omarbetas till stadgar.

DEMOCRACY AND PARTICIPATION

A CHALLENGE FOR SPECIAL NEEDS EDUCATION IN MATHEMATICS

2ND NORDIC RESEARCH CONFERENCE

ON SPECIAL NEEDS EDUCATION IN MATHEMATICS

ÖREBRO

OCTOBER 7–9, 2003

PROGRAMME

Tuesday Oct 7		Activity	Room
09.00 10.00	–	Registration	Aulan
10.00 12.30	–	**Opening ceremony** Arne Engström, Organizing committee **Address of welcome** Owe Lindberg, Örebro university **Opening address** Prof. Said Irandoust, Matematikdelegationen, Sweden **2000-talets nya tänkande i special-pedagogik i matematik** Prof. Olof Magne, Sweden **Medelsta 1977-1986-2002** Dr. Arne Engström, Sweden	Aulan
12.30 14.00	–	Lunch	Forumhuset
14.00 15.30	–	Paper session A	Forumhuset
15.30 16.00	–	Coffee	Forumhuset
16.00 17.30	–	**Active Engagement with Teachers as Learners** Prof. Afzal Ahmed, UK	Hörsal F
18.00 19.00	–	Nordic network meeting	Hörsal F
19.00 –		Buffet	Forumhuset

Wednesday Oct 8	Activity	Room
08.30 – 10.00	**Language Reception and Dyscalculia** Prof. Marianne Nolte, Germany	Hörsal F
10.00 – 10.30	Coffee	Forumhuset
10.30 – 12.30	Paper session B	Forumhuset
12.30 – 14.00	Lunch	Forumhuset
14.00 – 15.30	**Challenges for Low Achievers – Results of an Empirical Study and Consequences for Research and Teaching** Prof. Petra Scherer, Germany	Hörsal F
15.30 – 16.00	Coffee	Forumhuset
16.00 – 17.30	Paper session C	Forumhuset
19.30	Conference dinner	Örebro castle

Thursday Oct 9	Activity	Room
08.30 – 10.00	Paper session D	Forumhuset
10.00 – 10.30	Coffee	Forumhuset
10.30 – 11.45	Round table: *Democracy and Participation – A Challenge for Special Needs Education in Mathematics*	Hörsal F
12.00 – 12.30	Nordic Network for Research on Special Needs Education in Mathematics	Hörsal F
12.30 – 13.00	Closing remarks	Hörsal F
13.00 –	Lunch	Forumhuset

PARTICIPANTS

Gunilla Ackheim Månsson	Lunds kommun, S	
Ann Ahlberg	Högskolan i Jönköping, S	ann.ahlberg@hlk.hj.se
Afzal Ahmed	University College of Chichester, UK	A.Ahmed@ucc.ac.uk
Lena Alm	Lärarhögskolan i Stockholm, S	lena.alm@lhs.se
Gun Axelsson	Åsö vuxengymnasium, S	gun.axelsson@utbildning.stockholm.se
Våril Benediksen	VOX Oslo, N	varil.bendiksen@vox.no
Christina Berg	VOX Oslo, N	christina.berg@vox.no
Åsa Bergström Blomqvist	Uppsala universitet, S	asa.blomqvist@ilu.uu.se
Marianne Bohman	Nora kommun, S	mariann.boman@skola.nora.se
Holger Böttger	Fredriksberg Seminarium, DK	hb@fredersem.dk
Kjell Dahlström	Örebro universitet, S	kjell.dahlström@pi.oru.se
Tone Dalvang	Sørlandet kompetansesenter, N	tone.dalvang@statped.no
Flemming Ejdrup	Aalborg Seminarium, DK	ej@aalsem.dk
Doris Engel	Örebro, S	doris.engel@comhem.se
Arne Engström	Örebro universitet, S	arne.engstrom@pi.oru.se
Göta Eriksson	Lärarhögskolan i Stockholm, S	gota.eriksson@swipnet.se
Siv Fischbein	Lärarhögskolan i Stockholm, S	siv.fischbein@lhs.se
Elsa Foisack	Specialskolemyndigheten, S	elsa.foisack@osk.spm.se
Susy Forsmark	Göteborgs universitet, S	susy.forsmark@ped.gu.se
Ulla Furmarker	Åsö vuxengymnasium, S	ulla.furmarker@utbildning.stockholm.se
Tóra Rósa Geirsdóttir	Skólathjónusta UTEY, IS	torarosa@dalvik.is
Hafdís Gudjónsdóttir	University of Education, IS	hafdgud@khi.is
Marit Halldén	Högskolan Dalarna, S	mha@du.se
Elin Herland	Eikelund kompetansesenter, N	elin.herland@statped.no

Ingemar Holgersson	Högskolan i Kristianstad, S	ingemar.holgersson@ mna.hkr.se
Marit Holm	Universitetet i Oslo, N	marit.holm@isp.uio.no
Sinikka Huhtala	Helsinki City College of Social and Health Care, FI	sinikka.huhtala@edu.hel.fi
Said Irandoust	Matematikdelegationen, S	Said.Irandoust@hb.se
Ann Jensen	CVU-Syd, DK	aj@udd2.vordingbsem.dk
Kerstin Johansson	Runnerydsskolan, S	blomborg55@hotmail.com
Eva Juhlin	Luleå Tekniska Universitet, S	eva.juhlin@lh.luth.se
Marita Kjellin	Uppsala universitet, S	marita.kjellin@ilu.uu.se
Anna Kristjánsdóttir	Høgskolen i Agder, N	anna.kristjansdottir@hia.no
Karl-Åke Kronqvist	Malmö högskola, S	
Grete Kvist-Andersen	Fredriksberg Seminarium, DK	gk@udd.fredersem.dk
Eva Stina Källgården	Specialpedagogiska institutet, S	eva-stina.kallgarden@lhs.se
Anu Laine	University of Helsinki, FI	anu.laine@helsinki.fi
Bengt Larsson	Uppsala universitet, S	bengt.larsson@ilu.uu.se
Owe Lindberg	Örebro universitet, S	owe.lindberg@pi.oru.se
Margareta Lindberg-Berglund	Högskolan Dalarna, S	mlb@du.se
Anna-Lena Lindekvist	Svalöv kommun, S	
Lena Lindenskov	Danish University of Education, DK	lenali@dpu.dk
Karin Linnanmäki	Åbo Akademi, FI	karin.linnanmaki@abo.fi
Agneta Linné	Örebro universitet, S	agneta.linne@pi.oru.se
Thomas Lund Madsen	Aalborg Seminarium, DK	tlm@aalsem.dk
Lis Lundby	Aalborg Skole- og Kultur-forvaltning, DK	
Olav Lunde	Sørlandet kompetansesenter, N	olav.lunde@statped.no
Gunilla Lundgren	Specialpedagogiska institutet, S	gunilla.lundgren@sit.se
Olof Magne	Malmö högskola, S	olof.magne@telia.com

Gudrun Malmer	Lund, S	gudrun.malmer@ebox.tninet.se
Hans Melen	Åsö vuxengymnasium, S	hans.melen@utbildning.stockholm.se
Elisabet Melin	Specialpedagogiska institutet, S	elisabet.melin@sit.se
Henning Nielsen	Aalborg Seminarium, DK	hn@aalsem.dk
Marianne Nolte	Universität Hamburg, D	nolte.marianne@erzicip.erzwiss.uni-hamburg.de
Gunilla Olofsson	Lärarhögskolan i Stockholm, S	gunilla.olofsson@lhs.se
Edda Óskarsdóttir	University of Education, IS	
Lars Qvisth	Askersunds kommun, S	lars.qvisth@askersund.se
Klaus Rasmussen	Aalborg Seminarium, DK	kr@aalsem.dk
Elin Reikerås	Høgskolen i Stavanger, N	elin.reikeraas@lu.his.no
Dóróthea Reimarsdóttir	Hœsabakkaskóli, IS	dr@dalvik.is
Helena Rydebjörk	Malmö högskola, S	
Anita Sandahl	Högskolan i Jönköping, S	anita.sandahl@hlk.hj.se
Petra Scherer	Universität Bielefeld, D	scherer@mathematik.uni-bielefeld.de
Gunnar Sjöberg	Umeå universitet, S	gunnar.sjoberg@educ.umu.se
Jóhanna Skaftadóttir	Dalvikurskóli, IS	joska@dalvikurskoli.is
Målfrid Skoglund	Eikelund kompetansesenter, N	malfrid.skoglund@statped.no
Görel Sterner	NCM, S	gorel.sterner@ncm.gu.se
Ylva Svensson	Specialpedagogiska institutet, S	y.s@telia.com
Pernilla Söderberg-Juhlander	Sollefteå Kommun, S	pernilla.s.juhlander@home.se
Gunvor Sønnesyn	INAP-Pedverket, N	pedverke@online.no
Dorthe Ulriksen	Danmarks Pædagogiske Universitet, DK	dorthe_ulriksen@hotmail.com
Michael Wahl Andersen	CVU København & Nordsjælland, DK	mwa@cvukbh.dk
Peter Weng	Danmarks Pædagogiske Universitet, DK	weng@dpu.dk
Louise Wramner	Specialpedagogiska institutet, S	louise.wramner@spray.se
Lene Østergaard Johansen	Aalborg universitet, DK	ljo@dcn.auc.dk

Reports from the Department of Education, Örebro University

1) Stålhammar, Bert (2000): *Svenska, finska och estniska tioåringars syn på sin tillvaro.*

2) Handal, Gunnar (2001): *Lærerutdanningen – kommentarer fra en "kritisk venn".*

3) Moreno Herrera, Lázaro & Francia Guadalupe, Eds (2002): *Decentralization and Centralization Policies in Education in Europe. Current Trends and Challenges.*

4) Engström, Arne & Magne, Olof (2003): *Medelsta-matematik. Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lpo 94?*

5) Falkner, Kajsa (2003): *Lärare på väg mot den tredje moderniteten? En studie av LTG-lärares förhållningssätt i relationen teori–praktik under perioden 1979–2001.*

6) Moreno Herrera, Lázaro & Francia Guadalupe, Eds (2004): *Educational Policies. Implications for equity, equality and equivalence.*

7) Engström, Arne, Ed (2004): *Democracy and Participation. A Challenge for Special Needs Education in Mathematics.*